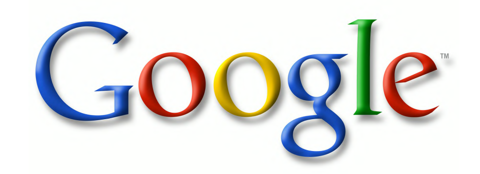


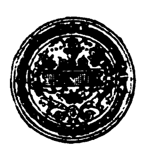



VE
RI
TAS
ET
SIGILLVM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV ANG
CHRISTO ECCLESIAE

Kleyers



Encyklopädie



der gesamten

mathematischen, technischen und exakten

Natur-Wissenschaften.

Lehrbuch

des

bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens.

Erster Teil.

Lehrbuch der Schluss- und Kettenrechnung

von

Dr. Richard Olbricht,

Oberlehrer an der Realschule zu Leisnig.

Lehrbuch

der

Schluss- und Kettenrechnung

(der einfachen und zusammengesetzten

Regeldetri und des Reesischen Satzes)

nebst

Anwendungen

mit

100 Fragen, 325 Erklärungen, 63 Anmerkungen, 1250 Aufgaben, 18 Figuren,

den

Ergebnissen der nicht gelösten Aufgaben

und einer

Münz-, Mass- und Gewichtstabelle.

Zum Selbststudium, Nachschlagen, sowie zum Schulgebrauch

bearbeitet

nach System Kleyer

von

Dr. Richard Olbricht,

Oberlehrer an der Realschule zu Leisnig.

Stuttgart.

Verlag von Julius Maier.

1891.

Druck der Stuttgarter Vereins-Buchdruckerei.

Vorwort.

Das vorliegende Lehrbuch der Schluss- und Kettenrechnung, welches sich an die Kleyerschen Lehrbücher der Grundrechnungsarten unmittelbar anreiht, zerfällt naturgemäss in vier Hauptabschnitte, deren erster Wesen, Inhalt und Form der Schlussrechnung behandelt, während die drei übrigen der einfachen und der zusammengesetzten Regeldetri sowie dem Kettensatze gewidmet sind. Die Wichtigkeit der Schlussrechnung, welche ja die Grundlage für alles bürgerliche und kaufmännische Rechnen bildet, und das Bestreben, das Lehrbuch für das Selbststudium und zum Nachschlagen geeignet zu machen, erforderte in jeder Hinsicht die ausführlichste und nach pädagogischen Grundsätzen und Erfahrungen durchgeführte Behandlung. Darum wurde auch Kopfrechnen und schriftliches Rechnen durchgängig getrennt; es wurde ferner nach Möglichkeit auf alle Beziehungen, sowohl bei ganzen Zahlen als bei Brüchen, Rücksicht genommen, auf die Rechenvorteile hingewiesen und für richtigen Ausdruck und übersichtliche Darstellungsweise Sorge getragen.

Während in allen andern Lehrbüchern, welche sich mit der Schlussrechnung befassen, die Aufgaben inhaltlich wirr durcheinanderstehen und zum grössten Teile dem kaufmännischen Leben entnommen sind, finden sich hier in den Abschnitten B und C in der Hauptsache nur solche, deren Stoff dem gewöhnlichen Leben entlehnt wurde, während Abschnitt D eine inhaltlich und methodisch geordnete Aufgabensammlung aus den wichtigsten Wissensgebieten enthält, wobei darauf Bedacht genommen wurde, nicht mehr als die elementarsten Kenntnisse vorauszusetzen. Der Wunsch nach einer derartigen Aufgabensammlung ist schon des öfteren in pädagogischen Schriften ausgesprochen worden.

Ebenso wie dieser Abschnitt D dürften für viele die geschichtlichen Anmerkungen und Erklärungen und die Münz-, Mass- und Gewichtstabelle willkommene Beigaben sein.

An Litteratur wurde neben anderen benutzt: für die Methodik Handbuch der Elementar-Arithmetik von Pleibel, ferner die Schulprogramme von Schwarz, 1880 No. 21 und Sachse, 1884 No. 615; für die Geschichte die Werke von Cantor, Treutlein, Unger; für die Aufgaben, welche übrigens bei

weitem zum grössten Teile Originalaufgaben sind, die Lehrbücher von Schellen, Bothe, Böhme u. a.

Für die weiteren Teile des Lehrbuches des bürgerlichen und kaufmännischen Rechnens ist die Behandlung der Prozent-, Zins-, Rabatt-, Diskont- und Terminrechnung, die Lehre über Effekten, Wechsel, Gold und Silber, die Gesellschaftsrechnung etc. in Aussicht genommen. Diesbezügliche Wünsche und etwaige Berichtigungen, das vorliegende Buch betreffend, welches hiermit den Lesern bestens empfohlen sein mag, bitte ich, mir gütigst mitteilen zu wollen.

Leisnig, im Juni 1891.

Der Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

Die Schluss- und Kettenrechnung.

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri nebst Anwendungen.)

Kleyers Encyklopädie der gesamten mathematischen, technischen und exakten Natur-Wissenschaften.

Von **Kleyers Encyklopädie** sind nachstehende Bände vollständig erschienen:

Lehrbuch der Grundrechnungsarten. Erstes Buch: **Das Rechnen mit unbenannten ganzen Zahlen.** Mit 71 Erklärungen und einer Sammlung von 657 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **A. Frömter.** Preis: M. 3. —.

do. do. Zweites Buch: **Das Rechnen mit benannten Zahlen.** Mit 30 Erklärungen und einer Sammlung von 518 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Frömter** und **Neubüser.** Preis M. 3. —.

Lehrbuch der Grundrechnungsarten mit Buchstabengrössen (Elemente der Buchstabenrechnung), **der Verhältnisse und Proportionen** mit einer Sammlung von 478 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben und den Resultaten der letzteren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Hans Staudacher,** Prof. an der kgl. Industrieschule zu Nürnberg. Preis: M. 5. —.

Lehrbuch der Potenzen und Wurzeln nebst einer Sammlung von 3296 gelösten und ungelösten analogen Beispielen. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der Logarithmen nebst einer Sammlung von 1996 gelösten und ungelösten analogen Beispielen. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 4. —.

Fünfstellige korrekte Logarithmentafeln nebst einer trigonometrischen Tafel und einer Anzahl von anderen Tabellen. Von **Ad. Kleyer.** Preis: gebunden M. 2. 50.

Lehrbuch der arithmetischen und geometrischen Progressionen, der **zusammengesetzten-, harmonischen-, Ketten- und Teilbruchreihen** nebst einer Sammlung von über 400 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 4. —.

Lehrbuch der Zinseszins- und Rentenrechnung nebst einer Sammlung von 525 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben aus allen Zweigen des Berufslebens. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der Gleichungen des 1. Grades mit einer Unbekannten. Sammlung von 2381 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grösstenteils in vollständig gelöster Form, erläutert durch 230 Erklärungen und 26 in den Text gedruckte Figuren. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 8. —.

Lehrbuch der Gleichungen des 1ten Grades mit mehreren Unbekannten. Sammlung von 905 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grossenteils in vollständig gelöster Form, erläutert durch 403 Erklärungen und Anmerkungen. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Otto Prange.** Preis: M. 7. —.

Lehrbuch der Gleichungen des 2. Grades mit einer Unbekannten (Quadrat. Gleichungen). Sammlung von 1650 Zahlen-, Buchstaben- und Textaufgaben, grossenteils in vollständig gelöster Form erläutert durch 872 Erklärungen und 53 Figuren. Nebst Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. Aug. Blind.** Preis: M. 10. —.

Geschichte der Geometrie für Freunde der Mathematik gemeinverständlich dargestellt von **Richard Klimpert.** Mit 100 in den Text gedruckten Figuren. Preis: M. 3. —.

Lehrbuch der ebenen Elementar-Geometrie (Planimetrie). Erster Teil. **Die gerade Linie, der Strahl, die Strecke, die Ebene und die Kreislinie im allgemeinen.** Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 234 Erklärungen und 109 in den Text gedruckten Figuren. Von **Ad. Kleyer** Preis: M. 1. 80.

do. do. Zweiter Teil: **Der Winkel und die parallelen Linien.** Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 201 Erklärungen und 113 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. J. Sachs.** Preis M. 2. 20.

do. do. Dritter Teil: **Die geometrischen Gebilde und ihre Lagen-Veränderungen. Die einfachen Vielecke.** Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben. Mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben. Mit 737 Erklärungen und 343 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. J. Sachs.** Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der planimetrischen Konstruktionsaufgaben gelöst durch geometrische Analysis. Erster Teil: **Aufgaben, gelöst ohne Anwendung der Proportionenlehre.** Mit 1952 gelösten und ungelösten Aufgaben, 178 Anmerkungen, 207 Erklärungen und 214 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **E. R. Müller.** Preis: M. 5. —.

Lehrbuch des Projektionszeichnens (darstellende Geometrie). Erster Teil: **Die rechtwinklige Projektion auf eine und mehrere Projektionsebenen.** Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 271 Erklärungen und 226 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **J. Vonderlinn,** Privatdocent an der techn. Hochschule in München. Preis: M. 3. 50.

do. do. Zweiter Teil: **Über die rechtwinklige Projektion ebenflächiger Körper.** Mit 130 Erklärungen und 99 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **J. Vonderlinn.** Preis: M. 3. 50.

do. do. Dritter Teil. Erste Hälfte: **Schiefe Parallelprojektion, Centralprojektion einschliesslich der Elemente der projektiven Geometrie.** Mit 195 Erklärungen und 169 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **J. Vonderlinn.** Preis M. 3. 50.

Lehrbuch der Körperberechnungen. Erstes Buch. Mit vielen gelösten und ungelösten analogen Aufgaben nebst 184 in den Text gedruckten Figuren. **Zweite Auflage.** Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 4. —.

Lehrbuch der Körperberechnungen. Zweites Buch. Eine Sammlung von 772 vollständig gelösten und ungelösten analogen Aufgaben nebst 742 Erklärungen und 256 in den Text gedruckten Figuren. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 9. —.

Verlag von Julius Maier in Stuttgart.

Lehrbuch der Goniometrie (Winkelmessungslehre) mit 307 Erklärungen und 52 in den Text gedruckten Figuren nebst einer Sammlung von 513 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 7. —.

Lehrbuch der ebenen Trigonometrie. Eine Sammlung von 1049 gelösten, oder mit Andeutungen versehenen, trigonometrischen Aufgaben und 178 ungelösten, oder mit Andeutungen versehenen trigonometrischen Aufgaben aus der angewandten Mathematik. Mit 797 Erklärungen, 563 in den Text gedruckten Figuren und 65 Anmerkungen nebst einem ausführlichen Formelnverzeichnis von über 500 Formeln. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 18. —.

Lehrbuch der sphärischen Trigonometrie. Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Mit 236 Erklärungen und 56 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelnverzeichnis. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. W. Láska.** Preis M. 4. 50.

Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen. Mit 221 Erklärungen und 38 in den Text gedruckten Figuren. Mit einer Sammlung von 269 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben nebst den Resultaten der ungelösten Aufgaben und einem Formelverzeichnis. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Richard Krüger.** Preis: M. 5. —.

Lehrbuch der Differentialrechnung. Erster Teil: Die einfache und wiederholte Differentiation explizieter Funktionen von einer unabhängigen Variablen. Ohne Anwendung der Grenzen- und der Nullen-Theorie und ohne Vernachlässigung von Grössen. Nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Zweite Auflage. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 5. —.

Lehrbuch der Integralrechnung. Erster Teil. Mit einer Sammlung von 592 gelösten Aufgaben. Für das Selbststudium, zum Gebrauch an Lehranstalten, sowie zum Nachschlagen von Integrationsformeln und -Regeln. Bearbeitet nach eigenem System und im Anschluss an das Lehrbuch der Differentialrechnung von **Adolph Kleyer.** Preis: Mark 10. —.

Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Mit 303 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Ergebnissen der ungelösten Aufgaben, 68 Erklärungen und 27 in den Text gedruckten Figuren. Nach **System Kleyer** bearbeitet von **Dr. K. J. Bobek.** Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der sphärisch. und theoret. Astronomie und der mathematischen Geographie. Nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben mit den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Mit 328 Erklärungen, Formelnverzeichnis, 148 in den Text gedruckten Figuren und 2 Tafeln. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. W. Láska.** Preis: Mark 6. —.

Lehrbuch der allgemeinen Physik. (Die Grundbegriffe und Grundsätze der Physik.) Mit 549 Erklärungen, 83 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelnverzeichnis, nebst einer Sammlung von 120 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Richard Klimpert.** Preis: M. 8. —.

Lehrbuch der Elasticität und Festigkeit mit 212 Erklärungen, 186 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelnverzeichnis, nebst einer Sammlung von 167 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, nebst den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Richart Klimpert.** Preis: M. 5. 50.

Lehrbuch der Statik flüssiger Körper (Hydrostatik) mit 425 Erklärungen, 300 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelnverzeichnis, nebst einer Sammlung von 208 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Richard Klimpert.** Preis: M. 8. —.

Lehrbuch der Statik fester Körper (Geostatik) mit 291 Erklärungen und 380 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelnverzeichnis nebst einer Sammlung von 359 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Richard Klimpert.** Preis: M. 9.—.

Lehrbuch der Dynamik fester Körper (Geodynamik) mit 690 Erklärungen, 380 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelnverzeichnis nebst einer Sammlung von 500 gelösten und ungelösten analogen Aufgaben, mit den Resultaten der ungelösten Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **R. Klimpert.** Preis: M. 13. 50.

Lehrbuch über die Percussion oder den Stoss fester Körper. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Richard Klimpert.** Separat-Abdruck aus Klimpert, Lehrbuch der Dynamik. Preis: M. 3. —.

Lehrbuch über das spezifische Gewicht fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Mit 55 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben, nebst den Resultaten der letzteren und 28 in den Text gedruckten Figuren. Preis: M. 2. —

Lehrbuch des Magnetismus und des Erdmagnetismus nebst einer Sammlung von gelösten und ungelösten Aufgaben, erläutert durch 189 in den Text gedruckte Figuren und 10 Karten. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der Reibungselektricität (Friktions-Elektricität, statischen oder ruhenden Elektricität) erläutert durch 860 Erklärungen und 273 in den Text gedruckte Figuren, nebst einer Sammlung gelöster und ungelöster Aufgaben. Von **Ad. Kleyer.** Preis: M. 7. —.

Lehrbuch der Kontaktelektricität (Galvanismus) nebst einer Sammlung von gelösten und ungelösten Aufgaben. Mit 731 Erklärungen, 238 in den Text gedruckten Figuren und einem Formelnverzeichnis. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. Oscar May.** Preis: M. 8. —.

Lehrbuch der Elektrodynamik (Erster Teil) mit 105 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. Oscar May.** Preis: M. 3. —.

Lehrbuch des Elektromagnetismus mit 302 Erklärungen, 152 in den Text gedruckten Figuren und einem ausführlichen Formelnverzeichnis, nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. Oscar May** und **Adolf Krebs.** Preis: M. 4. 50.

Lehrbuch der Induktionselektricität und ihrer Anwendungen (Elemente der Elektrotechnik). Mit 432 Erklärungen und 213 in den Text gedruckten Figuren nebst einer Sammlung gelöster Aufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. Adolf Krebs.** Preis: M. 6. —.

Lehrbuch der angewandten Potentialtheorie. Mit 588 Erklärungen und 47 in den Text gedruckten Figuren nebst einer Sammlung von erläuternden Beispielen und Uebungsaufgaben. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Dr. H. Hovestadt.** Preis: M. 7. —.

Lehrbuch der reinen und technischen Chemie. Anorganische Experimental-Chemie. Erster Band: Die Metalloide. Mit 2208 Erklärungen, 332 Experimenten und 366 in den Text gedruckten Figuren. Bearbeitet nach **System Kleyer** von **Wilh. Steffen.** Preis: M. 16. —.

894. Heft.

Preis des Heftes **25 Pf.**

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Seite 1—16. Mit 1 Figur.





Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der **Rechenkunst**, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie**; des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's**; der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen** etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)
nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Seite 1—16. Mit 1 Figur.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Die Schluss- und Kettenrechnung.

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri nebst Anwendungen.)

Anmerkung 1. Die Schlussrechnung umfasst die Anwendung des Rechnens mit benannten ganzen Zahlen und Brüchen auf die einfachsten Verhältnisse des praktischen Lebens und der Wissenschaft und bildet die Grundlage aller der Rechnungsarten, die man unter dem Namen der bürgerlichen und kaufmännischen zusammenfasst.

Ihr Wert und ihre Bedeutung liegt aber nicht nur in ihrer praktischen Brauchbarkeit, welche sie jedem Menschen unentbehrlich macht, sondern auch in dem formellen Nutzen, welchen sie auf das Schlussvermögen des Lernenden ausübt, indem sie neben einer richtigen Kenntnis der sachlichen und der Zahlenverhältnisse eine klare Auffassung und verständige Beurteilung der in jeder Aufgabe enthaltenen besonderen Bedingungen und Verhältnisse fordert.

Anmerkung 2. Die Schlussrechnung im weitesten Sinne oder Regeldetri (Dreisatz vom lateinischen regula de tribus partibus notis inveniendi quartum, Regel aus drei bekannten Gliedern ein viertes zu finden) ist aus den Bedürfnissen des praktischen Lebens herausgewachsen, ihr Ursprung reicht also bis in die vorgeschichtliche Zeit zurück. Noch lange bevor es eine Wissenschaft überhaupt gab, als aber schon durch Teilung der Arbeit die Erzeugnisse menschlichen Fleisses zunahmen und ausgetauscht wurden, da musste auch das Bedürfnis entstehen, den Wert der ausgetauschten Waren mit einander zu vergleichen und zu berechnen. Mit der weiteren Entwickelung des Handels, besonders mit der Einführung des Geldes als Zahlungsmittel machten sich in erhöhter Weise Mass- und Gewichtsvergleichungen und Preisberechnungen nötig. So finden wir denn in jenen Zeiten, von denen uns eigentliche Geschichte Kenntnis gibt, eine Reihe grosser Kulturvölker mit ausgedehnten Handelsbeziehungen, und viele Spuren bezeugen uns, dass jene Völkerschaften, insbesondere die Aegypter, Inder, Babylonier, Perser, Phönizier, Griechen und Römer eine ziemlich entwickelte praktische Rechenkunst besassen. Es darf uns darum nicht Wunder nehmen, dass die ältesten uns überlieferten Rechenbücher aus einer Zeit stammen, in der wir schon ziemlich entwickelte mathematische Kenntnisse finden.

Aus diesen Rechenbüchern ergiebt sich, dass im späteren Altertume die Aufgaben der Regeldetri vermittelst der Proportionen (siehe Abschnitt B_3) gelöst wurden.

Die nämliche Entwicklung der praktischen Rechenkunst, wie im Altertume, finden wir in Deutschland wieder. Vor der Reformation waren es nicht die Klöster und deren Schulen, die Stätten der damaligen Bildung, in denen wir die Pflege der praktischen Arithmetik zu suchen haben, sondern der Kaufmannsstand war der Träger dieser Kunst; der Lehrling lernte sie von seinem Lehrherrn. Für diese Kreise ist auch das älteste deutsche Rechenbuch geschrieben, welches auf uns gekommen ist. Es ist verfasst von Ulrich Wagner, einem Nürnberger Rechenmeister, und gedruckt im Jahre 1483 von Petzensteiner in Bamberg. Sein 10. Kapitel ist überschrieben „Die gulden Regel“ (siehe Erkl. 1) und enthält am Schlusse Anwendung der Regeldetri in Wareneinkaufsberechnungen. Hierin und in allen folgenden Rechenbüchern bis gegen Ende des 16. Jahrhunderts werden die Aufgaben ohne weitere Erläuterung und Begründung nach folgender mechanischen Regel gelöst, welche aus den Rechenbüchern des berühmten Adam Riese (1525) genommen

ist: „Setz hinden das du wissen wilt, das ihm am namen gleich setz forn vnd das ein ander Ding bedeut, setz mitten. Darnach multiplicir das hinden steht mit dem mittlern, was kompt, teile in das förder, so hastu berichtigung der frag vnd am namen gleich dem mittlern wie hie." Freilich war es nicht unbekannt, dass die Regeldetri aus den Proportionen erwachsen ist, aber niemand konnte Rechenschaft darüber geben, in welcher Weise es zu geschehen hat.

Im 17. Jahrhundert wurde eine andere Methode bevorzugt, die welsche Praktik genannt (siehe Anmerkung 18). Seit dem Ende des 13. Jahrhunderts hatte Norditalien die Vermittelung zwischen dem Orient und Europa übernommen und bildete den Mittelpunkt des damaligen Welthandels. Die Italiener waren nicht nur die klügsten und unternehmendsten Kaufleute jener Zeit, sondern auch die gewandtesten Rechner. Sie wurden in der Rechenkunst die Lehrmeister der Deutschen und ihre Methode, welche schon im 16. Jahrhundert eine bedeutende Rolle spielte, fand im 17. allgemeinste Verbreitung und fast ausschliessliche Anwendung. Sie wurde nach ihrem Ursprunge aus Welschland die welsche Praktik genannt.

1737 veröffentlichte ein holländischer Lehrer, Kaspar Franz de Rees, ein Buch, betitelt „Allgemeine Regel der Rechenkunst", welches ins Französische und 1739 ins Deutsche übersetzt wurde. Er zeigte darin die allgemeine Anwendbarkeit des sogenannten Kettensatzes (siehe Abschnitt D), welcher in Deutschland schon im 15. und 16. Jahrhundert bekannt war, auf alle Verhältnisse des kaufmännischen Rechnens und veranlasste dadurch die Verbreitung dieses Ansatzes, der nach ihm auch den Namen des Reesischen Satzes erhielt. Freilich war derselbe bis zur ersten Hälfte des 18. Jahrhunderts den meisten Kaufleuten noch unbekannt, und in den Rechenbüchern gab es keine gründliche Beschreibung davon, aber nach dieser Zeit erlangte er bis in unser Jahrhundert herein fast die ausschliessliche Herrschaft, so dass er die goldene Regel und die welsche Praktik in den Schatten stellte. Der Philantropist Basedow hatte in seinem Streben nach Vervollkommnung der Lehrweise in seinem 1773 erschienenen Werke „Ueberzeugende Methode der auf das bürgerliche Leben angewandten Arithmetik" nach dem Muster des Kettensatzes die nach ihm benannte Basedowsche Regel gebildet, bei welcher der Ansatz nicht ohne einiges Nachdenken gefunden werden kann. Busse verbesserte diese Regel zu Anfang dieses Jahrhunderts und bahnte dadurch den Uebergang zu der Methode an, mit welcher jetzt allgemein die Regeldetri gelehrt wird, zu dem Bruchsatz oder, wie er zuerst genannt wurde, dem Zweisatz.

War es bis dahin der Mechanismus, der überwog und das Bestreben, Rechenfertigkeit zu erzielen, ohne auf das Verständnis Rücksicht zu nehmen, so war man nunmehr bemüht, alles abstrakte Regelwerk zu verbannen und das Rechnen nach geistbildenden Grundsätzen zu lehren. Zwar entbrannte ein längerer Kampf, der bis in die siebziger Jahre hinein dauerte, ob die Regeldetri mit Hilfe von Proportionen oder durch den Dreisatz oder durch den Zweisatz zu lösen sei. Diesterweg und Heuser aber zeigten in ihrem „Methodischen Handbuch für den Gesamtunterricht im Rechnen" (4. Auflage 1845), dass der Zweisatz nur ein verkappter Dreisatz sei und sich nur in der Form unterscheide, für die Methode aber Gewinn bringe. So hat denn der Bruchsatz über alle allgemeinen Lösungsmethoden den Sieg davongetragen. Er gilt heute als das leichteste, natürlichste und schnellste Verfahren zur Lösung derjenigen Aufgaben, deren Ergebnisse durch Multiplikation und Division gefunden werden.

Anmerkung 3. Die Schlussrechnung zerfällt in zwei Hauptabschnitte, je nachdem das Ergebnis von nur einer oder von mehreren Bedingungen abhängt. Man unterscheidet demnach die einfache Schlussrechnung oder einfache Regeldetri, bei der wir gelegentlich die früher angewandten Methoden, die welsche Praktik und die Lösung durch Proportionen, kennen lernen werden, und die Zusammengesetzte Schlussrechnung oder zusammengesetzte Regeldetri (regula multiplex), deren Aufgaben früher durch die Basedowsche Regel gelöst wurden. Den dritten Hauptabschnitt bildet die Kettenregel, nach welcher zwar vermöge ihres praktischen Wertes alle Aufgaben der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri gerechnet werden können, die aber durch ihren starren

Mechanismus die Ausbildung des Geistes und Schärfung des Verstandes eher hindert als fördert.

Anmerkung 4. Dem Anfänger wird empfohlen den Abschnitt A sorgfältig durchzuarbeiten und, nachdem er sich mit den Schlussweisen des Kapitels B1 durch Rechnen vertraut gemacht hat, denselben abermals durchzunehmen. Es wird ihm dann das Folgende um so leichter werden.

Auch dem Wiederholenden ist dringend zu raten, dem Abschnitt A besondere Sorgfalt zu widmen.

Anmerkung 5. Die Voraussetzungen, welche von dem dieses Buch Studierenden verlangt werden, sind nur: 1. Gewandtheit im Rechnen mit benannten und unbenannten ganzen Zahlen, mit dezimalen und gemeinen Brüchen, wie sie in Frömters Lehrbuch der Grundrechnungsarten, 1. bis 3. Buch, gelehrt werden, und 2. genaue Kenntnis der deutschen und der wichtigsten ausländischen Münz-, Mass- und Gewichtssysteme, welche man in Olbrichts Lehrbuch der Münz-, Mass- und Gewichtskunde findet.

A. Ueber die Schlussrechnung im allgemeinen.

Frage 1. Was versteht man unter einfacher Schlussrechnung (siehe Erkl. 1)?

Erkl. 1. Im 16. Jahrhundert nannte man die Schlussrechnung „der Kaufleut Regel“ „clavis mercatorum“ (Schlüssel der Kaufleute), „regula proportionum“ (Regel der Proportionen), oder „wegen ihres unendlichen Nutzens“ „die gulden Regel“ (regula aurea, règle dorée).

Antwort. Einfache Schlussrechnung ist diejenige Rechnungsart, vermittelst deren aus drei gegebenen benannten Grössen eine vierte ebenfalls benannte gefunden wird.

Frage 2. In wieviel und welche Teile zerfällt jede Aufgabe?

Erkl. 2. Der Bedingungssatz wird auch Behauptungssatz genannt.

Antwort. Jede Aufgabe zerfällt in zwei Teile, in den Bedingungssatz (siehe Erkl. 2) und in den Fragesatz.

Frage 3. Aus wie viel Gliedern besteht der Bedingungssatz und der Fragesatz?

Erkl. 2a. Es ist dringend zu raten, so lange in der Lösung von Aufgaben noch nicht vollkommene Sicherheit und Festigkeit erlangt ist, die Sonderung in Bedingungs- und Fragesatz, wie es in diesem Buche bei vielen Auflösungen geschehen ist, nie zu unterlassen.

Antwort. Sowohl der Bedingungssatz als auch der Fragesatz enthält zwei benannte Glieder oder Sorten, die ein Grössenpaar bilden, und deren Zusammenhang durch den Satz ausgedrückt wird (siehe Erkl. 2a).

Frage 4. Was enthält der Bedingungssatz?

Erkl. 3. Unter dem Verhältnisse zweier Grössen im allgemeinen versteht man die Zusammenstellung beider Grössen zum Behufe

Antwort. Der Bedingungssatz enthält dasjenige Grössenpaar, von dessen Sach- und Zahlenverhältnis (siehe Erkl. 3) bei der betreffenden Aufgabe

ihrer Vergleichung. Die beiden Grössen, aus denen ein Verhältnis besteht, heissen Glieder des Verhältnisses (siehe auch Erkl. 10).

auszugehen ist. Er beginnt meistens mit dem Bindewort „wenn“ oder bildet einen Aussagesatz für sich.

Frage 5. Was enthält der Fragesatz?

Erkl. 4. Solche Fragewörter sind: Wieviel, wie gross, wie lang, wie breit, wie teuer, wie lange u. s. f.

Antwort. Der Fragesatz enthält dasjenige Grössenpaar, von welchem der eine Zahlenwert bekannt und der andere unbekannt ist. Er beginnt meistens mit einem Fragewort.

Frage 6. In welcher Beziehung stehen die Grössenpaare des Fragesatzes und des Bedingungssatzes zu einander?

Erkl. 5. Weiteres über zusammengehörige Grössenpaare findet man in den Antworten zu den Fragen 17 bis 20, siehe auch die Erkl. 21.

Antwort. Beide Grössenpaare sind zusammengehörig (siehe Erkl. 5), das heisst, beide stehen in demselben sachlichen Abhängigkeitsverhältnis, von welchem die Aufgabe handelt. Jedem Gliede des einen Satzes entspricht ein gleichbenanntes des anderen Satzes.

Frage 7. Wie bildet man den Ansatz (siehe Erkl. 6) zu jeder Regeldetriaufgabe?

Erkl. 6. Der Ansatz ist die Darstellung der Aufgabe in der für die Ausrechnung geeigneten Form.

Erkl. 7. Vielfach bezeichnet man das unbekannte Glied mit ?, da aber das Fragezeichen kein mathematisches Zeichen ist, und die Unbekannte in der Mathematik allgemein mit x bezeichnet wird, so ist auch hier diese Schreibweise vorzuziehen.

Antwort. Man schreibt in die eine Zeile den Bedingungssatz und in die andere den Fragesatz so, dass gleichbenannte Grössen untereinander zu stehen kommen. Das unbekannte Glied bezeichne man mit x (siehe Erkl. 7), ohne die Benennung dazu zu setzen. Für das Kopfrechnen empfiehlt es sich, das unbekannte Glied an die letzte Stelle zu setzen. Für das schriftliche Rechnen vergl. Abschnitt B_2 Nr. 3.

Frage 8. Wie verfährt man, wenn die entsprechenden Glieder nicht gleichbenannt sind?

Erkl. 8. Die Verwandlung einer benannten Zahl in eine andere oder die Zurückführung einer mehrfach benannten Grösse auf eine einfach benannte geschieht entweder durch Resolution (Verwandlung höherer Einheiten in niedere), oder Reduktion (Verwandlung niederer Einheiten in höhere) (siehe Frömters Lehrbuch der Grundrechnungsarten, 2. Buch und Olbrichts Lehrbuch der Münz-, Mass- und Gewichtskunde).

Antwort. Haben entsprechende Glieder verschiedene Benennungen, so muss man entweder dem Gliede des Fragesatzes die Benennung des entsprechenden Gliedes des Bedingungssatzes verschaffen (siehe Erkl. 8) oder umgekehrt (siehe Aufgabe 115).

Frage 9. Wie verfährt man, wenn einzelne Glieder mehrfach benannte Zahlen sind?

Antwort. Mehrfach benannte Zahlen sind auf eine Benennung zurückzuführen (siehe Erkl. 8 und Aufgabe 45 und 110).

Frage 10. Wann ist eine Grösse von einer anderen abhängig?

Erkl. 9. Wenn eine Grösse von einer andern abhängig ist, so sagt man, sie ist eine Funktion der letzteren. Die Lehre von den Funktionen bildet einen wichtigen Abschnitt der höheren Mathematik, die Funktionentheorie.

Antwort. Eine Grösse ist von einer zweiten abhängig, wenn eine Aenderung der letzten eine Aenderung der ersteren zur Folge hat (siehe Erkl. 9). So ist der Preis einer Ware abhängig von ihrer Menge, Güte, Seltenheit, von der Nachfrage, dem Angebote, weil eine Aenderung der Menge, Güte u. s. f. der Ware eine Aenderung des Preises nach sich zieht.

Frage 11. Welche Arten des Abhängigkeitsverhältnisses unterscheidet man bei der Schlussrechnung?

Erkl. 10. Diese Arten des Verhältnisses heissen geometrische Verhältnisse. Man unterscheidet davon das arithmetische, das quadratische, das kubische u. s. f. (siehe hierüber Staudacher, Lehrbuch der Proportionen).

Antwort. Bei der Schlussrechnung unterscheidet man zwei Arten des Abhängigkeitsverhältnisses, 1. das gerade oder direkte Verhältnis, 2. das umgekehrte oder indirekte Verhältnis (siehe Erkl. 10).

Frage 12. Wann stehen zwei Sorten in geradem oder direktem Verhältnisse?

Erkl. 11. Man sagt auch von zwei Sorten, die in geradem Verhältnisse stehen, sie sind direkt proportional (siehe Staudachers Lehrbuch der Proportionen).

Antwort. Zwei Sorten stehen in geradem oder direktem Verhältnisse, wenn einem Vielfachen der einen Sorte ein ebensogrosses Vielfaches der anderen Sorte entspricht, oder wenn einem Teile der einen Sorte der ebensovielste Teil der anderen Sorte entspricht (siehe Erkl. 11).

Frage 13. Wann stehen zwei Sorten in umgekehrtem oder indirektem Verhältnisse?

Erkl. 12. Man sagt auch von zwei Sorten, die in umgekehrtem Verhältnisse stehen, sie sind indirekt proportional (s. Staudacher, Lehrbuch der Proportionen).

Antwort. Zwei Sorten stehen in umgekehrtem oder indirektem Verhältnisse, wenn einem Vielfachen der einen Sorte der ebensovielste Teil der anderen Sorte entspricht, oder wenn einem Teile der einen Sorte das ebensogrosse Vielfache der anderen Sorte entspricht (siehe Erkl. 12).

Frage 14. Welche Sorten stehen in geradem oder direktem Verhältnisse?

Antwort. In geradem oder direktem Verhältnisse stehen (siehe Erkl. 13):

a) Die Grösse einer Kraft und die Grösse ihrer Wirkung;

denn mit doppelter Kraft erzielt man doppelte Wirkung,
mit halber Kraft erzielt man halbe Wirkung.

b) Die Zeitdauer einer Kraft und die Grösse ihrer Wirkung;

denn in 3-facher Zeit giebt eine Kraft 3-fache Wirkung,
im Drittel der Zeit giebt eine Kraft den dritten Teil der Wirkung.
(Siehe Erkl. 14).

c) Die Anzahl der Arbeiter und die Grösse des Lohnes;

denn eine 4-fache Arbeiterzahl erhält 4-fachen Lohn,
der vierte Teil einer Arbeiterzahl erhält den vierten Teil des Lohnes.

d) Die Anzahl der Arbeiter und die Grösse der Arbeit;

denn eine 5-fache Arbeiterzahl liefert das 5-fache der Arbeit,
der fünfte Teil einer Arbeiterzahl liefert den fünften Teil der Arbeit.

e) Die Länge der Arbeitszeit und die Menge des Lohnes;

denn in 6-facher Zeit verdient man 6-fachen Lohn,
im sechsten Teil der Zeit verdient man den sechsten Teil des Lohnes.

f) Die Länge der Arbeitszeit und die Grösse der Arbeit;

denn in 7-facher Zeit wird das 7-fache der Arbeit fertig,
im siebenten Teil der Zeit wird der siebente Teil der Arbeit fertig.

g) Die Geschwindigkeit einer Bewegung und der durchlaufene Raum;

denn mit 8-facher Geschwindigkeit wird der 8-fache Weg zurückgelegt,
mit dem 8. Teil der Geschwindigkeit wird der achte Teil des Weges zurückgelegt, wenn die Zeit dieselbe ist.
(Siehe Erkl. 15).

h) Die Grösse des Kapitals und der Zinsen;

Erkl. 13. Alle diese Verhältnisse sind nur unter der Voraussetzung richtig, dass die anderen Umstände sonst gleiche sind, d. h. die zweite Sorte verändert sich nur dann in dem angegebenen Masse so wie die erste, wenn ihre Veränderung nicht noch durch andere Ursachen veranlasst wird. So ist z. B. der Lohn, den Arbeiter bekommen, nicht nur abhängig von ihrer Anzahl, sondern auch von ihrer Leistungsfähigkeit, von der Dauer der Arbeitszeit und der Art ihrer Arbeit. Die Zinsen, die ein Kapital bringt, sind nicht nur abhängig von der Grösse des Kapitals, sondern auch von der Zeit und dem Zinsfusse (d. i. der Menge Zinsen, welche für je 100 Mark Kapital nach einem Jahre bezahlt werden).

Aufgaben, in denen ein derartiges mehrfaches Abhängigkeitsverhältnis auftritt, gehören in die zusammengesetzte Schlussrechnung (siehe Abschnitt C).
(Siehe hierzu auch die Erkl. 21).

Erkl. 14. Es muss hier ganz ausdrücklich vor einer weitverbreiteten aber ganz falschen Ausdrucksweise gewarnt werden. Man hüte sich zu sagen mal mehr oder grösser, wo es sich um Vervielfachung, oder mal weniger oder kleiner, wo es sich um Teilung handelt. Man spreche also nicht: In 3-facher Zeit erzielt man dreimal mehr oder dreimal grössere Wirkung; im Drittel der Zeit erzielt man dreimal weniger oder dreimal kleinere Wirkung, oder 4 Arbeiter erhalten viermal mehr Lohn als ein Arbeiter, oder 1 Arbeiter liefert fünfmal weniger Arbeit als 5 Arbeiter, oder mit doppelter Geschwindigkeit wird ein zweimal grösserer

Raum durchlaufen, oder mit dem siebenten Teil eines Kapitals erhält man siebenmal weniger Zinsen, sondern so wie es in den Antworten zu den Fragen 14 und 15 geschehen ist. Denn sage ich: „Ich habe einmal mehr Geld als du," so heisst dies: „Ich habe dein Geld und noch einmal dein Geld, d. i. doppelt so viel oder das zweifache." „Ich habe zweimal mehr Geld als du," heisst also: Ich habe dein Geld und noch einmal dasselbe und noch einmal dasselbe, d. i. das 3-fache von deinem Gelde. Folglich bedeutet dreimal mehr das vierfache; viermal mehr das fünffache u. s. f. Und demgemäss heisst zweimal weniger soviel als der dritte Teil, dreimal weniger soviel als der vierte Teil, viermal weniger soviel als der fünfte Teil u. s. f.

Erkl. 15. Unter Geschwindigkeit einer Bewegung versteht man den Weg, welchen der sich bewegende Körper in der Zeiteinheit zurücklegt. Als Zeiteinheit nimmt man gewöhnlich die Sekunde, mitunter auch die Minute oder Stunde.

Erkl. 16. Im gewöhnlichen Sinne versteht man unter einem Kapital eine Summe Geldes, welche nutzbringend oder zinstragend angelegt oder ausgeliehen wird, ohne dass sie sich selbst vermindert oder verloren geht (siehe Olbrichts Lehrbuch der Zinsrechnung und Kleyers Lehrbuch der Zinseszins und Rentenrechnung).

Erkl. 17. Man nennt Dividend (dividendus numerus) diejenige Zahl, in welche dividiert werden soll, Divisor diejenige Zahl, mit welcher dividiert werden soll, und Quotient das Ergebnis der Division.

Erkl. 18. Der Preis wächst nicht in demselben Masse als das Gewicht oder die Grösse bei Edelsteinen, Nutzhölzern, Glasscheiben und dergleichen, sondern in einem ganz anderem Masse, welches durch die Seltenheit oder die Schwierigkeit der Herstellung oder Aehnliches mitbestimmt wird. So kostet z. B. ein Diamant von 2 Gramm Gewicht nicht doppelt soviel als ein anderer von 1 Gramm, sondern das Vierfache.

denn mit dem 9-fachen eines Kapitals erhält man 9-fache Zinsen,
mit dem neunten Teil eines Kapitals erhält man den neunten Teil der Zinsen.
(Siehe Erkl. 16).

i) Die Dauer einer Einlage und die Grösse des Anteils am Gewinn oder Verluste;

denn in 10-facher Zeit erhalte ich das 10-fache des Gewinnes,
im Zehntel der Zeit erhalte ich den zehnten Teil des Gewinnes.

k) Die Grösse der Einlage und des Gewinnes;

denn mit dem 100-fachen einer Einlage erziele ich den 100-fachen Gewinn,
mit dem hundersten Teil einer Einlage erziele ich den hundertsten Teil des Gewinnes.

l) Die Länge der Pachtzeit und die Menge des Pachtgeldes;

denn für doppelte Pachtzeit ist doppelter Pacht zu zahlen,
für halbe Pachtzeit ist halber Pacht zu zahlen.

m) Die Grösse einer zu teilenden Zahl (eines Erbes) und die Grösse eines bestimmten Anteils (Erbteils);

denn ein 3-facher Dividendus ergiebt einen 3-fachen Quotienten,
der dritte Teil eines Dividendus ergiebt den dritten Teil des Quotienten.
(Siehe Erkl. 17).

n) Die Menge einer Ware und die Höhe des Preises (siehe Erkl. 18).

Für ein Vielfaches einer Warenmenge ist das ebensogrosse Vielfache des Preises zu zahlen,
für einen Teil einer Warenmenge ist der ebensovielste Teil des Preises zu zahlen.

o) Die Menge des Geldes und die dafür erhaltene Warenmenge.

Für ein Vielfaches einer Geldmenge erhalte ich das ebensogrosse Vielfache der Warenmenge,
für einen Teil einer Geldmenge erhalte ich den ebensovielsten Teil der Warenmenge;

oder: So wie sich die Geldmenge verändert, so verändert sich die Warenmenge.

Frage 15. Welche Sorten stehen in umgekehrtem oder indirektem Verhältnisse?

Antwort. In umgekehrtem oder indirektem Verhältnisse stehen:

a) Die Grösse einer Kraft und die zur Hervorbringung einer bestimmten Wirkung erforderliche Zeit;

denn doppelte Kraft giebt dieselbe Wirkung in halber Zeit,
halbe Kraft giebt dieselbe Wirkung in doppelter Zeit.

b) Die Anzahl der Arbeiter und die zur Vollendung einer bestimmten Arbeit erforderliche Zeit.

Das 3-fache einer Arbeiterzahl vollendet eine Arbeit im dritten Teil der Zeit,
der dritte Teil einer Arbeiterzahl vollendet eine Arbeit in 3-facher Zeit.

c) Die Anzahl der Verzehrer und die Länge der Zeit, während welcher ein gewisser Vorrat reicht.

4-fache Personenzahl reicht mit einem Vorrat den vierten Teil der Zeit,
der vierte Teil einer Personenzahl reicht mit einem Vorrat das Vierfache der Zeit.

d) Die Geschwindigkeit einer Bewegung und die Zeit, in der ein bestimmter Weg zurückzulegen ist.

Mit 5-facher Geschwindigkeit wird derselbe Weg im Fünftel der Zeit zurückgelegt,
mit dem Fünftel der Geschwindigkeit wird derselbe Weg in 5-facher Zeit zurückgelegt.
(Siehe Erkl. 15).

e) Das Kapital und die Zeit, um eine bestimmte Zinsenmenge zu erzielen.

Ein 6-faches Kapital bringt dieselben Zinsen im sechsten Teile der Zeit,
der sechste Teil eines Kapitals bringt dieselben Zinsen in 6-facher Zeit.
(Siehe Erkl. 16).

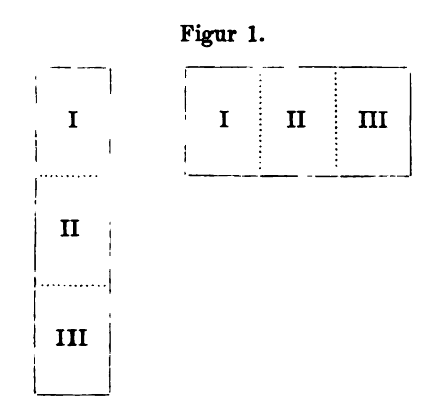
f) Die Anzahl der Verzehrer und die Grösse der Anteile an einem bestimmten Lebensmittelvorrat.

Bei 7-facher Verzehrerzahl ist eine Portion der siebente Teil,
bei dem siebenten Teil einer Verzehrerzahl ist eine Portion das 7-fache.

g) Die Anzahl der Erben und die Grösse des Erbteils.

Erkl. 19. Dem Lernenden ist zu empfehlen, sich aus Papier (am besten aus solchem, welches mit quadratischer Einteilung versehen ist) ähnliche Figuren wie Figur 1 herauszuschneiden und durch Zusammensetzen sich zu überzeugen, dass bei gleicher Fläche zu doppelter Breite halbe Länge, zu dreifacher Breite das Drittel der Länge, zum Viertel der Breite vierfache Länge u. s. f. gehört. Es wird ihm dann durch dieses sichtbare Beispiel das Wesen des umgekehrten Verhältnisses recht klar werden.

Figur 1.



Ist die Anzahl der Erben das 8-fache, so ist ein Erbteil der achte Teil.
Ist die Anzahl der Erben der achte Teil, so ist ein Erbteil das 8-fache.

h) Die Länge eines Rechtecks und seine Breite bei bestimmtem Flächeninhalt (siehe Erkl. 19 und Figur 1).

Bei gleicher Fläche von Rechtecken gehört zur 9-fachen Länge der neunte Teil der Breite und zum neunten Teil der Länge das 9-fache der Breite.

i) Der Preis des Getreides und das Gewicht eines im gleichen Preise bleibenden Backwerks.

Beträgt der Preis des Getreides das 10-fache als vorher, so erhält man für dasselbe Geld nur den zehnten Teil des Gewichts; ist der Preis ein Zehntel, so erhält man für dasselbe Geld das 10-fache des Gewichts.

k) Divisor und Quotient bei gleichem Dividenden (siehe Erkl. 17).

Bei 100-fachem Divisor erhalte ich den hundertsten Teil des Quotienten,
bei dem hundertsten Teil des Divisors erhalte ich das 100-fache des Quotienten.

l) Bruch und Nenner bei gleichbleibendem Zähler.

Ein Vielfaches eines Bruches erhalte ich, wenn ich bei gleichem Zähler den ebensovielsten Teil des Nenners nehme; einen Teil eines Bruches erhalte ich, wenn ich bei gleichem Zähler das ebensogrosse Vielfache des Nenners nehme.

m) Wert einer Ware und Menge, die man für dasselbe Geld erhält.

Wie der Wert einer Ware zunimmt, in demselben Masse nimmt die Menge, die man für dasselbe Geld erhält, ab; wie der Wert einer Ware abnimmt, in demselben Masse nimmt die Menge, die man für dasselbe Geld erhält, zu.

Frage 16. Welcher von den in Klammer gesetzten Ausdrücken der nachstehenden Sätze entspricht dem richtigen Verhältnis der entsprechenden Sorten? (Ueber die bei a bis z gebrauchten Abkürzungen siehe Erkl. 20.)

a) Kostet 1 kg Kaffee 2,80 ℳ, dann kosten 8 kg $\left\{\begin{matrix}\text{das 8-fache}\\ \text{den achten Teil}\end{matrix}\right\}$ von 2,80 ℳ

b) Gibt man täglich 1 ℳ aus, so reicht eine Geldsumme 20 Tage; giebt man täglich 2 ℳ aus, so reicht dieselbe Summe $\left\{\begin{array}{l}\text{das 2-fache}\\ \text{die Hälfte}\end{array}\right\}$ von 20 Tagen.

c) Mit 1 Pflug lässt sich ein Acker in 12 Tagen umpflügen; mit 6 Pflügen braucht man $\left\{\begin{array}{l}\text{den sechsten Teil}\\ \text{das 6-fache}\end{array}\right\}$ von 12 Tagen.

d) Rechnet man auf 1 ha 2,47 hl Aussaat, so braucht man für 17 ha $\left\{\begin{array}{l}\text{den siebzehnten Teil}\\ \text{das 17-fache}\end{array}\right\}$ von 2,48 ha.

e) Jemand, der täglich 1 Meile geht, kommt in 28 Tagen ans Ziel; legt er täglich 4 Meilen zurück, so erreicht er sein Ziel in dem $\left\{\begin{array}{l}\text{4-fachen}\\ \text{vierten Teil}\end{array}\right\}$ von 28 Tagen.

f) Erhält man für 1 ℳ 3 kg. Erbsen, so erhält man für 12 ℳ $\left\{\begin{array}{l}\text{das 12-fache}\\ \text{den zwölften Teil}\end{array}\right\}$ von 3 kg.

g) Wiegt 1 cbm Gerste 650 kg, so wiegen 43 cbm $\left\{\begin{array}{l}\text{den dreiundvierzigsten Teil}\\ \text{das 43-fache}\end{array}\right\}$ von 650 kg.

h) Ein Gefäss wird durch 4 gleiche Röhren in 6 Stunden gefüllt; 1 Röhre braucht $\left\{\begin{array}{l}\text{das 4-fache}\\ \text{den vierten Teil}\end{array}\right\}$ von 6 Stunden.

i) Verdienen 23 Arbeiter 80,50 ℳ, so verdient 1 Arbeiter $\left\{\begin{array}{l}\text{das 23-fache}\\ \text{den dreiundzwanzigsten Teil}\end{array}\right\}$ von 80,50 ℳ

j) Ein Schwungrad macht in 10 Minuten 85 Umdrehungen, dann macht es in 1 Minute $\left\{\begin{array}{l}\text{den zehnten Teil}\\ \text{das 10-fache}\end{array}\right\}$ von 85 Umdrehungen.

k) Erhält jeder Mann auf einem Schiffe täglich 3 l Wasser, so reicht der Vorrat 48 Tage; erhält er aber nur 1 l, so reicht der Vorrat $\left\{\begin{array}{l}\text{den dritten Teil}\\ \text{das 3-fache}\end{array}\right\}$ von 48 Tagen.

l) Jemand zahlt für 9 Monate 270 ℳ Miete; für 1 Monat zahlt er dann $\left\{\begin{array}{l}\text{das 9-fache}\\ \text{den neunten Teil}\end{array}\right\}$ von 270 ℳ

m) Von Leinwand, die 2 m breit ist, braucht man zu einem Segel 35 m; von Leinwand, die 1 m breit ist, braucht man $\left\{\begin{array}{l}\text{das Doppelte}\\ \text{die Hälfte}\end{array}\right\}$ von 35 m.

n) Auf 8 gleiche Wagen kann man 360 Ctr. laden; auf einen solchen Wagen lassen sich dann $\left\{\begin{array}{l}\text{der achte Teil}\\ \text{das 8-fache}\end{array}\right\}$ von 360 Ctr. laden.

o) Ein Arbeiter wird bei täglich 12stündiger Arbeitszeit mit einer Arbeit in 24 Tagen fertig; bei 1stündiger Arbeitszeit wird er im $\left\{\begin{array}{l}\text{12-fachen}\\ \text{zwölften Teil}\end{array}\right\}$ von 24 Tagen fertig.

p) 40 Personen reichen mit einem Vorrate 28 Tage; 1 Person reicht mit demselben Vorrat $\left\{\begin{array}{l}\text{das 40-fache}\\ \text{den vierzigsten Teil}\end{array}\right\}$ von 28 Tagen.

q) Eine Ware lässt sich in 56 Kisten packen, wenn jede 7 hl fasst; wenn jede 1 hl fasst, lässt sich dieselbe Warenmenge in $\left\{\begin{array}{l}\text{den siebenten Teil}\\ \text{das 7-fache}\end{array}\right\}$ von 56 Kisten packen.

r) Ein 2 m hoher Stab wirft einen Schatten von 1,5 m, dann ist der Schatten eines 6 m hohen Stabes $\left\{\begin{array}{l}\text{das 3-fache}\\ \text{der dritte Teil}\end{array}\right\}$ von 1,5 m.

s) Zu einem Kleide werden 18 m gebraucht, wenn der Stoff 40 cm breit ist; ist der Stoff 80 cm breit, so braucht man $\left\{\begin{array}{l}\text{das Doppelte}\\ \text{die Hälfte}\end{array}\right\}$ von 18 m.

t) Ein Arbeiter verdient in 5 Tagen 14 ℳ;
in 20 Tagen verdient er dann {das 4-fache / den vierten Teil} von 14 ℳ.

u) Das Vorderrad eines Wagens von 4 m Umfang macht in einer bestimmten Zeit 22 Umdrehungen; das Hinterrad von 8 m Umfang macht dann {das Doppelte / die Hälfte} von 22 Umdrehungen.

v) Eine Quelle liefert in 5 Minuten 10 l Wasser;
in 60 Minuten giebt sie {den zwölften Teil / das 12-fache} von 10 l.

w) Für eine gewisse Geldsumme werden 54 Personen 27 km weit befördert; für dasselbe Geld werden 18 Personen {das 3-fache / den dritten Teil} von 27 km befördert.

x) Ein Bottich wird gefüllt, wenn ein Gefäss von 10 l Inhalt 18 mal eingegossen wird; er wird gefüllt, wenn ein Gefäss von 2 l Inhalt {den fünften Teil / das 5-fache} von 18 mal eingegossen wird.

y) Von 8 Mahlgängen einer Mühle werden 60 hl Getreide gemahlen; von 2 Gängen wird dann {das 4-fache / der vierte Teil} von 60 hl gemahlen.

z) Ein Ofen braucht in 42 Tagen 14 hl Kohlen;
in 6 Tagen braucht er {das 7-fache / den siebenten Teil} von 14 hl.

Erkl. 20. Die Vielfachen und Unterabteilungen unserer Masse und Gewichte werden in folgender Weise bezeichnet:

a) Längenmasse:		b) Flächenmasse:	
Kilometer	km	Quadratkilometer	qkm
Meter	m	Hektar	ha
Centimeter	cm	Ar	a
Millimeter	mm	Quadratmeter	qm
		Quadratcentimeter	qcm
		Quadratmillimeter	qmm

c) Körpermasse:		d) Gewichte:	
Kubikmeter	cbm	Tonne	t
Hektoliter	hl	Kilogramm	kg
Liter	l	Gramm	g
Kubikcentimeter	ccm	Milligramm	mg
Kubikmillimeter	cmm		

Den Abkürzungen werden keine Schlusspunkte beigefügt. (Siehe Frömter, Grundrechnungsarten II., Seite 3).

ℳ ist das Zeichen für Mark, ₰ für Pfennig.

Antwort. Gerades Verhältnis ist vorhanden bei a, d, f, g, i, j, l, n, r, t, v, y, z, da einem Vielfachen der ersten Sorte ein ebensogrosses Vielfaches der zweiten Sorte entspricht und umgekehrt. Dagegen findet umgekehrtes Verhältnis statt bei b, c, e, h, k, m, o, p, q, s, u, w, x, weil einem Vielfachen der ersten Sorte der ebensogrosse Teil der zweiten Sorte entspricht und umgekehrt. Deshalb ist der obere Klammerausdruck zu lesen bei a, c, f, h, j, m, n, o, p, r, t, w, während der untere richtig ist bei b, d, e, g, i, k, l, q, s, u, v, x, y, z.

Frage 17. Wie stellt man zu dem Satze

a) 1 Arbeiter verdient an einem Tage 4 ℳ Lohn,

b) 12 kg Kaffee kosten 36 ℳ,

eine Reihe zusammengehöriger Grössenpaare (siehe Erkl. 21) auf?

Erkl. 21. Um eine Aufgabe nach der Regeldetri lösen zu können, ist es ein wesentliches Erfordernis, dass Bedingungs- und Fragesatz zusammengehörige Grössenpaare ent-

Antwort. a) „1 Arbeiter“ und „4 ℳ“ bilden ein Grössenpaar. Da nun nach Antwort c auf Frage 14 doppelte Arbeiterzahl doppelten Lohn erhält, so ist „2 Arbeiter“ und „8 ℳ“ ein zweites mit dem ersten zusammengehöriges Grössenpaar, und da aus demselben Grunde 3-fache Arbeiterzahl 3-fachen Lohn erhält, so ist „3 Arbeiter“ und

halten; oder mit andern Worten, dass das im Bedingungssatz gegebene Verhältnis auch wirklich in gleichem Masse auf den Fragesatz übertragen werden kann. Darum sind folgende Aufgaben entweder gar nicht oder nicht durch Regeldetri lösbar:

a) Ein Bergwerk liefert in 1 Jahre 50 t Silber, wieviel in den nächsten 2 Jahren?

b) Ein Obstbaum trug nach 6 Jahren 10 Früchte wieviel nach 12 Jahren?

c) In einem 60jährigen Forste schlugen 25 Arbeiter an 1 Tage 132 Bäume, wieviel werden sie in einem 70jährigen Forste in 3 Tagen schlagen?

d) 1000 Mann legen einen gewissen Marsch in 12 Tagen zurück. Wieviel brauchen 2000 Mann dazu?

e) Ein leeres Gefäss, das 10 hl fasst, kostet 14 ℳ. Was kostet eins, in welches 4 hl gehen?

f) Ein Mastbaum von 25 m Länge kostet 40 ℳ, wie teuer ist ein solcher von 35 m Länge?

g) Die Erde, welche von der Sonne 20 Millionen Meilen entfernt ist, erhält von ihr auf einen Quadratcentimeter jährlich 231684 Wärmeeinheiten. Wieviel erhält die Venus, welche 15 Millionen Meilen entfernt ist, auf einen Quadratcentimeter?

h) Ein freifallender Körper legt in der 1. Sekunde einen Weg von 4,904 m zurück, wieviel in den 3 folgenden?

i) Ein Quadrat von 5 m Seitenlänge enthält 25 qm. Wieviel hat ein solches von 15 m Seitenlänge?

Erkl. 21a. Nach Beschluss des Bundesrates vom 7. Nov. 1874 hat man sich „im amtlichen Verkehr bei Abkürzungen des Wortes „Mark“ des Zeichens ℳ. zu bedienen.“ Also mit Punkt dahinter.

„12 ℳ.“ ein drittes hierzu gehöriges Grössenpaar und so fort. Also erhält man folgende Reihe von Grössenpaaren:

1 Arbeiter	verdient	4 ℳ	Lohn,
2 „	verdienen	8 ℳ	„
3 „	„	12 ℳ	„
4 „	„	16 ℳ	„
5 „	„	20 ℳ	„

b) „12 kg“ und „36 ℳ.“ bilden ein Grössenpaar. Nach Antwort *n* auf Frage 14 entspricht doppelter Warenmenge doppelter Preis. Es ist demnach „24 kg“ und „72 ℳ.“ ein hierzu gehöriges Grössenpaar. In ähnlicher Weise ergiebt sich „36 kg“ und „108 ℳ.“ u. s. f.

Man bekommt hieraus folgende aufsteigende Reihe zusammengehöriger Grössenpaare:

12 kg	Kaffee	kosten	36 ℳ
24 kg	„	„	72 ℳ
36 kg	„	„	108 ℳ
48 kg	„	„	144 ℳ
60 kg	„	„	180 ℳ

Ferner entspricht aber halber Warenmenge der halbe Preis, woraus sich als weiteres hierher gehöriges Grössenpaar 6 kg und 18 ℳ. ergiebt. Durch ähnliche Schlussweisen findet man folgende absteigende Reihe zusammengehöriger Grössenpaare:

12 kg	Kaffee	kosten	36 ℳ
6 kg	„	„	18 ℳ
4 kg	„	„	12 ℳ
3 kg	„	„	9 ℳ
2 kg	„	„	6 ℳ
1 kg	„	kostet	3 ℳ

(Siehe Erkl. 21 a.)

Frage 18. Welche Lehrsätze (siehe Erkl. 22) ergeben sich hieraus für ein System (siehe Erkl. 23) zusammengehöriger Grössenpaare, die in geradem Verhältnisse stehen?

Erkl. 22. Man unterscheidet in der Mathematik Lehrsätze (Theoreme, propositiones) von den Grundsätzen (Axiomen). Während die ersteren bewiesen werden müssen, können die anderen nicht bewiesen werden, sie sind Erfordernisse der Vernunft und deshalb von selbst einleuchtend. Die wichtigsten Grundsätze sind:

Antwort. Für zusammengehörige Grössenpaare, die in geradem Verhältnisse stehen, gelten folgende zwei Lehrsätze:

a) Jedes Grössenpaar kann dadurch erhalten werden, dass man die Glieder irgend eines beliebigen mit einer richtig gewählten Zahl multipliziert.

1) Jede Grösse ist sich selbst gleich.

2) Jede Grösse ist der Summe ihrer Teile gleich.

3) Man kann für jede Grösse eine andere ihr gleiche einsetzen.

4) Wenn zwei Grössen derselben dritten Grösse gleich sind, so sind sie unter sich gleich.

5) Gleiches zu Gleichem addiert, giebt Gleiches.

6) Gleiches von Gleichem subtrahiert, giebt Gleiches.

7) Gleiches mit Gleichem multipliziert, giebt Gleiches.

8) Gleiches durch Gleiches dividiert, giebt Gleiches.

Erkl. 23. Unter System (vom griechischen σύστημα) versteht man das zusammengesetzte Ganze gleichartiger und unter sich zusammenhängender Teile.

Erkl. 24. Der Quotient aus den Zahlen eines Grössenpaares mit geradem Verhältnisse heisst der Exponent des Verhältnisses (siehe Staudacher, Lehrbuch der Proportionen).

So erhält man das Grössenpaar „48 kg“ und „144 ℳ“, indem man das Grössenpaar „24 kg“ und „72 ℳ“ mit 2 oder „3 kg“ und „9 ℳ“ mit 16 oder „36 kg“ und „108 ℳ“ mit $\frac{3}{4}$ multipliziert.

b) Die Zahlen aller Grössenpaare durch einander dividiert ergeben einen und denselben Quotienten (siehe Erkl. 24).

So ergiebt sich bei dem System a in Antwort auf Frage 17, wenn man jedesmal die zweite Zahl durch die erste dividiert, immer 4, oder wenn man die erste durch die zweite dividiert, $\frac{1}{4}$. Bei dem System b erhält man jedesmal durch Division der zweiten Zahl durch die erste 3 oder durch Division der ersten durch die zweite $\frac{1}{3}$.

Der Satz b ist die unmittelbare Folge des Satzes a; denn, wie in der Lehre von den gemeinen Brüchen gezeigt wird (siehe Maier, Lehrbuch der gemeinen und Dezimalbrüche), bleibt ein Bruch oder Quotient ungeändert, wenn beide Zahlen desselben mit einer und derselben Zahl multipliziert werden.

Frage 19. Wie stellt man zu dem Satze:

a) 1 Arbeiter schafft in 24 Tagen (siehe Erkl. 25) eine bestimmte Menge Erde fort;

b) mit einem gewissen Futtervorrate reichen 18 Pferde 42 Wochen,

eine Reihe zusammengehöriger Grössenpaare auf?

Erkl. 25. Unter Tag ist hier nicht die Zeit von 24 Stunden zu verstehen, sondern nur die Zeit, während welcher von nachts 12 Uhr bis wieder nachts 12 Uhr gearbeitet wird. Es wird hierbei darauf aufmerksam gemacht, dass eine Woche zwar 7 Wochentage hat, ab nur zu 6 Arbeitstagen zu rechnen ist.

Erkl. 26. Es liegt auf der Hand, dass man zu einem Grössenpaare beliebig viele zusammengehörige Grössenpaare aufstellen kann, d. h. zu einem Grössenpaare giebt es unendlich viele zugehörige.

Antwort. a) „1 Arbeiter“ und „24 Tage“ bilden ein Grössenpaar. Da nun nach Antwort b auf Frage 15 doppelter Arbeiterzahl die halbe Zeit entspricht, so ist „2 Arbeiter“ und „12 Tage“ ein zweites hierzu gehöriges Grössenpaar, und da dreifacher Arbeiterzahl ein Drittel der Zeit entspricht, so ist „3 Arbeiter“ und „8 Tage“ ein drittes hierher gehöriges Grössenpaar. Sonach erhält man die Reihe (siehe Erkl. 26):

1	Arbeiter	schafft die Erde	in	24	Tagen	fort,
2	Arbeiter	schaffen	sie	in	12	Tagen	fort,
3	„	„	„	„	8	„	„
4	„	„	„	„	6	„	„
6	„	„	„	„	4	„	„
8	„	„	„	„	3	„	„
12	„	„	„	„	2	„	„
24	„	„	„	„	1	Tage	fort.

Für die hier angeführten Beispiele muss man sich aber darauf beschränken als Zahlen des ersten Gliedes nur ganze zu nehmen, da es sinnlos sein würde, von halben Arbeitern, oder drittel Pferden zu sprechen.

Erkl. 27. Unter einer Reihe im mathematischen Sinne versteht man eine Menge aufeinanderfolgender Grössen, die in einer bestimmten Weise gesetzmässig gebildet werden. Eine aufsteigende Reihe ist eine solche, deren Glieder vom Anfangsgliede aus immer zunehmen, z. B. die Reihe der ganzen Zahlen 1, 2, 3, 4··· und die sogenannte arithmetische Reihe 7, 10, 13, 16, 19····; eine absteigende Reihe ist eine solche, deren Glieder vom Anfangsgliede aus immer abnehmen, z. B. $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}\cdots$ oder $\frac{1}{1}, \frac{1}{1\cdot2}, \frac{1}{1\cdot2\cdot3}, \frac{1}{1\cdot2\cdot3\cdot4}\cdots$

b) Auch bei b) besteht umgekehrtes Verhältnis, wie aus Antwort c auf Frage 15 hervorgeht. Man findet also in ähnlicher Weise wie bei a) als Reihe zusammengehöriger Grössenpaare:

18 Pferde reichen 42 Woch. mit einem Vorrate,
36 „ „ 21 „ mit demselb. „
54 „ „ 14 „ „ „ „
72 „ „ $10\frac{1}{2}$ „ „ „ „
90 „ „ $8\frac{2}{5}$ „ „ „ „

Der aufsteigenden Reihe (siehe Erkl. 27) der ersten Glieder entspricht hier eine absteigende Reihe der zweiten Glieder. Ferner findet man:

18 Pferde reichen 42 Woch. m. einem Vorrate,
9 „ „ 84 „ m. demselb. „
6 „ „ 126 „ „ „ „
3 „ „ 252 „ „ „ „
2 „ „ 378 „ „ „ „
1 Pferd reicht 756 „ „ „ „

Der absteigenden Reihe der ersten Glieder entspricht hier eine aufsteigende Reihe der zweiten Glieder.

Frage 20. Welche Lehrsätze ergeben sich hieraus für ein System zusammengehöriger Grössenpaare, die in umgekehrtem Verhältnisse stehen?

Antwort. Für zusammengehörige Grössenpaare, die in umgekehrtem Verhältnisse stehen, gelten folgende zwei Lehrsätze:

a) Jedes Grössenpaar kann dadurch erhalten werden, dass man von irgend einem beliebigen Grössenpaar das eine Glied mit einer richtig gewählten Zahl multipliziert und das andere Glied durch dieselbe Zahl dividiert.

Man erhält z. B. das Grössenpaar „36 Pferde“ und „21 Wochen“ (siehe Antwort b auf Frage 19) aus „9 Pferde“ und „84 Wochen“, indem man 9 Pferde mit 4 multipliziert (9 Pferde · 4 = 36 Pferde) und 84 Wochen durch 4 dividiert 84 Wochen : 4 = 21 Wochen) oder aus „54 Pferden“ und „14 Wochen“ indem man das erste Glied mit $\frac{2}{3}$ multipliziert und das zweite durch $\frac{2}{3}$ dividiert.

Erkl. 28. Das Wort Produkt stammt vom lateinischen Worte producere, vorführen, hervorbringen und bedeutet das Hervorgebrachte oder das Erzeugte und wird angewendet zur Bezeichnung des Ergebnisses der Multiplikation.

Erkl. 29. Es wird hierbei daran erinnert, dass man nicht etwa 18 Pferde mit 42 Wochen multiplizieren darf, sondern nur die reinen (unbenannten) Zahlen 18 und 42. Ebensowenig darf man bei Satz b, Frage 18, 36 ℳ. durch 12 kg dividieren, sondern nur 36 durch 12.

Die Grundregeln für das Rechnen mit mit benannten Zahlen lauten (s. Frömters Lehrbuch der Grundrechnungsarten 2):

1) für die Addition: Man darf nur gleichbenannte Zahlen addieren, das Ergebnis erhält dieselbe Benennung;

2) für die Subtraktion: Man darf nur gleichbenannte Zahlen subtrahieren, das Ergebnis erhält dieselbe Benennung;

3) für die Multiplikation: Man darf nur eine benannte Zahl mit einer reinen

multiplizieren, das Produkt erhält die Benennung des Multiplikanten;

4. für die Division: a) Teilen: Man kann eine benannte Zahl durch eine reine dividieren, der Quotient erhält die Benennung des Dividenden. b) Enthaltensein: Man kann eine benannte Zahl durch eine gleichbenannte dividieren, der Quotient ist dann eine reine Zahl.

b) Multipliziert man die Zahlen aller Grössenpaare mit einander, so erhält man stets dasselbe Produkt (siehe Erkl. 28).

Dieses Produkt ist bei den Grössenpaaren a) Frage 19 immer 24 und bei den Grössenpaaren b) Frage 19 immer 756 (siehe Erkl. 29).

Auch hier folgt der Satz b) unmittelbar aus Satz a), da sich, wie in der Lehre der Multiplikation gezeigt wird, ein Produkt nicht ändert, wenn man den einen Faktor mit irgend einer Zahl multipliziert und den anderen durch dieselbe Zahl dividiert.

Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1. Bilde zu den Sätzen
a) 1 Pferd bekommt täglich 5 l Hafer;
b) an 60 kg verdient ein Kaufmann 18 ℳ;
c) ein Rad macht in 20 Minuten 28 Umdrehungen
Reihen zusammengehöriger Grössenpaare.

Andeutung. Die Bildung dieser Reihen hat in ähnlicher Weise zu geschehen wie in der Antwort zu Frage 17, und zwar nach dem Satze a in der Antwort zu Frage 18.

Aufgabe 2. Bilde zu den Sätzen
a) giebt man täglich 1 ℳ aus, so reicht man mit einer Geldmenge 48 Tage;
b) legt ein Bote täglich 12 km zurück, so kommt er nach 9 Tagen ans Ziel;
c) liegt ein Stoff 40 cm breit, so braucht man zu einem Kleide 16 m Stoff;
Reihen zusammengehöriger Grössenpaare.

Andeutung. Die Bildung dieser Reihen hat in ähnlicher Weise zu geschehen wie in der Antwort zu Frage 19, und zwar nach dem Satze a in der Antwort zu Frage 20.

B. Ueber die einfache Schlussrechnung.
(Einfache Regeldetri.)

Anmerkung 6. Der Anfänger wird darauf aufmerksam gemacht, dass es für ihn am vorteilhaftesten ist, wenn er zunächst die gelösten Aufgaben eines jeden Kapitels durcharbeitet, sodann die an der Spitze des betreffenden Kapitels stehenden Fragen und Antworten durchnimmt und dann erst an die Bearbeitung der ungelösten Aufgaben geht.

Ferner ist es eine gute und das Nachdenken schärfende Arbeit, sich selbst mit Hilfe zusammengehöriger Grössenpaare Aufgaben zu bilden. Stoff hierzu ist genugsam in den Antworten zu den Fragen 17 und 19 in den Aufgaben 1 und 2 und besonders in der Frage 16 enthalten.

Anmerkung 7. In den Anwendungen der Grundrechnungsarten (siehe Frömters Lehrbuch der Grundrechnungsarten) kommen mehrfach schon Aufgaben, wie sie im

folgenden enthalten sind, vor. Doch ruht dort das Hauptgewicht auf der Rechnungsart, mit der sie gelöst werden, während das Schliessen sich bei der Einfachheit der berührten Verhältnisse fast unbewusst vollzieht. Hier jedoch sollen die nötigen Schlussreihen zum vollen Bewusstsein und Verständnis gebracht werden. Dazu genügt nicht zu fühlen oder zu wissen, was richtig ist, sondern zu begreifen. worauf richtiges Denken beruht, und warum der eingeschlagene Gedankengang richtig ist.

B1. Kopfrechnen.

Anmerkung 8. Es ist selbstverständlich, dass hier von einem eigentlichen Kopfrechnen nicht die Rede sein kann; denn dazu gehört die Wechselbeziehung zwischen Lehrer und Schüler durch das lebendige Wort. Diese kann aber durch die schriftliche Darstellung, wenn sie auch übereinstimmend mit dem gesprochenen Worte der mündlich gelösten Aufgaben gegeben wird, nicht erzielt werden. Trotzdem aber ist es jedem Lernenden dringend zu empfehlen, die hier für das Kopfrechnen gegebenen gelösten und ungelösten Aufgaben recht sorgfältig durchzuarbeiten und sich die einzelnen Schlussweisen nebst den dabei gegebenen Vorteilen für rasches Rechnen genau einzuprägen. Denn nur durch viele Uebungen im Kopfrechnen lässt sich ein tiefer Einblick in den Zahlenbau und die Zahlenverhältnisse, Freiheit und Gewandtheit in der Gruppierung und Verwandlung der Zahlen, endlich Fertigkeit im Schliessen erzielen, so dass diese Uebungen nicht nur für das richtige Denken überhaupt, sondern auch für das schriftliche Rechnen und für das Verständnis der ganzen Schlussrechnung von grösster Wichtigkeit sind.

Anmerkung 9. Der wichtigste Denkakt bei der Schlussrechnung besteht in dem Erkennen, ob bei dem in einer Aufgabe vorgelegten Verhältnisse das gerade oder das umgekehrte Verhältnis obwaltet. Um nun dem Lernenden diesen Denkakt nicht zu ersparen, vielmehr ihn darin zu üben, kommen im folgenden Aufgaben mit diesen beiden Arten des Verhältnisses in bunter Reihenfolge untereinander und sind nicht, wie es in so vielen — fast den meisten — Lehrbüchern des angewandten Rechnens geschieht, von einander getrennt.

---

a) Ueber das Schliessen beim Kopfrechnen mit ganzen Zahlen.

1) Ueber den Schluss von 1 auf eine ganze Zahl.

Frage 21. Wie schliesst man von 1 auf eine ganze Zahl bei geradem Verhältnisse?

Erkl. 30. Dieser Schluss kommt also auf eine Multiplikation hinaus, unterscheidet sich aber von einer gewöhnlichen Multiplikationsaufgabe insofern, als erst durch Denken entschieden werden muss, dass und warum multipliziert werden muss.

Antwort. Da jede ganze Zahl das Ebensovielfache von 1 ist, als sie angiebt, und bei geradem Verhältnisse einem Vielfachen der ersten Sorte das ebensogrosse Vielfache der zweiten Sorte entspricht, so schliesst man von 1 a f eine ganze Zahl, indem man n t ihr multipliziert (siehe Erkl. 30)

Frage 22. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse von 1 a) auf 7 b) auf 45 c) auf 100?

Antwort. Von 1 schliesst man) auf 7, indem man die zu 1 gehören e Grösse mit 7 multipliziert, b) auf 4 ,

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer" kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ **Das vollständige**

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

ka[illegible] jede Buchhandlung bezogen werden.

[illegible]erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

895. Heft.

Preis des Heftes **25 Pf.**

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 894. — Seite 17—32.





Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus **allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.**
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)

nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 894. — Seite 17—32.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.



Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in **allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

[illegible] 31. Die hierher gehörenden Aufgaben [illegible] vielfach unter der Ueberschrift Multi- [illegible]ions-Regeldetri zusammengefasst.

indem man sie mit 45 und c) auf 100, indem man sie mit 100 multipliziert (siehe Erkl. 31).

Frage 23. Wie schliesst man von 1 auf eine ganze Zahl bei umgekehrtem Verhältnisse?

Erkl. 32. Erfahrungsgemäss werden hierbei sehr viele Fehler gemacht, indem der flüchtige Rechner die Aufgaben mit umgekehrtem Verhältnisse auch durch Multiplikation löst. Darum mag der Lernende ja recht sorgfältig auf diese Verhältnisse achten.

Antwort. Da jede Zahl das Ebensovielfache von 1 ist, als sie angiebt und bei umgekehrtem Verhältnisse einem Vielfachen der ersten Sorte der ebensovielste Teil der anderen Sorte entspricht, so schliesst man von 1 auf eine ganze Zahl, indem man mit ihr dividiert (siehe Erkl. 32).

Frage 24. Wie schliesst man also von 1 a) auf 8, b) auf 57, c) auf 134 bei umgekehrtem Verhältnisse?

Erkl. 33. Dividieren, vom lateinischen Worte dividĕre (ein Ganzes in Teile zerlegen), fasst in sich zwei Begriffe, indem es teilen und enthaltensein (messen) bedeutet (siehe Erkl. 29, No. 4).

Antwort. Von 1 schliesst man a) auf 8, indem man die zu 1 gehörende Sorte durch 8 dividiert, b) auf 57, indem man sie mit 57, c) auf 134, indem man sie mit 134 dividiert (siehe Erkl. 33).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 3. 1 kg Kakao kostet 6 ℳ; wie teuer sind 4 kg?

Erkl. 34. Diese erste Behandlung ist hier nur um desswillen durchgeführt, um den Einblick des Lernenden in das Wesen der Sache zu vertiefen.

Erkl. 35. Diese Sätze sind nur dann richtig, wenn jedes der 4 kg von gleicher Beschaffenheit und demnach von gleichem Werte ist.

Derartige Ueberlegungen lassen sich bei jeder Aufgabe leicht anstellen und dienen dazu, Fälle ausfindig zu machen, in denen die Regeldetri nicht anwendbar ist (siehe auch die Erkl. 21).

Erkl. 36. Man erkläre sich die 4 Posten durch Ankauf je eines Kilogrammes an 4 verschiedenen Stellen.

Erkl. 37. Man denke sich je ein kg viermal an derselben Stelle gekauft.

Auflösung. Der Ansatz lautet:

Bedingungssatz: 1 kg Kakao kostet 6 ℳ
Fragesatz: 4 kg Kakao kosten x.

1. Behandlung (siehe Erkl. 34):

1 kg Kakao ist wertgleich mit 6 ℳ,
1 „ „ „ „ „ 6 „
1 „ „ „ „ „ 6 „
1 „ „ „ „ „ 6 „
(siehe Erklärung 35).

Durch Addition (siehe Erkl. 36) folgt hieraus: 4 kg Kakao sind wertgleich mit 24 ℳ; denn hat man zwei gleiche Grössen (1 kg und 6 ℳ) und zählt zu jeder derselben zwei ebenfalls gleiche hinzu (1 kg und 6 ℳ), so kommen gleiche Grössen heraus (2 kg und 12 ℳ) (siehe Erkl. 22, 5) u. s. f.

2. Behandlung (siehe Erkl. 37):

1 kg Kakao ist wertgleich mit 6 ℳ
1 kg · 4 Kakao sind wertgleich mit 6 ℳ · 4,

also sind 4 kg wertgleich mit 24 ℳ, denn multipliziert man zwei Grössen, die gleich sind, mit gleichen Grössen, so erhält man Wertgleiches (siehe Erkl. 22, 7).

Aufgabe 4. Ein Stückchen Butter kostet 58 ₰. Wie teuer sind a) 5 Stückchen, b) 50 Stückchen?

Erkl. 38. Mit 5 (50) wird multipliziert, indem man die Hälfte nimmt, das Gefundene sind Zehner (Hunderter), bleibt der Rest 1, so hat man noch 5 (50) hinzuzuzählen; denn 5 ist die Hälfte von 10, und 50 ist die Hälfte von 100.

Auflösung. Hier ist der Ansatz:

Bedingungssatz: 1 Stückchen kostet 58 ₰.

Fragesatz: a) 5 [b) 50] Stückchen kosten x.

Da für mehr Ware ebensovielmalmehr Geld zu zahlen ist, so kosten 5 Stückchen das 5-fache von 1 Stückchen, also 58 ₰ · 5 = 290 ₰, und 50 Stückchen 58 ₰ · 50 = 2900 ₰ = 29 ℳ (siehe Erkl. 38).

Aufgabe 5. Ein Arbeiter verdient an einem Tage 3,40 ℳ; wieviel verdient er in einer Woche?

Erkl. 39. 3,40 ℳ · 6 rechnet man in folgender Weise aus:

3,00 ℳ · 6 = 18,00 ℳ
0,40 ℳ · 6 = 2,40 ℳ addiert
3,40 ℳ · 6 = 20,40 ℳ

Auflösung. Die Arbeitswoche hat 6 Tage, also lautet der Ansatz:

Bedingungssatz: An 1 Tage werden 3,40 ℳ verdient.

Fragesatz: An 6 Tagen werden x verdient.

Es liegt gerades Verhältnis zu Grunde, denn je mehr Arbeitstage ebensovielmalmehr Lohn, also erhält der Arbeiter nach 1 Woche 3,40 ℳ · 6 = 20,40 ℳ Lohn (siehe Erkl. 39).

Aufgabe 6. 1 cm Atlas kommt auf 8 ₰ (siehe Erkl. 40) zu stehen; wie teuer ist 1 m?

Erkl. 40. Das Zeichen ₰ ist ein verschnörkeltes d, und dieses ist der Anfangsbuchstabe des lateinischen denarius, einer römischen Münze, die zur Zeit der Republik einen Wert von 70 ₰, zur Zeit des Kaiserreiches einen solchen von 85 ₰ hatte.

Auflösung. 1 m hat 100 cm. Also heisst die Bedingung: 1 cm Atlas kommt auf 8 ₰ zu stehen.

Die Frage: 100 cm Atlas kommen auf x zu stehen.

Wie in Aufgabe 4 ist hier gerades Verhältnis, also kommen 100 cm zu stehen auf 8 ₰ · 100 = 800 ₰ = 8 ℳ. Daraus ergiebt sich die Regel: *Soviel Pfennige 1 Centimeter kostet, soviel Mark kostet 1 Meter.*

Aufgabe 7. 1 l Wein kostet 1,85 ℳ. Wie teuer ist 1 hl?

Erkl. 41. Mit 10, 100, 1000 u. s. f. wird ein Dezimalbruch multipliziert, indem man das Komma 1 oder 2 oder 3 u. s. f. Stellen nach rechts rückt.

Diese Regel lässt sich auch auf ganze Zahlen ausdehnen, wenn man sich nur bei ihnen hinter der letzten Stelle ein Komma geschrieben denkt.

Auflösung. 1 hl hat 100 l. Also ist der Bedingungssatz: 1 l Wein kostet 1,85 ℳ.

Fragesatz: 100 l kosten x.

Aus demselben Grunde wie bei Aufgabe 4 haben wir gerades Verhältnis. Darum kosten 100 l Wein 1,85 ℳ · 100 = 185 ℳ (siehe Erkl. 41), oder da 1,85 ℳ = 185 ₰ sind 185 ₰ · 100 = 185 Mark. Es folgt die Regel: *Soviel Pfennige 1 Liter kostet, soviel Mark kostet 1 Hektoliter.*

Aufgabe 8. 1 Muskatnuss kostet 4 ₰. Wie teuer sind 100 solche Nüsse?

Erkl. 42. Für mehrere Stück hat man folgende Benennungen:

12 Stück = 1 Dutzend,
15 „ = 1 Mandel,
60 „ = {5 Dutzend / 4 Mandeln} = 1 Schock.
144 „ = 12 Dutzend = 1 Gross

Auflösung.
Bedingungssatz: 1 Nuss kostet 4 ₰.
Fragesatz: 100 Nüsse kosten x.

Für 100 Nüsse ist das 100-fache zu zahlen, d. h. 400 ₰ = 4 ℳ, also geradesoviel Mark als 1 Stück Pfennige kostet. Also gilt die Regel: 100 Stück einer Ware kommen geradesoviel als 1 Stück Pfennige kostet.

Aufgabe 9. 1 ℔ (siehe Erkl. 43) kostet 66 ₰; wie teuer ist ein Zentner?

Erkl. 43. Das Zeichen ℔ ist aus den Buchstaben lb des lateinischen Wortes libra, welches ein römisches Gewicht von 327,45 g bedeutet, entstanden.

Auflösung. 1 Zentner hat 100 ℔. Also lautet
der Bedingungssatz: 1 ℔ kostet 66 ₰.
der Fragesatz: 100 ℔ kosten x

Es ist ebenfalls direktes Verhältnis: 100 ℔ kosten das 100-fache von 1 ℔ d. s. 66 ℳ. Man hat die Regel: Soviel Pfennige 1 ℔ kostet, soviel Mark kostet 1 Zentner.

Aufgabe 10. 1 kg Arracan-Reis kostet 32 ₰. Wie teuer sind 100 kg?

Erkl. 44. Für Doppelzentner wird häufig (besonders in Oesterreich) das Wort Meterzentner gebraucht. Dies ist aber grundfalsch. Die Verbindung von Längeneinheit und Gewichtseinheit zu einem Worte, wie Fusspfund, Meterkilogramm, Meterzentner, bezeichnet eine Arbeitsleistung. Und zwar bedeutet „8 Meterzentner“ die Arbeit oder die Kraft, die erforderlich ist, 1 Zentner 8 m hoch zu heben (8 m weit fortzuschaffen) oder 8 Zentner 1 m hoch zu heben (fortzuschaffen).

Auflösung. Ansatz und Berechnung wie bei Aufgabe 8. Ergebnis: 100 kg kosten 32 ₰ · 100 = 3200 ₰ = 32 ℳ. Da 1 kg = 2 ℔, so sind 100 kg = 200 ℔ oder 2 Zentner oder, wie man allgemein sagt, ein Doppelzentner. Man findet daher die Regel: Soviel Pfennige 1 Kilogramm kostet, soviel Mark kostet 1 Doppelzentner (siehe Erkl. 44).

Aufgabe 11. Ein Arbeiter braucht zum Umgraben eines Gartens 12 Tage. In welcher Zeit werden 6 Arbeiter damit fertig?

Erkl. 45. Wie man erkennen wird, ist hierbei das umgekehrte Verhältnis durch das gerade ersetzt, also immer der Schluss in der vorher geübten Weise gebildet. Dieser Gang soll nur in das Verständnis der umgekehrten Verhältnisse einführen. Zur weiteren Erläuterung mag folgendes dienen: Durch Konstruktion und Messung (siehe Erkl. 19) gelangt man bei Rechtecken zu den Sätzen: Wenn die Breite bleibt und die Länge sich vervielfacht, so wird die Fläche ebenso vervielfacht. Wenn die Länge bleibt und die Breite wird vervielfacht, so wird die Fläche ebenso vervielfacht (siehe Figur 2). Wenn die Breite bleibt und die Länge so und so viel mal so klein wird, bleibt von der Fläche der ebensovielste Teil. Soll aber die Fläche bleiben, und die Länge

Auflösung. Der Ansatz lautet:
Bedingungssatz: 1 Arbeiter braucht 12 Tage.
Fragesatz: 6 Arbeiter brauchen x.

1. Behandlung (siehe Erkl. 45). 1. Teil. In 12 Tagen

Bds.: gräbt 1 Arbeit. 1 Garten um, } Gerades
Fgs.: graben 6 Arbeiter x um. } Verhältnis.

6 Arbeiter leisten die 6-fache Arbeit, sie graben also in derselben Zeit 6 solche Gärten um.

2. Teil. 6 Arbeiter graben

Bds.: 6 Gärten in 12 Tagen um, } Gerades
Fgs.: 1 Garten in x. } Verhältnis.

Zu dem 6. Teile der Arbeit brauchen sie ein Sechstel Zeit, also 2 Tage. Man hat gefunden: den Garten graben 6 Arbeiter in 2 Tagen um.

(Breite) sich vervielfachen, so sinkt die Breite (Länge) auf den ebensovielsten Teil.

2. **Behandlung.** Je mehr Arbeiter angestellt sind, ebensovielmal eher wird die Arbeit fertig; es liegt also umgekehrtes Verhältnis zu Grunde. 6 Arbeiter brauchen den 6. Teil der Zeit, welche 1 Arbeiter nötig hat, also 12 Tage : 6 = 2 Tage.

Aufgabe 12. Zum Tapezieren eines Zimmers sind 64 Rollen Tapete von 1 m Breite erforderlich. Wieviel Rollen von 2 m Breite braucht man dazu?

Figur 2.

1 m   1 m   1 m

2 m

Auflösung. Der Ansatz heisst:
Bds.: Bei 1 m Breite braucht man 64 Rollen.
Fgs.: Bei 2 m Breite braucht man x.

Da jede Rolle von 2 m Breite doppelt soviel Fläche deckt (siehe Figur 2), als eine gleich lange von 1 m Breite, so braucht man bei 2 m Breite nur halb soviel Rollen als bei 1 m Breite. Bei 1 m Breite braucht man 64 Rollen, bei 2 m Breite demnach 32 solche Rollen.

Aufgabe 13. Giebt A täglich 1 Gulden (siehe Erkl. 46) aus, so reicht sein Geld 85 Tage. Wie lange reicht es, wenn er täglich 5 Gulden braucht?

Erkl. 46. Gulden ist eine österreichische Münze im Werte von 2 ℳ, oder eine holländische im Werte von 1,70 ℳ. Der österreichische Gulden hat 100 Kreuzer, der holländische 100 Cents.

Auflösung. Der Ansatz ist:
Bds.: Mit 1 Gulden täglich reicht er 85 Tage.
Fgs.: Mit 5 Gulden täglich reicht er x.

Je mehr er täglich ausgiebt, um so kürzere Zeit reicht sein Geldvorrat. Folglich findet hier umgekehrtes Verhältnis statt. Da er täglich 5 Gulden ausgiebt, so reicht er den 5. Teil von 85 Tagen, d. s. 17 Tage.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 14. 1 l Kartoffeln kostet 6 ₰. Wie teuer sind a) 2 l, b) 3 l, c) 4 l, d) 8 l, e) 10 l, f) 14 l, g) 24 l?

Aufgabe 15. Für 1 ℳ bekommt man 5 m Band. Wie viel erhält man für a) 3 ℳ, b) 12 ℳ, c) 21 ℳ, d) 58 ℳ, e) 144 ℳ, f) 93 ℳ, g) 257 ℳ?

Aufgabe 16. 1 ℔ Thee kostet 3,85 ℳ. Wieviel hat man zu bezahlen für a) 5 ℔, b) 6 ℔, c) 8 ℔, d) 9 ℔, e) 7 ℔, f) 3 ℔, g) 10 ℔?

Aufgabe 17. 1 Ei kostet 6 ₰. Wie teuer sind a) 32 Stück, b) 50 Stück, c) 1 Dutzend, d) 6 Dutzend, e) 1 Mandel, f) 8 Mandeln, g) 1 Schock?

Aufgabe 18. Für 1 Dutzend Knöpfe zahlt man 1,50 ℳ. Wie teuer sind a) 7 Dutzend, b) 1 Schock, c) 5 Schock, d) 20 Schock, e) 1 Gross, f) 4 Gross?

Aufgabe 19. 1 Stück einer Ware kostet a) 8 ₰, b) 18 ₰, c) 75 ₰, d) 30 ₰, e) 3,72 ℳ, f) 1,90 ℳ. Wie teuer sind 100 Stück?

Aufgabe 20. 1 cm kostet a) 1 ₰, b) 3 ₰, c) 6 ₰, d) 10 ₰, e) 15 ₰. Wie teuer ist ein Meter?

Aufgabe 21. 1 l kostet a) 12 ₰, b) 52 ₰, c) 65 ₰, d) 4,20 ℳ, e) 2,25 ℳ. Wie hoch kommt 1 hl zu stehen?

Aufgabe 22. 1 ℔ Schweinefleisch kostete zu Ende des Jahres 1885 61 ₰, 1886 60 ₰, 1887 und 1888 59 ₰, 1890 71 ₰. Wie teuer war jedesmal 1 Zentner?

Aufgabe 23. 1 kg kostet a) 22 ₰, b) 83 ₰, c) 170 ₰, d) 2,30 ℳ, e) 1,65 ℳ Wie teuer ist ein Doppelzentner?

Aufgabe 24. Auf 1 a erntet man 20 l Weizen. Wieviel Ertrag geben a) 16 a, b) 82 a, c) 1 ha, d) 3 ha, e) 8 ha?

Aufgabe 25. Um einen Graben aufzuwerfen, müsste 1 Mann 72 Tage arbeiten. Wie lange haben a) 6, b) 9, c) 12, d) 18, e) 36 Mann daran zu thun?

Aufgabe 26. Für 1 Zwanzigmarkstück erhält man 10 Gulden. Wieviel erhält man für a) 10, b) 32, c) 40, d) 100, e) 500 Zwanzigmarkstücke?

Aufgabe 27. Wenn für 1 kg russischen Kaviar 2,15 Silberrubel bezahlt werden, wie teuer sind dann a) 8 kg, b) 20 kg, c) 5 kg, d) 30 kg, e) 50 kg?

Aufgabe 28. A spart täglich 1 ₰ und bringt eine gewisse Summe in 120 Tagen zusammen. B legt täglich 3 ₰, C 4 ₰, D 10 ₰, E 20 ₰ zurück. In welcher Zeit hat jeder dieselbe Summe wie A gespart?

Aufgabe 29. Die Mannschaft eines Schiffes würde mit ihrem Lebensmittelvorrat 42 Tage reichen, wenn jeder 1 ℔ bekäme. Wie lange reicht er, wenn jeder a) 3 ℔, b) 1 kg, c) 6 ℔ bekäme?

Andeutung zu b) 1 kg = 2 ℔.

Aufgabe 30. Zum Aufbau eines Schuppens brauchen 1 Meister, 1 Geselle und 1 Handlanger 20 Tage. Der Meister berechnet für sich 4,30 ℳ, für den Gesellen 2,75 ℳ, für den Handlanger 1,75 ℳ täglichen Arbeitslohn. Wieviel ist im ganzen zu zahlen?

Aufgabe 31. Mit einer gewissen Menge Gas würden 36 Flammen 1 Stunde lang brennen. Wie lange brennen mit derselben Gasmenge a) 4, b) 6, c) 9, d) 12, e) 72 Flammen?

Aufgabe 32. Zum Umpflügen eines Ackers würde 1 Gespann Pferde 24 Tage nötig haben. In welcher Zeit werden a) 2, b) 4, c) 6 Gespanne fertig? d) Wieviel Gespanne müssten arbeiten, um an einem Tage fertig zu werden?

Aufgabe 33. Eine Frau erhält für ihr Geld, wenn 1 Stück 1 Pfennig kostet, 48 Stück. Wieviel erhält sie, wenn das Stück a) 4 ₰, b) 8 ₰, c) 24 ₰, d) 16 ₰, e) 12 ₰ kostet?

Aufgabe 34. Ein Eisenbahnzug legt in jeder Sekunde 14 m 50 cm zurück. Welchen Weg durchläuft er a) in 1 Minute, b) in 1 Stunde, c) in 3 Stunden?

Aufgabe 35. Ein Kaufmann bekam 6 Ballen Baumwolle, deren jeder 100 kg enthielt. Er hatte für 1 kg 1,50 ℳ zu zahlen und bekam beim Verkauf dafür 1,65 ℳ a) Wieviel hatte er zu zahlen? b) Wieviel nahm er ein? c) Wie gross war sein Gewinn?

Aufgabe 36. Ein Kaufmann bezog aus Paris 8 Stück Modestoffe, jedes Stück zu 120 m und 1 m zu 1,40 Francs und 35 Hüte das Stück zu 30 Francs. Wieviel Francs hatte er im ganzen zu zahlen?

Aufgabe 37. Wollte man Leinwand von 1 dcm Breite weben, so würde das Garn zu 252 m Länge reichen. Wie lang wird die Leinwand, wenn sie a) 9 dcm, b) 12 dcm, c) 14 dcm, d) 3 dcm breit werden soll?

Aufgabe 38. In einem Speisehause zahlte man für 10 Abonnementskarten 6 ℳ, für ein Mittagsessen ohne Abonnement aber 75 ₰. Wieviel gewann man durch das Abonnieren im ganzen?

Aufgabe 39. Auf den Kopf der Bevölkerung kommt in Deutschland jährlich 6,5 kg Zucker, 1,9 kg Tabak, 2270 g Kaffee und 50 g Thee. Wieviel von jeder Warensorte wird in einer Stadt von 50000 Einwohnern gebraucht?

Anmerkung 10. Weitere Aufgaben, die hierher gehören, sind im Abschnitt E enthalten. Es sind dies die Aufgaben 800, 832, 861, 891, 892, 926, 927, 959, 986, 1011, 1038, 1064, 1091, 1092, 1119.

---

2) Ueber den Schluss von einer ganzen Zahl auf 1.

Anmerkung 11. In dieses und die folgenden Kapitel sind gelegentlich Aufgaben eingestreut, welche nach dem Vorhergehenden zu rechnen sind. Diese Wiederholung soll das Geübte befestigen.

Frage 25. Wie schliesst man von einer ganzen Zahl auf 1 bei geradem Verhältnisse?

Erkl. 47. Dieser Schluss kommt also auf eine Division hinaus, unterscheidet sich aber von einer gewöhnlichen Multiplikationsaufgabe insofern, als erst durch einen Denkakt entschieden werden muss, dass und warum dividiert werden muss.

Antwort. Weil 1 der sovielste Teil einer ganzen Zahl ist, als sie angiebt, und bei geradem Verhältnisse einem Teile der einen Sorte der ebensogrosse Teil der anderen Sorte entspricht, so schliesst man von einer ganzen Zahl auf 1, indem man mit ihr dividiert (siehe Erkl. 47).

Frage 26. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse a) von 13, b) von 37, c) von 118 auf 1?

Erkl. 48. Die hierher gehörenden Aufgaben werden vielfach unter der Ueberschrift Divisions-Regeldetri zusammengefasst.

Antwort. Nach Antwort auf Frage 25 schliesst man a) von 13 auf 1, indem man die zu 13 gehörende 2. Sorte durch 13 dividiert, b) von 37 auf 1, indem man sie durch 37, c) von 118 auf 1, indem man sie durch 118 dividiert (siehe Erkl. 48).

Frage 27. Wie schliesst man von einer ganzen Zahl auf 1 bei umgekehrtem Verhältnisse (siehe Erkl. 49)?

Erkl. 49. In den Rechenbüchern des 16. Jahrhunderts und auch später noch wurde die Regeldetri mit umgekehrtem Verhältnisse behandelt unter der Ueberschrift: regula conversa oder eversa oder inversa.

Antwort. Weil 1 der sovielste Teil einer ganzen Zahl ist, als sie angiebt, und bei umgekehrtem Verhältnisse einem Teile der einen Sorte das ebensogrosse Vielfache der andern Sorte entspricht, so schliesst man von einer ganzen Zahl auf 1, indem man die 2. Sorte multipliziert.

Frage 28. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse a) von 13, b) von 37, c) von 118 auf 1?

Erkl. 50. Multiplizieren kommt vom lateinischen multiplicare, vervielfältigen.

Antwort. Nach Antwort auf Frage 27 schliesst man von 13 auf 1, indem man die zu 13 gehörende 2. Sorte mit 13 multipliziert (siehe Erkl. 50). Aehnlich verfährt man bei 37 und 118.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 40. Ein 6 Pfundbrot kostete 66 ₰. Wieviel kam 1 Pfund davon zu stehen (siehe Erkl. 51)?

Erkl. 51. Man darf hier nicht etwa fragen: Wie teuer war ein 1 Pfundbrot? denn ein 1 Pfundbrot macht ebensoviel Arbeit als ein 6 Pfundbrot.

Auflösung. Ansatz:

Bedingungss.: 6 ℔ kosteten 66 ₰. } Gerades
Fragesatz: 1 ℔ kostet x. } Verhältnis;

denn je weniger Ware, um so weniger Geld. 1 ℔ ist der 6. Teil von 6 ℔, also kostet 1 ℔ den 6. Teil von 66 ₰, d. s. 11 ₰.

Aufgabe 41. Ein Rad hatte auf einer Strecke von 320 m 50 Umdrehungen gemacht. Wie gross ist der Umfang des Rades?

Erkl. 52. Mit 5 oder 50 wird dividiert, indem man mit 10 oder 100 dividiert (siehe Erkl. 57) und den Quotienten mit 2 multipliziert, z. B.:

$$3886 : 5 = 388{,}6 \cdot 2 = 777{,}2$$
$$7951 : 50 = 79{,}51 \cdot 2 = 159{,}02.$$

Auflösung. Bei einer Umdrehung hat sich der Umfang des Rades einmal abgerollt, er ist also gleich dem Wege, den das Rad nach einer Umdrehung gemacht hat. Daher der Ansatz:

Bedingungss.: 50 Umdrehungen sind 320 m.

Fragesatz: 1 Umdrehung ist x.

1 ist der 50. Teil von 320, also kommt auf 1 Umdrehung der 50. Teil von 320 m, das sind 6,4 m (siehe Erkl. 52).

Aufgabe 42. Jemand nahm im März 186 fl. ö. (siehe Erkl. 53) ein. Wieviel konnte er täglich ausgeben, wenn alles und nicht mehr verbraucht werden sollte?

Erkl. 53. fl. ist die Abkürzung für Gulden. Es sind die Anfangsbuchstaben des lateinischen Wortes für Gulden florenus. fl. ö. bedeutet österreichische Gulden, fl. h. holländische Gulden.

Auflösung. Der März hat 31 Tage. Die Ausgabe an einem Tage ist gleich der durchschnittlichen Einnahme. Folglich heisst die

Bedingung:

An 31 Tagen war die Einnahme 186 fl.

Frage:

An 1 Tage war die Einnahme x.

An 1 Tage nahm er den 31. Teil von 186 fl. ein, d. s. 6 fl. Er konnte mithin täglich 6 fl. ausgeben.

Aufgabe 43. Für 100 Stück Zigarren wurden 9 fs. (siehe Erkl. 54) bezahlt. Wie teuer kam 1 Stück?

Erkl. 54. fs. ist Abkürzung für Francs, eine französische Münze, deren Wert 80 ₰ ist. 1 Franc hat 100 Centimes. cs ist die Abkürzung für Centimes, c für 1 Centime. Für Francs findet man man auch Frs.

Auflösung.
Bds.: 100 Stück kosten 9 fs. } Gerades
Fgs.: 1 Stück kostet x. } Verhältnis.

1 Stück ist der 100. Teil von 100 Stück, kostet also den 100. Teil von 9 fs. 9 fs. sind 900 cs, der 100. Teil davon sind 9 cs. Also die Regel: Soviel Francs (Mark) 100 Stück kosten, soviel Centimes (Pfennige) kostet ein Stück.

Aufgabe 44. 1 hl Bier kostet 43 ℳ; wieviel kostet 1 l (siehe Erkl. 55)?

Erkl. 55. 1 Liter ist diejenige Raummenge, welche ein Kubikdecimeter fasst, d. i. ein Würfel, dessen Seite 1 dcm = 10 cm ist.

100 l = 1 hl
1000 l = 10 hl = 1 cbm.

Auflösung. 1 hl hat 100 l. Daher gilt
Bedingungss.: 100 l kosten 43 ℳ } Gerades
Fragesatz: 1 l kostet x. } Verhältnis.

1 l kostet den 100. Teil von dem, was 100 l kosten, hier von 43 ℳ 43 ℳ = 4300 ₰; 4300 ₰ : 100 = 43 ₰. Also 1 l kostet 43 ₰. Es gilt daher die Regel: Soviel Mark 1 hl kostet, soviel Pfennige kostet 1 l.

Aufgabe 45. 1 m Seide kostet 12 ℳ 50 ₰, wieviel 1 cm davon?

Erkl. 56. Mehrfache Benennungen werden auf eine gebracht, indem man entweder die höhere in die niedere verwandelt (resolviert); dies geschieht, indem man die höhere mit der Resolutionszahl multipliziert und die niedere dazu zählt (z. B. die Resolutionszahl für ℳ ist 100. — 12 ℳ = 12·100 ₰, dazu 50 ₰, giebt 12 ℳ 50 ₰ = 1250 ₰), oder die niedere Sorte durch Division mit der Reduktionszahl in die höhere verwandelt (reduziert), z. B. 50 ₰ = $\frac{50}{100}$ ℳ = $\frac{1}{2}$ ℳ.

Auflösung. Die mehrfach benannte Zahl 12 ℳ 50 ₰ ist auf eine Benennung zu bringen (siehe Erkl. 56). Ich kann dafür setzen $12\frac{1}{2}$ ℳ oder 1250 ₰, da nun 1 m = 100 cm ist, so lautet der Ansatz:
Bds.: 100 cm kosten $12\frac{1}{2}$ ℳ } Direktes
Fgs.: 1 cm kostet x. } Verhältnis.

1 cm kostet den 100. Teil von $12\frac{1}{2}$ ℳ, dieser ist $12\frac{1}{2}$ ₰. Also kostet 1 cm $12\frac{1}{2}$ ₰. Regel: Soviel Mark 1 m kostet, soviel Pfennige kostet 1 cm.

Aufgabe 46. Wie teuer ist 1 ℔ Carolina-Reis, wenn der Zentner mit 35,60 ℳ bezahlt wurde?

Erkl. 57. Mit 10, 100, 1000 u. s. f. wird dividiert, indem man das Komma 1 oder 2 oder 3 Stellen nach links rückt, oder bei ganzen Zahlen ebensoviel Stellen von rechts nach links abschneidet.

Auflösung. Ein Zentner hat 100 ℔, also
Bds.: 100 ℔ kosten 35,60 ℳ } Gerades
Fgs.: 1 ℔ kostet x. } Verhältnis.

1 ℔ kostet den 100. Teil von 35,60 ℳ d. s. 0,356 ℳ = 35,6 ₰ (siehe Erkl. 57). 1 ℔ kostet 35,6 ₰. Regel: Soviel Mark 1 Zentner kostet, soviel Pfennige kostet 1 Pfund.

Aufgabe 47. Zu 88 l Wein im Werte von 136,50 ℳ wurden 3 l Wasser gegossen. Wie teuer kommt 1 l der Mischung zu stehen?

Auflösung. 88 l Wein + 3 l Wasser = 91 l Mischung. Da das Wasser nichts kostet, so heisst:

Erkl. 58. Ein häufig anwendbarer Vorteil der Division besteht darin, dass man den Divisor in Faktoren zerlegt und mit jedem Faktor einzeln dividiert, z. B.:

$$136{,}50 : 91 = 136{,}50 : 7 \cdot 13$$
$$136{,}5 : 7$$
$$19{,}5 : 13 = 1{,}5$$

Bds.: 91 l kosten 136,50 ℳ } Gerades
Fgs.: 1 l kostet x. } Verhältnis.

1 l kostet den 91. Teil von dem, was 91 l kosten, hier von 136,50 ℳ. Dieser ist 1,50 ℳ (siehe Erkl. 58). Also: 1 l kostet 1,50 ℳ

Aufgabe 48. Mit 30 gleichen Wagen wird ein Haufen Schutt in 13 Tagen abgefahren. Wieviele Tage würde 1 Wagen hierzu brauchen?

Erkl. 59. Mit 30 wird multipliziert, indem man erst mit 3 dann mit 10 multipliziert. In ähnlicher Weise verfährt man bei der Multiplikation mit 20, 40 u. s. f. oder 200, 300 ··· 7000 und dergleichen.

Auflösung. Je weniger Wagen benutzt werden, um so mehr Zeit wird zum Abfahren des Schuttes gebraucht;

Bds.: 30 Wagen brauchen 13 Tage. } Indirektes
Fgs.: 1 Wagen braucht x. } Verhältnis.

1 Wagen braucht das 30-fache der Zeit, welche 30 Wagen brauchen. Diese haben 13 Tage nötig, 1 Wagen also $13 \cdot 30$ Tage $=$ 390 Tage (siehe Erkl. 59).

Aufgabe 49. Dividiere ich eine Zahl durch 25, so erhalte ich 46. Was kommt heraus, wenn ich die Zahl durch 1 dividiere?

Erkl. 60. Mit 25 wird eine Zahl multipliziert, indem man sie durch 4 dividiert, das Gefundene sind Hunderter; bleibt der Rest 1, so hat man noch 25, bleibt 2 noch 50, bleibt 3 noch 75 hinzuzuzählen, z. B. $6743 \cdot 25$

$6743 : 4 = 1685$ Rest 3

also ist:

$$6743 \cdot 25 = 168500 + 75 = 168575.$$

Auflösung. Der Ansatz heisst:

Bedingungssatz: Durch 25 dividiert, giebt 46.
Fragesatz: Durch 1 dividiert, giebt x.

Je kleiner der Divisor ist, um so grösser ist der Quotient, also umgekehrtes Verhältnis. Wenn ich durch 1 dividiere, erhalte ich also das 25-fache von dem, was kommt, wenn ich durch 25 dividiere, d. i. von 46. Nun ist $46 \cdot 25 = 1150$ (siehe Erkl. 60). Daher kommt, wenn ich durch 1 dividiere, 1150 heraus.

Aufgabe 50. 125 ℳ bringen in 29 Tagen eine gewisse Menge Zinsen. In welcher Zeit würde 1 ℳ dieselbe Zinsenmenge bringen?

Erkl. 61. 125 ist $\frac{1}{8}$ von tausend, also wird eine Zahl mit 125 multipliziert, indem man sie durch 8 dividiert, was herauskommt, sind Tausender, bleibt Rest 1, so hat man noch $125 \cdot 1$, bleibt 2, noch $125 \cdot 2$, bleibt 3, noch $125 \cdot 3$ u. s. f. hinzuzuzählen, z. B. $29 \cdot 125$ wird gerechnet $29 : 8 = 3$ Rest 5, also ist $29 \cdot 125 = 3000 + 125 \cdot 5 = 3625$.

Auflösung. Je kleiner die verlangte Geldsumme ist, um so länger muss sie ausgeliehen werden, um dieselbe Zinsenmenge zu bringen, also umgekehrtes Verhältnis. Es heisst der

Bds.: 125 ℳ bringen in 29 Tag. eine Zinsenm.
Fgs.: 1 ℳ bringt in x dies. Zinsenmenge.

1 ℳ bringt dieselben Zinsen in der 125-fachen Zeit als 125 ℳ, also in

29 Tagen $\cdot 125 = 3625$ Tagen
(siehe Erkl. 61).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 51. Eine Kiste Kieler Bücklinge, welche 30 Stück enthält, kostet 2,10 ℳ Wie teuer ist ein Stück?

Aufgabe 52. Für eine Mandel Eier wurden 75 ₰ bezahlt, wie teuer kam 1 Stück?

Aufgabe 53. 8 Pflasterer können eine Strasse in 16 Tagen fertig stellen. Wieviel Tage braucht 1 Pflasterer dazu?

Aufgabe 54. Eine Kiste Messina-Zitronen mit 100 Stück kostete 5,50 ℳ. Wie teuer war a) 1 Stück, b) 10 Stück, c) 12 Stück?

Aufgabe 55. Für 100 ℳ erhält man a) 124 fs., b) 58 fl. ö., c) 34 Rubel. Wieviel erhält man für 1 ℳ von jeder Geldsorte?

Aufgabe 56. Mit 6 Pflügen kann man ein Feld in 12 Tagen umackern. Wieviel Tage braucht man mit 1 Pfluge dazu?

Aufgabe 57. Ein Futtervorrat reichte für a) 20, b) 40, c) 60, d) 70, e) 80, f) 90 Kühe 23 Tage. Wie lange würde er für 1 Kuh reichen?

Aufgabe 58. Auf 1 ha rechnet man einen Mittelertrag von 36,5 hl Hafer. Wieviel beträgt der Mittelertrag eines Ar? Bilde die Regel!

Aufgabe 59. 1 kg Gold kostet 2780 ℳ. Wieviel kostet 1 g davon? Bilde die Regel!

Aufgabe 60. 1 Tonne Kupfer kostet 1160 ℳ; wieviel 1 kg? Bilde die Regel!

Aufgabe 61. Ein Doppelzentner Weizen kostete im Monat Dezember 1885 15,20 ℳ; 1886 15,80 ℳ; 1887 16 ℳ; 1888 18,40 ℳ; 1889 18,80 ℳ; 1890 19,40 ℳ. Wie hoch kam jedesmal 1 kg? Bilde die Regel!

Aufgabe 62. Ein Schinken von 11 ℔ wurde mit 9,35 ℳ bezahlt. Wie hoch kam 1 ℔?

Aufgabe 63. 100 fl. h. kosten 168 ℳ, 100 fs. 80 ℳ, 100 fl. ö. 174 ℳ, 100 Dollar 420 ℳ, 5 Pfund Sterling 102 ℳ. Wieviel Mark ist 1 Stück jeder Geldsorte wert?

Aufgabe 64. Wenn ich täglich 7 ℳ ausgebe, so reicht mein Geld 32 Tage. Wie lange reicht es, wenn ich täglich a) 1 ℳ, b) 4 ℳ, c) 8 ℳ ausgebe?

Aufgabe 65. Eine Frau kauft 39 m englische Tüllgardinen für 31,20 ℳ, 25 m Vitragenstoff für 14,25 ℳ und 13 m Kleiderstoff für 45,50 ℳ. Wie teuer wurde 1 m jeder Art gerechnet?

Aufgabe 66. Ein Dutzend Tischtücher kosteten 51 ℳ, 6 Dutzend Servietten 50,40 ℳ, 3 Dutzend Handtücher 32,40 ℳ und 5 Stück Bettdecken 43,75 ℳ. Wie teuer war 1 Stück jeder Sorte gerechnet worden?

Aufgabe 67. Für eine Gesellschaft von 21 Personen wurden 71,40 ℳ an Fahrgeld bezahlt. Wieviel kam a) auf 1 Person, b) auf 3 Personen?

Andeutung. Dividiere erst durch 7 dann durch 3 (siehe Erkl. 58).

Aufgabe 68. Stellte ein Knabe seine Bleisoldaten so in Reihen, dass in jeder 12 standen, so hatte er a) 20, b) 25, c) 8, d) 30 Reihen. Wieviel Stück besass er?

Aufgabe 69. Zum Belegen eines Hofes mit Platten braucht man 1630 Stück von 3 qdm Flächeninhalt. Wieviel von 1 qdm braucht man dazu?

Aufgabe 70. Wenn 1 Radfahrer in 1 Stunde 18 km zurückgelegt hat, wieviel legte er dann in 1 Minute zurück?

Aufgabe 71. 200 kg Zucker wurden für 126 ℳ eingekauft und für 136 ℳ verkauft. Wieviel wurde an einem kg gewonnen?

Andeutung. Berechne zuerst den Gewinn an 200 kg.

Aufgabe 72. Ein Stück Stoff von 42 m wurde für 50,40 ℳ eingekauft. An einem Meter will man 25 ₰ gewinnen, wie teuer muss 1 m verkauft werden?

Andeutung. Berechne zuerst, wie teuer 1 m eingekauft wurde.

Aufgabe 73. Zwei Schock Gurken wurden von einem Händler für 3,60 ℳ verkauft, an einem Stück gewann er $\frac{1}{2}$ ₰. Wie hoch kam ihm ein Stück im Einkaufe?

Andeutung. Berechne zunächst, wie teuer er 1 Stück verkaufte.

Aufgabe 74. 3 Familien erben zu gleichen Teilen 14400 ℳ Die erste Familie zählt 2, die zweite 4, die dritte 6 Mitglieder. Wieviel kommt auf jede Person der einzelnen Familien?

Andeutung. Erst ist zu berechnen, wieviel jede der 3 Familien erhält.

Aufgabe 75. Ein Reiter braucht zu einer Strecke 135 Minuten. Wie lange muss ein Fussgänger gehen, wenn der Reiter den Weg mit 10-facher Geschwindigkeit zurücklegt?

Aufgabe 76. 125 ℳ bringen eine gewisse Zinsenmenge in a) 16, b) 25, c) 34, d) 11, e) 28, f) 13, g) 38, h) 23 Tagen. In welcher Zeit würde 1 ℳ dieselbe Zinsenmenge bringen?

Andeutung. Ist zu rechnen wie Aufgabe 50.

Aufgabe 77. Die chinesische Sprache besteht aus etwa 500 einsilbigen Grundworten, die durch verschiedene Betonung und den Zusammenhang verschiedene Bedeutung erlangen. In der Schrift hat jedes Wort sein besonderes Zeichen, deren man etwa 25000 zählt. a) Wieviel Zeichen kommen durchschnittlich auf jedes Grundwort? b) Wie lange würde jemand zum Lernen aller Zeichen brauchen, wenn er täglich 5 lernt (das Jahr zu 360 Tagen gerechnet)?

Anmerkung 12. Weitere Aufgaben, die hierher gehören, sind im Abschnitt E enthalten. Es sind die Aufgaben: 801, 833, 862, 893, 894, 928, 960, 987, 1012, 1039, 1065, 1093, 1120.

---

3) Ueber den Schluss von einer ganzen Zahl auf ein Vielfaches derselben.

Frage 29. Wie schliesst man von einer ganzen Zahl auf ein Vielfaches derselben bei geradem Verhältnisse?

Antwort. Ein Vielfaches einer ganzen Zahl erhält man aus derselben durch Multiplikation. Da nun bei geradem

Erkl. 62. Mit anderen Worten: Sovielmal das erste Glied des Bedingungssatzes in dem 1. Gliede des Fragesatzes enthalten ist, sovielmal muss man das zweite Glied des Bedingungssatzes nehmen.

Diese Regel gilt ganz allgemein für gerades Verhältnis, wie sich aus Satz a) in der Antwort zu Frage 18 unmittelbar ergiebt.

Verhältnisse einem Mehrfachen der 1. Sorte das ebensogrosse Mehrfache der 2. Sorte entspricht, so schliesst man von einer ganzen Zahl auf ein Vielfaches derselben, indem man die 2. Sorte mit dem entsprechenden Faktor multipliziert (siehe Erkl. 62).

Frage 30. Wie schliesst man von 25 auf 75, von 17 auf 153, von 104 auf 1248 bei geradem Verhältnisse?

Erkl. 63. Faktor ist der gemeinschaftliche Name für Zahlen, die multipliziert werden sollen. Er kommt her von dem lateinischen facere, d. h. machen, und bedeutet Macher, Hervorbringer.

Antwort. 75 ist das 3-fache von 25, also wird bei geradem Verhältnisse von 25 auf 75 geschlossen, indem man die 2. Sorte mit 3 multipliziert. 153 ist das 9-fache von 17, 1248 das 12-fache von 104. Also sind die entsprechenden Faktoren (siehe Erkl. 63), mit denen die 2. Sorte zu multiplizieren ist, im 1. Falle 9, im 2. Falle 12.

Frage 31. Wie schliesst man von einer ganzen Zahl auf ein Vielfaches derselben bei umgekehrtem Verhältnisse?

Erkl. 64. Mit anderen Worten: Sovielmal das 1. Glied des Bedingungssatzes im 1. Glied des Fragesatzes enthalten ist, den sovielsten Teil von dem 2. Gliede des Bedingungssatzes muss man nehmen.

Diese Regel gilt allgemein, wie sich aus Satz a) in der Antwort zu Frage 20 unmittelbar ergiebt.

Antwort. Ein Vielfaches einer ganzen Zahl erhält man aus derselben durch Multiplikation. Da aber bei umgekehrtem Verhältnisse einem Mehrfachen der ersten Sorte der ebensogrosse Teil der zweiten entspricht, so schliesst man auf ein Vielfaches einer ganzen Zahl, indem man die 2. Sorte mit dem entsprechenden Faktor dividiert (siehe Erkl. 64).

Frage 32. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von 13 auf 91, von 45 auf 450, von 811 auf 4055 (siehe Erkl. 65)?

Erkl. 65. Es wird dem Lernenden empfohlen, sich zu dieser und den ähnlichen Fragen in den folgenden Kapiteln selbst Beispiele zu bilden, was ja nicht schwer ist, oder sich diese Frage bei den gegebenen Beispielen vorzulegen und in vollständigem Satze auszusprechen. Denn nur das, was klar ausgedrückt werden kann, ist verstanden worden.

Antwort. 91 ist das 7-fache von 13; also schliesst man von 13 auf 91, indem man die 2. Sorte mit 7 dividiert.

450 ist das 10-fache von 45; also schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von 45 auf 450, indem man die 2. Sorte mit 10 dividiert.

4055 ist das 5-fache von 811; man schliesst also bei umgekehrtem Verhältnisse von 811 auf 4055, indem man die 2. Sorte durch 5 dividiert.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 78. Von 100 ℳ Kapital erhielt man nach einer gewissen Zeit 7,80 ℳ Zinsen. Wieviel Zinsen würden in derselben Zeit 1500 ℳ bringen?

Erkl. 66. Mit 15 wird multipliziert, indem man das 10-fache nimmt und die Hälfte desselben dazuzählt, z. B.

$$7{,}8 \cdot 15 = 7{,}8 \cdot 10 + \text{die Hälfte von } 7{,}8 \cdot 10$$
$$= 78$$
$$+\ 39$$
$$\overline{117}$$

Auflösung. Der Ansatz ist:

Bds.: 100 ℳ geben 7,80 ℳ Zinsen.
Fgs.: 1500 ℳ geben x.
} Gerades Verhältnis.

Denn je grösser das ausgeliehene Kapital ist, um so grösser muss der Zinsenertrag sein. 1500 ist das 15-fache von 100. Demnach bringen 1500 ℳ das 15-fache von 7,80 ℳ Zinsen, d. s. 7,80 ℳ · 15 = 117 ℳ (siehe Erkl. 66).

Aufgabe 79. Ein Geschäft brachte auf 12 ℳ Einlage 52 ₰ Gewinn. Wie gross war der Gewinn bei einer Einlage von 132 ℳ?

Erkl. 67. Eine zweistellige Zahl wird mit 11 multipliziert, indem man zwischen die Ziffern der Zahl ihre Summe setzt, die Zehner der Summe aber zur höchsten Stelle hinzuzählt, z. B.

52·11	82·11	57·11
5 7 2	8 | 2	5 | 7
	1 0	1 2
	9 0 2	6 2 7

Auflösung. Hier heisst der Ansatz:

Bedingungssatz: 12 ℳ Einlage bringen 52 ₰ Gewinn.
Fragesatz: 132 ℳ Einlage bringen x.
} Gerades Verhältnis;

denn mit mehr Einlage erzielt man bei demselben Geschäfte mehr Gewinn. 132 ist das 11-fache von 12, also geben 132 ℳ Einlage das 11-fache des Gewinns, den 12 ℳ bringen, d. i. das 11-fache von 52 ₰ oder 572 ₰ (siehe Erkl. 67).

Aufgabe 80. Auf 50 kg Brutto (siehe Erkl. 67a) kommen 3,500 kg Tara (siehe Erkl. 68). Wieviel Tara ist auf 450 kg Brutto zu rechnen?

Erkl. 67a. Unter Bruttogewicht (abgekürzt Btto, aus dem Ital.) versteht man das Gewicht einer Ware und ihrer Verpackung.

Erkl. 68. Unter Tara (abgekürzt Ta, ebenfalls italienisch gleich Abzug) versteht man das Gewicht der Verpackung allein.

Auflösung. Man findet den Ansatz:

Bedingungssatz: 50 kg Brutto geben 3,5 kg Tara.
Fragesatz: 450 kg Brutto geben x.
} Gerades Verhältnis,

wie leicht zu erkennen ist; 450 ist das 9-fache von 50, demzufolge ist auf 450 kg Brutto das 9-fache der Tara zu rechnen als auf 50 kg. Auf 50 kg kommen 3,5 kg Tara, auf 450 kg also 3,5 kg · 9 = 31,5 kg Tara.

Aufgabe 81. Ein Kaufmann erhält 4 Kisten Waren, wiegend Btto 63,5 kg, 66,7 kg, 68 kg, 64,3 kg. Die Tara beträgt insgesamt 12,5 kg. Für 50 kg Netto (siehe Erkl. 69) hat er 43,50 ℳ zu zahlen. Wie gross ist die Rechnung?

Erkl. 69. Unter Nettogewicht (Ntto, ital.) versteht man das Gewicht der Ware allein.

Auflösung. Zunächst ist auszurechnen, wieviel kg Netto der Kaufmann erhält (siehe Erklärung 70). Das Bruttogewicht beträgt (63,5 + 66,7 + 68 + 64,3) kg = 262,5 kg. Hiervon ab die Tara im Betrage von 12,5 kg, bleiben 250 kg Netto. Nunmehr kann man ansetzen:

Erkl. 70. Man findet leicht, dass zwischen Brutto, Netto und Tara folgende Beziehungen bestehen:

Brutto = Netto + Tara
Netto = Brutto — Tara
Tara = Brutto — Netto.

50 kg Netto kosten 43,50 } gerades
250 kg " " x } Verhältnis.

250 ist das 5-fache von 50 kg, somit kosten 250 kg das 5-fache von 43,50 ℳ, d. s. 217,50.

Aufgabe 82. Ein Geschäftsmann wird zahlungsunfähig. Die Passiva betragen 80000 ℳ, die Aktiva (siehe Erkl. 71) nach Abzug der Unkosten 35000 ℳ. Er schuldet an A 480 ℳ, an B 880 ℳ. Wieviel Verlust haben A und B?

Erkl. 71. Passiva sind die Verbindlichkeiten oder Schulden des Kaufmanns. Aktiva seine Besitzteile oder sein Vermögen.

Auflösung. Wenn für 80000 ℳ nur 35000 ℳ bezahlt werden, so kommen auf 80 ℳ Forderung nur 35 ℳ Zahlung, es entsteht also ein Verlust von 45 ℳ. Daher

Bds.: 80 ℳ Forderung erleiden 45 ℳ Verlust.
Fgs.: 480 } 880 } ℳ Forderung erleiden x.

Direktes Verhältnis. 480 ist das 6-fache, 880 das 11-fache von 80. Demnach erleidet A 45 ℳ · 6 = 270 ℳ und B 45 ℳ · 11 = 495 ℳ Verlust.

Aufgabe 83. 4 Arbeiter können 32 Raummeter Holz (siehe Erkl. 72) in 12 Tagen spalten. In wieviel Tagen würden 8 Arbeiter dieselbe Arbeit vollenden?

Erkl. 72. Ein Raummeter Holz ist diejenige Menge Holz, welche aufeinandergeschichtet mit den notwendig dazwischen bleibenden Lücken einen Kubikmeter Raum einnimmt.

Auflösung.

4 Arbeiter werden in 12 Tagen fertig,
8 " " " x " "

Je mehr Arbeiter angestellt werden, um so weniger Zeit ist erforderlich. 8 Arbeiter werden also nur die Hälfte der Zeit brauchen, welche 4 Arbeiter nötig haben, sie werden also in 6 Tagen fertig.

Aufgabe 84. Ist der Divisor 17, so heisst der Quotient (siehe Erkl. 73) 315. Wie gross ist der Quotient, wenn mit 85 dividiert wird?

Erkl. 73. Es wird hierbei an die Kunstausdrücke der Glieder bei den Grundrechnungsarten erinnert:

Summand	+	Summand	=	Summe,
12	+	3	=	15
Minuend	—	Subtrahend	=	Differenz,
12	—	3	=	9
Multiplikand	·	Multiplikator	=	Produkt,
	Faktoren			
12	·	3	=	36
Dividend	:	Divisor	=	Quotient,
12	:	3	=	4.

Auflösung. Der Ansatz lautet:

Bds.: Divisor 17 giebt Quotient 315.
Fgs.: Divisor 85 giebt x.

Je grösser die Zahl ist, mit der ich dividiere, um so kleiner ist ein Teil. Daher indirektes Verhältnis. 85 ist das 5-fache von 17, also ergiebt sich mit 85 dividiert der 5. Teil von 315. Dieser ist 65.

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 85. Was kostete 1 m seidene Spitze, wenn für 10 cm 43 ₰ bezahlt wurden? Wie teuer waren b) 30 cm, c) 80 cm?

Aufgabe 86. 50 kg Kartoffeln kosteten 2,25 ℳ. Wie teuer waren a) 150, b) 200, c) 450, d) 850 kg?

Aufgabe 87. 16 Zwanzigpfennigstücke aus Nickel wiegen 100 g. Wieviel wiegen a) 48, b) 160, c) 400, d) 176, e) 1, f) 5 solcher Geldstücke?

Aufgabe 88. Wenn man auf eine Seite 10 Zeilen schreibt, so braucht man zur Abschrift eines Werkes 123 Bogen Papier. Wieviel Bogen desselben Papiers sind nötig, wenn auf jede Seite 30 Zeilen zu stehen kommen?

Aufgabe 89. Wenn jemand in 7 Minuten 820 Schritte macht, wieviel Zeit braucht er dann, um einen Raum von 1640 Schritten zurückzulegen?

Aufgabe 90. Auf je 100 000 Einwohner des deutschen Reiches kommt 1 Reichstagsabgeordneter. Aus wie vielen Abgeordneten müsste demnach der Reichstag bestehen, die Einwohnerzahl zu 47 800 000 gerechnet?

Aufgabe 91. 5 fs. sind 4 ℳ Wieviel Mark und Pfennige sind a) 35 fs.; b) 430 fs., c) 74,95 fs.; d) 1 fs.; e) 3 fs.? Wieviel Francs und Centimes sind f) 64 ℳ; g) 28,12 ℳ; h) 576,60 ℳ; i) 1 ℳ?

Aufgabe 92. Von dem Erträgnis einer Stiftung erhielten von 4 Bewerbern jeder 84,60 ℳ Im nächsten Jahre waren 24 gleichberechtigte Bewerber da. Wieviel erhielt nun ein jeder?

Aufgabe 93. Zu einer Treppe, welche 4 m 75 cm hoch werden soll, werden Stufen verwendet, deren jede 25 cm hoch ist. Wieviel Stufen sind erforderlich?

Aufgabe 94. Wieviel kosten 800 000 Stück Mauerziegel, wenn für 1000 Stück 26,50 ℳ bezahlt werden?

Aufgabe 95. A hatte alle 3 Monate 137,50 ℳ Hauszins und 41,25 ℳ Steuern zu bezahlen? Wieviel a) Hauszins, b) Steuern hatte er jährlich zu bezahlen? c) Wie gross war die Ausgabe im ganzen?

Aufgabe 96. Ist der Divisor 12, so ergiebt die Division 336. Was kommt heraus, wenn der Divisor a) 36, b) 72, c) 84 ist?

Aufgabe 97. 70 ℳ gaben in einer gewissen Zeit 3,82 ℳ Zinsen. Wieviel Zinsen würde man zu erhalten haben, wenn 1050 ℳ ausgeliehen worden wären?

Aufgabe 98. Wenn ein Reisender täglich 8,750 km zurücklegt, so ist seine Tour nach 36 Tagen beendet. Wann kehrt er zurück, wenn er täglich 52 500 km zurücklegt?

Aufgabe 99. Auf 97 kg Netto kommen 3 kg Tara. Wieviel Tara kam auf die ganze Sendung, welche 900 kg Brutto wog?

Andeutung. 97 kg Netto + 3 kg Tara = 100 kg Brutto. Auf 100 kg Brutto kamen also 3 kg Tara.

Aufgabe 100. Von 4 Ballen Ware wog ein jeder Brutto 752 kg. Im ganzen wurde 108 kg Tara abgezogen. 50 kg Netto kosteten 25 ℳ. Wie hoch war die Rechnung?

Andeutung. Ist ähnlich zu rechnen als Aufgabe 81.

Aufgabe 101. Von den Erträgnissen einer Sammlung konnte für je 500 ℳ Schaden, der durch Ueberschwemmung angerichtet war, 230 ℳ bezahlt werden. Wieviel erhielt einer, dessen Schaden auf 5500 ℳ geschätzt war?

Aufgabe 102. Ein Arbeiter verdient in 27 Tagen ebensoviel als ein anderer in 24 Tagen. Der letztere erhält in 1 Woche (6 Tage) 9 fl. Wieviel verdient der erste Arbeiter täglich?

Andeutung. Berechnen, wieviel der zweite in 24 Tagen verdiente. Soviel verdient der erste in 27 Tagen.

Aufgabe 103. In 25 ℔ Schiesspulver sind 3 ℔ Schwefel, $3\frac{1}{4}$ ℔ Kohle und $18\frac{3}{4}$ ℔ Salpeter. Wie viel muss man von diesen Stoffen nehmen, um 50 Zentner Pulver zu erhalten?

Andeutung. Mit 2 multiplizieren, was herauskommt sind Zentner.

Aufgabe 104. Ein Kapital von 32 ℳ ergiebt in 143 Tagen eine gewisse Zinsenmenge. Wie lange müssten 352 ℳ ausstehen, um dieselbe Zinsenmenge zu bringen?

Aufgabe 105. Aus 500 ℳ Münzmetall werden in Frankreich 155 goldene Zehnfrancsstücke geprägt. Wieviel Münzmetall ist erforderlich zu a) 620, b) 465, c) 775, d) 1085, e) 3100 Zehnfrancsstücken?

Aufgabe 106. N kauft 60 Flaschen Moselwein für 85 ₰ die Flasche. Da ihm aber derselbe zu schlecht ist, so will er dagegen Rheinwein die Flasche zu 3,40 ℳ eintauschen. Wieviel Flaschen Rheinwein wird er erhalten?

Aufgabe 107. Für den Stoff zu einem Anzuge hatte A 56 ℳ bezahlt. Der Preis eines Meters war 11,20 ℳ Wieviel Meter hatte A gekauft?

Aufgabe 108. Die 50 grössten deutschen Bibliotheken besitzen insgesamt ungefähr 12 700 000 Bände, während die 50 grössten englischen nur 6 450 000 und die 50 grössten nordamerikanischen 6 100 000 Bände zusammen haben. Nimmt man nun an, dass im Durchschnitt je 100 Bände nebeneinandergestellt 3 m lang sind, welche Länge würden dann alle diese Bücher nebeneinandergestellt einnehmen? b) Wieviel gleiche Bücherbretter wären erforderlich, wenn jedes 5 m lang wäre und 10 Fächer enthielte?

Aufgabe 109. Bei einer Krankenkasse sind von je 3 ℳ Wochenverdienst 4 Pfennig als Beisteuer abzugeben, welche bei der alle 14 Tage erfolgenden Lohnzahlung abgezogen werden. Wenn nun Arbeiter A 33 ℳ, B 28,50 ℳ, C 16,50 ℳ Wochenlohn erhält, wieviel bekommt jeder nach Abzug der Krankensteuer am Lohntage ausgezahlt?

Anmerkung 13. Weitere Aufgaben, die hierher gehören, sind aus Abschnitt E No. 802, 834, 863, 895, 929, 961, 988, 989, 1013, 1014, 1040, 1066, 1094.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



914. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Forts. v. Heft 895. — Seite 33—48.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

.ch System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 895. — Seite 33—48.

Inhalt:

Stuttgart 1891.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues,** des **konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen **und** somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

4) Ueber den Schluss von einer ganzen Zahl auf einen Teil derselben.

Frage 33. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse von einer ganzen Zahl auf einen Teil derselben (siehe Erkl. 74)?

Erkl. 74. Hier wird unter Teil einer ganzen Zahl ebenfalls eine ganze Zahl verstanden. Der Schluss ist also nur anwendbar, wenn die erste Zahl des Bedingungssatzes aus ganzzahligen Faktoren zusammengesetzt ist, und auf einen dieser Faktoren geschlossen werden soll.

Antwort. Bei geradem Verhältnisse entspricht einem Teile der 1. Sorte der ebensovielste Teil der 2. Sorte. Man schliesst also hier von einer ganzen Zahl auf einen Teil derselben, indem man mit einem entsprechenden Divisor dividiert.

Frage 34. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse von 42 auf 7, oder auf 14, oder auf 6?

Erkl. 75. Der Anfänger beachte, dass 42 das 6-fache von 7 und das 7-fache von 6 ist.

Antwort. 7 ist der 6. Teil, 14 der 3., 6 der 7. Teil von 42. Also schliesst man von 42 a) auf 7, b) auf 14, c) auf 6 bei geradem Verhältnisse, indem man die 2. Sorte a) mit 6, b) mit 3, c) mit 7 dividiert (siehe Erkl. 75).

Frage 35. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von einer ganzen Zahl auf einen ihrer Teile?

Erkl. 76. Die entsprechende Zahl ist diejenige, welche angiebt, wievielmal die erste Zahl des Fragesatzes in der ersten Zahl des Bedingungssatzes enthalten ist.

Antwort. Bei umgekehrtem Verhältnisse entspricht einem Teile der 1. Sorte das ebensogrosse Vielfache der 2. Sorte. Man schliesst also bei umgekehrtem Verhältnisse von einer ganzen Zahl auf einen ihrer Teile, indem man mit einer entsprechenden Zahl (siehe Erkl. 76) multipliziert.

Frage 36. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von 64 a) auf 8, b) auf 16, c) auf 32?

Erkl. 77. Es ist bei grossen Zahlen oft von Vorteil, den Schluss auf einen Teil in zwei Schritte zu zerlegen. Soll z. B. von 56112 auf 1002 geschlossen werden, so schliesst man von 56112 auf 7014 (8. Teil) und von 7014 auf 1002 (7. Teil).

Antwort. 8 ist der 8. Teil, 16 der 4. Teil, 32 die Hälfte von 64. Man schliesst demnach bei umgekehrtem Verhältnisse von 64 a) auf 8, b) auf 16, c) auf 32, indem man die zu 64 gehörende 2. Sorte a) mit 8, b) mit 4, c) mit 2 multipliziert (siehe Erkl. 77).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 110. Eine Flasche Quecksilber zu 34 kg notierte (siehe Erkl. 78) 10 £ 4 s (siehe Erkl. 79). Wie teuer sind 2 kg?

Erkl. 78. Notieren (vom lat. notare, bezeichnen, angeben) ist der gebräuchliche Ausdruck des Kaufmanns für Preisangaben auf

Auflösung. Man hat den Ansatz:

Bds.: 34 kg kosten 10 £ 4 s. } Gerades
Fgs.: 2 kg kosten x. } Verhältnis.

Das zweite Glied des Bedingungssatzes ist eine mehrfach benannte Zahl, sie muss

Kurszetteln, streng genommen müsste es heissen „wurde notiert“.

Erkl. 79. £ ist das Zeichen für Pfund Sterling (Pound oder Livre Sterling), eine englische Münze im Werte von 20,4295 deutsche Reichsmark. s oder sh ist das Zeichen für Schilling (Shilling), den 20. Teil eines Pfund Sterling.

nach Antwort auf Frage 9 in eine einfach benannte verwandelt werden. 1 £ = 20 s, also sind 10 £ = 200 s; dazu 4 s gibt 204 s. Sonach hat man die Bedingung: 34 kg Quecksilber kosten 204 s, 2 kg ist der 17. Teil, sie kosten den 17. Teil von 204 s, dieser ist 12 s.

Aufgabe 111. Ein Kaufman bezog 200 kg einer Ware für 240 ℳ und liess einem anderen 40 kg mit 4,80 ℳ Gewinn ab. Wieviel erhielt er dafür?

Erkl. 80. Eine einfache Ueberlegung zeigt, dass zwischen Einkaufspreis, Verkaufspreis und Gewinn folgende Beziehungen bestehen:

Einkaufspreis = Verkaufspreis — Gewinn,
Verkaufspreis = Einkaufspreis + Gewinn,
Gewinn = Verkaufspreis — Einkaufspreis.

Auflösung. Man erhält als

Bedingungssatz: 200 kg kosten im Einkauf 240 ℳ
Fragesatz: 40 kg kosten im Einkauf x.
} Gerades Verhältnis.

40 kg ist der 5. Teil von 200 kg, sie kosten also den 5. Teil von 240 ℳ, d. s. 48 ℳ. Es sollen aber noch 4,80 ℳ gewonnen werden, er erhält also 48 ℳ + 4,80 ℳ = 52,80 ℳ (siehe Erkl. 80).

Aufgabe 112. Von 560 m Stoff, welche im Einkaufe 168 ℳ zu stehen kamen, musste ein Kaufmann 70 m mit einem Verluste von 4,30 ℳ abgeben. Wieviel erhielt er für die 70 m?

Erkl. 81. Zwischen Einkaufspreis, Verkaufspreis und Verlust bestehen, wie eine einfache Ueberlegung zeigt, folgende Beziehungen:

Einkaufspreis = Verkaufspreis + Verlust,
Verkaufspreis = Einkaufspreis — Verlust,
Verlust = Einkaufspreis — Verkaufspreis.

Auflösung. Hier heisst der

Bds.: 560 m Stoff kosten 168 ℳ
Fgs.: 70 m Stoff kosten x.
} Gerades Verhältnis.

70 m ist der 8. Teil von 560 m, sie kosten also im Einkaufe den 8. Teil von 168 ℳ, d. i. 21 ℳ. Nun werden aber 4,30 ℳ daran verloren. Der Kaufmann löste also aus den 70 m nur
21 ℳ — 4,30 ℳ = 16,70 ℳ (siehe Erkl. 81).

Aufgabe 113. Ein Gärtner setzt aus dem Treibhause kommende Rosenstecklinge im ersten Jahre so auf 4 gleich grosse Beete, dass in den 5 Reihen je 30 Pflanzen stehen. Wieviel solcher Beete braucht er im zweiten Jahre, wenn die Rosen so gepflanzt werden sollen, dass in jeder der 5 Reihen nur 15 stehen?

Auflösung. Je weniger Pflanzen in einer Reihe stehen, umsomehr Beete sind erforderlich, also umgekehrtes Verhältnis.

Bedingungssatz: Bei 30 Pflanzen in der Reihe sind 4 Beete nötig.

Fragesatz: Bei 15 Pflanzen in der Reihe sind x nötig.

15 ist die Hälfte von 30, er braucht also doppelt soviel Beete als für 30 Pflanzen in in einer Reihe, d. s. 8 Beete.

Aufgabe 114. Dividiere ich eine Zahl durch 333, so ergiebt sich 24. Was kommt heraus, wenn ich durch 9 dividiere?

Erkl. 82. Merke

$3 \cdot 37 = 111$
$6 \cdot 37 = 222$
$9 \cdot 37 = 333$
$12 \cdot 37 = 444$
$15 \cdot 37 = 555$
$18 \cdot 37 = 666$
$21 \cdot 37 = 777$
$24 \cdot 37 = 888$
$27 \cdot 37 = 999$

Auflösung. Der Ansatz ist

Bedingungssatz: Ist der Divisor 333, so kommt 24.
Fragesatz: Ist der Divisor 9 so kommt x.
} Umgekehrtes Verhältnis.

Denn je kleiner die Anzahl der Teile ist, in welche etwas zerlegt wird, desto grösser ist jeder einzelne Teil. 9 ist der 37. Teil von 333. Wenn also der Divisor 9 ist, so erhalte ich das 37-fache von 24, d. i. 888 (siehe Erkl. 82).

Aufgabe 115. Zu einem Kleide werden 8 m Stoff von 2 m Breite gebraucht. Es wird aber ein Stoff gewählt, der nur 40 cm breit liegt. Wieviel muss von diesem gekauft werden?

Erkl. 83. Es wird an die Einteilung unseres Längenmasses erinnert:

1 cm = 10 mm
[1 dm = 10 cm = 100 mm]
1 m = 10 dm = 100 cm = 1000 mm
[1 Dm = 10 m = 100 dm = 1000 cm = 10000 mm]
1 km = 100 Dm = 1000 m = 1000000 mm.

Die eingeklammerten Masse sind nicht gebräuchlich.

Auflösung. Man hat als

Bds.: Bei 2 m Breite braucht man 8 m Stoff.
Fragesatz: Bei 40 cm Breite braucht man x.

Hier sind entsprechende Glieder noch nicht gleichbenannt, ich muss sie also nach Antwort auf Frage 8 gleichbenannt machen. 2 m sind 200 cm (siehe Erkl. 83). Also heisst nunmehr der

Bds.: Bei 200 cm Breite braucht man 8 m Stoff.
Fgs.: Bei 40 cm Breite braucht man x.

Umgekehrtes Verhältnis. 40 ist der 5. Teil von 200, man braucht das 5-fache von 8 m, d. s. 40 m.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 116. 50 kg Mandeln kosten 90 ℳ. Wie teuer sind a) 25 kg, b) 10 kg, c) 5 kg, d) 1 kg, e) 4 kg?

Aufgabe 117. Ein Stück Tuch von 48 m Länge kam 288 ℳ zu stehen. Wie teuer waren a) 24, b) 16, c) 12, d) 8, e) 6, f) 1 m?

Aufgabe 118. Ein Stück Land wird von 12 Arbeitern in 5 Tagen bebaut. Wieviel Tage brauchen a) 4, b) 3, c) 6, d) 2, e) 1 Arbeiter dazu?

Aufgabe 119. Der jährliche Mietzins für eine Wohnung beträgt 450 ℳ. Wieviel ist nach jedem Vierteljahr zu zahlen?

Aufgabe 120. Eine Anzahl Nüsse lässt sich in 18 Reihen von je 24 legen. Wieviel Reihen erhält man, wenn in jede a) 6, b) 8, c) 3, d) 12 gelegt werden?

Aufgabe 121. 28 Personen lassen sich gemeinschaftlich 227 hl 50 l Wein kommen, wovon bei der Verteilung jede gleichviel erhalten soll. Wieviel erhalten 4 Personen?

Aufgabe 122. Eine Arbeit, die von 22 Arbeitern in 36 Tagen fertig gestellt werden kann, soll in 12 Tagen vollendet sein. Wieviel Arbeiter sind nun erforderlich?

Aufgabe 123. Ein Zigarrenhändler kauft 10 000 Stück für 545 *M* und verkauft 100 Stück für 5,80 *M* Wieviel verdient er daran?

Aufgabe 124. Aus 240 kg Kartoffeln gewinnt man 40 kg 800 g Stärkemehl. Wieviel Stärkemehl erzielt man aus a) 80, b) 16, c) 48, d) 30, e) 8, f) 720 kg Kartoffeln?

Aufgabe 125. Das grosse Rad eines hohen Zweirades, dessen Umfang 5,4 m ist, macht auf einer Strecke von 405 m 75 Umdrehungen. Wieviel Umdrehungen macht das Hinterrad von 90 cm Umfang auf demselben Wege?

Aufgabe 126. 100 kg einer Ware kosteten einem Kaufmanne 214 *M*, wie teuer muss er a) 4, b) 20, c) 5, d) 1 kg verkaufen, wenn er im ganzen 20 *M* gewinnen will?

Aufgabe 127. Auf 1 französisches Wort kommen im Durchschnitt 2 englische und auf 1 englisches 3 deutsche. Da man nun in der deutschen Sprache mit den zusammengesetzten Wörtern 300 000 zählt, aus wieviel Wörtern besteht a) die englische, b) die französische Sprache?

Aufgabe 128. Für ein Stück Tuch von 52 m will der Händler im ganzen 390 *M* lösen. Wie teuer muss er demnach a) 4, b) 13, c) 26, d) 2 m verkaufen?

Aufgabe 129. 630 kg Waren, die im Einkaufe 189 *M* gekostet hatten, mussten mit 18,90 *M* Verlust verkauft werden. Wie teuer waren a) 70, b) 9, c) 14 kg im Verkaufe? Wieviel wurde d) an 210, e) an 315, f) an 10 kg verloren?

Aufgabe 130. In einer Bierbrauerei lässt sich ein Gebräu in 6 Fässer von je 12 hl füllen. Wie viel Fässer sind nötig, wenn jedes nur 50 l fasst?

Aufgabe 131. 100 kg Kaffee wurden für 220 *M* eingekauft und für 240 *M* verkauft. Wieviel waren an a) 20, b) 4, c) 10, d) 25 kg gewonnen worden?

Aufgabe 132. 180 Fünfzigpfennigstücke wiegen 1 ℔. Wie schwer sind a) 90, b) 60, c) 20, d) 30, e) 40, f) 1, g) 9 solche Geldstücke?

Aufgabe 133. Eine Frau kauft 15 ℔ Kaffee das Pfund zu 1,20 *M* Durchs Brennen und Mahlen verliert sie 3 ℔. Sie gebraucht täglich 60 g gebrannten Kaffee. a) Wie lange kommt sie mit den 15 ℔ aus? b) Wie gross ist ihre tägliche Ausgabe für Kaffee, wenn ihr das Brennen 1 *M* kostet?

Aufgabe 134. Wie teuer muss ein Kaufmann 5 ℔ Kaffee verkaufen, wenn er für 1 Zentner im Einkaufe 126,50 *M* bezahlt hat, die Transportkosten u. s. f. 43,50 *M* betragen und er an 1 ℔ 30 ₰ gewinnen will?

Andeutung. Die Transportkosten erhöhen den Preis.

Aufgabe 135. In Oesterreich enthalten 450 Einguldenstücke 5 kg feines Silber. Wieviel feines Silber ist in a) 90, b) 5, c) 15, d) 30, e) 225, f) 900, g) 2700 Einguldenstücken enthalten?

Aufgabe 136. Ein leinenes Hemd koste 8 ℳ, ein baumwollenes 6 ℳ. 2 leinene halten ebensolange als 3 baumwollene. Wie teuer ist mit Rücksicht auf die Haltbarkeit ein baumwollenes Hemd?

Andeutung. Wenn ich 2 leinene brauche, die 16 ℳ kosten, so brauche ich 3 baumwollene, die 18 ℳ kosten. Wenn ich nun für 1 leinenes 8 ℳ bezahle, wie teuer ist dann ein baumwollenes?

Aufgabe 137. Für eine Garnison von 500 Mann waren wöchentlich 2625 kg Brot zu liefern. Beim Ausrücken ins Manöver blieben nur 20 Mann zurück. Wieviel erhielten diese Brot?

Aufgabe 138. Eine Kette von 84 Gliedern ist 2 m 68 cm 8 mm lang. Wieviel Glieder enthält ein Stück derselben Kette von a) 67 cm 2 mm, b) 44 cm 8 mm, c) 38 cm 4 mm Länge?

Aufgabe 139. Ein Schnellzug legt 97,920 km in 2 Stunden zurück. Wieviel Zeit braucht er zu a) 12,240 km, b) 10,880 km, c) 48,960 km?

Anmerkung 14. Weitere Aufgaben, die hierher gehören, sind aus Abschnitt E, No. 803. 835, 864, 865, 896, 930, 1015, 1041, 1067, 1095.

---

5) Ueber den Schluss von einer ganzen Zahl auf eine andere vermittelst eines gemeinschaftlichen Teilers.

Frage 37. Wie schliesst man von einer ganzen Zahl auf eine andere, wenn beide einen gemeinschaftlichen Teiler haben (siehe Erkl. 84), bei geradem Verhältnisse?

Erkl. 84. Unter einem gemeinschaftlichen Teiler zweier Zahlen versteht man eine Zahl, welche in den zwei gegebenen aufgeht. So sind z. B. von den Zahlen 36 und 84 gemeinschaftliche Teiler 2, 4, 3, 6, 12, da jede von diesen Zahlen sowohl in 36 als in 84 aufgeht.

Antwort. Bei geradem Verhältnisse schliesst man von einer ganzen Zahl auf eine andere, falls ein gemeinschaftlicher Teiler vorhanden ist, indem man zuerst von der ganzen Zahl durch Division beider Sorten auf den gemeinschaftlichen Teiler (siehe Antwort auf Frage 33) und von diesem durch Multiplikation beider Sorten auf das Vielfache des Fragesatzes (siehe Antwort auf Frage 29) schliesst.

Frage 38. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse von 63 auf 72?

Erkl. 85. Der grösste gemeinschaftliche Teiler ist die grösste Zahl, die in gegebenen Zahlen aufgeht.

Es wird meistens von Vorteil sein, nicht auf einen beliebigen Teiler zu schliessen, sondern auf den grössten vorhandenen Teiler.

Antwort. Der grösste gemeinschaftliche Teiler (siehe Erkl. 85) ist 9. Man schliesst nun von 63 auf 9 und von 9 auf 72 und zwar, indem man zuerst beide Sorten durch 7 dividiert, da 9 der 7. Teil von 63 ist, und dann mit 8 multipliziert, da 72 das 8-fache von 9 ist.

Frage 39. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von einer ganzen Zahl auf eine andere, wenn ein gemeinschaftlicher Teiler vorhanden ist?

Antwort. Bei umgekehrtem Verhältnisse schliesst man von einer ganzen Zahl auf eine andere, wenn ein gemeinschaftlicher Teiler vorhanden ist, in folgender Weise:

1) Man schliesst von der ganzen Zahl des Bedingungssatzes auf den Teiler und von diesem auf die ganze Zahl des Fragesatzes dadurch, dass man zunächst die zweite Sorte multipliziert (siehe Antwort auf Frage 35) und dann dividiert (siehe Antwort auf Frage 31). Oder:

2) Man schliesst von der ganzen Zahl des Bedingungssatzes auf den kleinsten Dividuus (s. Erkl. 86) beider ganzen Zahlen (d. i. die erste Zahl des Bedingungs- und Fragesatzes) und von diesem auf die ganze Zahl des Fragesatzes dadurch, dass man die zweite Sorte zuerst dividiert und dann multipliziert (siehe Erkl. 87).

Erkl. 86. Unter dem kleinsten Dividuus zweier Zahlen versteht man die kleinste Zahl, in welcher gegebene Zahlen aufgehen, z. B.:

der kleinste Dividuus von 5 und 7 ist 35,
„ „ „ „ 3 „ 12 „ 12,
„ „ „ „ 4 „ 10 „ 20.

Der kleinste Dividuus verschiedener Nenner wird Generalnenner genannt.

Erkl. 87. Die Schlussweise auf den gemeinschaftlichen Dividuus ist auch bei geradem Verhältnisse richtig, sie würde aber auf viel zu grosse Zahlen führen und deshalb unnütz sein. Ebenso unvorteilhaft wäre es, wenn man nicht auf den kleinsten gemeinschaftlichen Dividuus schliessen wollte.

Frage 40. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von 21 auf 91?

Antwort. 1) Der gemeinschaftliche Teiler ist 7. Man schliesst also von 21 auf 7 und von 7 auf 91.

Bei umgekehrtem Verhältnisse schliesst man aber von 21 auf 7, indem man die zweite Sorte mit 3 multipliziert, da 7 der dritte Teil von 21 ist, und von 7 auf 91, indem man die zweite Sorte durch 13 dividiert, da 91 das 13-fache von 7 ist.

2) Der kleinste Dividuus von 21 und 91 ist 273. Man schliesst also von 21 auf 273 und von 273 auf 91 und zwar, indem man die zweite Sorte zuerst durch 13 dividiert, da 273 das 13-fache von 21 ist, und dann mit 3 multipliziert, da 91 der dritte Teil von 273 ist (siehe Erkl. 88).

Erkl. 88. Der Schluss auf den kleinsten Dividuus ist allemal dann von Vorteil, wenn sich der Dividuus zu den ersten Zahlen des Bedingungs- und Fragesatzes leicht finden lässt, weil dann zuerst zu dividieren ist. Dadurch kommt man auf kleinere Zahlen, als wenn der Schluss auf den gemeinschaftlichen Teiler ausgeführt wird, wobei zuerst zu multiplizieren ist.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 140. In 12 Wochen verdient jemand 336 Rb. (siehe Erkl. 89); wieviel verdient er in 28 Wochen?

Erkl. 89. Rb. oder R° mit zwei wagerechten Strichen, welche das o einschliessen, ist das Zeichen für Rubel, die Einheit der russischen Münze. 1 Rubel hat 100 Kopeken und einen Wert von 3,20 ℳ.

Erkl. 90. Dieses Beispiel enthält nur einfach benannte Zahlen. (Vergl. die drei folgenden Aufgaben.)

Auflösung. Der Ansatz ist:

Bedingungssatz: In 12 Wochen verdient er 336 Rb.
Fragesatz: In 28 Wochen verdient er x.
} Gerades Verhältnis.

Der gemeinschaftliche Teiler ist 4, also schliesst man:

In 12 Wochen verdient er 336 Rb.,
„ 4 „ „ „ den dritten Teil von 336 Rb. = 112 Rb.,
„ 28 „ „ er das 7-fache von 112 Rb. = 784 Rb.

(Siehe Erkl. 90).

Aufgabe 141. Für 36 ℳ erhält man 53 kg 200 g. Wieviel erhält man für 45 ℳ?

Erkl. 91. 1 kg hat 1000 g, darum sind 200 g = 0,2 kg. — Dieses Beispiel enthält eine mehrfach benannte Zahl mit decimaler Einteilung.

Merke:

1 kg = 1000 g = 1000000 mg
1 g = 1000 mg
1 t (Tonne) = 1000 kg

Auflösung. Man findet als Ansatz (siehe Erkl. 91):

Bedingungssatz: Für 36 ℳ erhält man 53,200 kg.
Fragesatz: Für 45 ℳ erhält man x.
} Gerades Verhältnis.

Der gemeinschaftliche Teiler ist 9. Man schliesst:

Für 36 ℳ erhält man 53,200 kg
„ 9 „ „ „ den vierten Teil hiervon, d. s. 13,300 kg,
„ 45 „ „ „ das 5-fache von 13,300 kg,

also 66,500 kg = 66 kg 500 g.

Aufgabe 142. Ein Fussgänger legt 14 km in 3 Stunden 20 Minuten zurück. Wie lange gebraucht er zu 21 km?

Erkl. 92. 1 Stunde hat 60 Minuten, 3 Stunden sind 180 Minuten. 3 Stunden 20 Minuten sind somit 200 Minuten. — Dieses Beispiel enthält eine mehrfach benannte Zahl mit nichtdecimaler Einteilung.

Auflösung. Als Ansatz ergiebt sich (siehe Erkl. 92):

Bedingungssatz: 14 km werden zurückgelegt in 200 Minuten.
Fragesatz: 21 km werden zurückgelegt in x.
} Gerades Verhältnis.

Der gemeinschaftliche Teiler ist 7. Man schliesst demnach:

14 km werden zurückgelegt in 200 Minuten,
7 „ „ „ im zweiten Teile von 200 Minuten in 100 Minuten.
21 „ „ zurückgelegt im 3-fachen von 100 Minuten,

in 300 Minuten oder in 5 Stunden.

Aufgabe 143. In 3 Stunden 45 Minuten legt ein Eisenbahnzug 232 km 200 m zurück. Wie weit fährt er in 5 Stunden 50 Minuten?

Erkl. 93. 3 Stunden sind 180 Minuten, 3 Stunden 45 Minuten sind also 225 Minuten. 232 km 200 m sind 232,2 km. 5 Stunden 50 Minuten sind (300 + 50) Minuten.

Dieses Beispiel enthält lauter mehrfach benannte Zahlen.

Auflösung. Nach Erkl. 93 ist der Ansatz:

Bedingungssatz: In 225 Minuten fährt er 232,2 km weit.
Fragesatz: In 350 Minuten fährt er x.
} Gerades Verhältnis.

Der gemeinschaftliche Teiler ist 25. Man schliesst also:

In 225 Minuten fährt er 232,2 km weit.
„ 25 „ „ „ den 9. Teil von 232,2 km = 25,8 km,
„ 350 „ „ er das 14-fache von 25,8 km,
d. s. 361,2 km = 361 km 200 m.

Aufgabe 144. Mit ihrem Vorrate an Kaffee reicht eine Hausfrau, wenn sie täglich 140 g nimmt, 18 Tage. Wie lange würde sie reichen, wenn sie täglich nur 120 g braucht?

Erkl. 94. Der grösste gemeinschaftliche Teiler zweier Zahlen wird gefunden, indem man jede der Zahlen in ihre Primfaktoren (siehe Erkl. 95) zerlegt, die gemeinschaftlichen Faktoren herausgreift und miteinander multipliziert,

z. B. $\left.\begin{array}{l}140 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7 \\ 120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5\end{array}\right\} 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$

Zu beachten ist hierbei, dass ein Faktor, der in beiden Zahlen mehrmals vorkommt (hier die 2), auch ebensoviel Mal, als er vorkommt, herausgenommen werden muss. (Siehe Erkl. 96.)

Erkl. 95. Unter Primzahlen, Primfaktoren versteht man diejenigen Zahlen, welche nur durch 1 und sich selbst teilbar sind, z. B. 7, 13, 17, 19, 23 u. s. f.

Auflösung. Als Ansatz wird gefunden:

Bedingungssatz: Bei 140 g täglich reicht sie 18 Tage.
Fragesatz: Bei 120 g täglich reicht sie x.
} Umgekehrtes Verhältnis.

1. Art. Gemeinschaftlicher Teiler (siehe Erkl. 94) ist 20. Man schliesst:

Bei 140 g täglich reicht sie 18 Tage,
„ 20 g „ „ „ das 7-fache von 18 Tagen, d. s. 126 Tage; bei 120 g täglich reicht sie den 6. Teil von 126 Tage, d. s. 21 Tage.

2. Art. Kleinster Dividuus von 140 und 120 ist 840. Man kann also schliessen:

Bei 140 g täglich reicht sie 18 Tage,
„ 840 „ „ „ „ den 6. Teil von 18 Tagen, d. s. 3 Tage,
„ 840 „ „ reicht sie das 7-fache von 3 Tagen, d. s. 21 Tage.

Aufgabe 145. Zur Belegung eines Platzes braucht man 260 Platten von 66 cm Seitenlänge. Man erhält aber nur solche von 78 cm Länge. Wieviel braucht man von diesen?

Erkl. 96. Der grösste gemeinschaftliche Teiler zweier Zahlen wird auch gefunden (vergl. Erkl. 94), indem man mit der kleinen Zahl in die grössere dividiert; mit dem bleibenden Reste dividiert man wiederum in den vorhergehenden Divisor u. s. f., bis der letzte Rest Null wird. Der letzte Divisor ist die gesuchte Zahl.

Z. B. 78 : 66 = 1, Rest 12
66 : 12 = 5, Rest 6
12 : 6 = 2, Rest 0; 6 ist die gesuchte Zahl.

Auflösung. Der Ansatz ist:

Bedingungss.: Bei 66 cm Breite braucht man 260 Platten.
Fragesatz: Bei 78 cm Breite braucht man x.
} Umgekehrtes Verhältnis.

1. Art. Gemeinschaftlicher Teiler (siehe Erkl. 96) ist 6. Man schliesst:

Bei 66 cm Breite braucht man 260 Platten,
„ 6 „ „ „ „ das 11-fache von 260 Platten, d. s. 2860 Platten.
„ 78 cm Breite braucht man den 13. Teil von 2860 Platten, d. s. 220 Platten.

2. Art. Der kleinste Dividuus ist 858. Also:

Bei 66 cm Breite braucht man 260 Platten,
„ 858 „ „ „ „ den 13. Teil von 260 Platten, d. s. 20 Platten,
„ 78 „ Breite braucht man das 11-fache von 20 Platten, d. s. 220 Platten.

Aufgabe 146. In einer Familie wurden monatlich 80 ℔ Fleisch gebraucht, als der Durchschnittspreis eines Pfundes 58 ₰ betrug. Um wieviel muss der Verbrauch eingeschränkt werden, wenn das Pfund Fleisch um 6 ₰ teurer wird, und die Hausfrau monatlich nicht mehr für Fleisch ausgeben will als früher?

Erkl. 97. Der kleinste Dividuus zweier Zahlen wird gefunden, indem man ihren grössten gemeinschaftlichen Teiler sucht und denselben mit denjenigen Quotienten multipliziert, die sich ergeben, wenn man mit ihm in jede der Zahlen dividiert.

Erstes Beispiel.

$$\left.\begin{array}{l}58 = 2\cdot29\\ 64 = 2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2\end{array}\right\} 2 \left\{\begin{array}{l}58:2 = 29\\ 64:2 = 32\end{array}\right.$$

Also ist der Dividuus $2\cdot29\cdot32 = 1856$.

Zweites Beispiel.

$$\left.\begin{array}{l}140 = 2\cdot2\cdot5\cdot7\\ 120 = 2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5\end{array}\right\} 2\cdot2\cdot5 = 20 \left\{\begin{array}{l}140:20 = 7\\ 120:20 = 6\end{array}\right.$$

Also ist der Dividuus $20\cdot7\cdot6 = 840$.

Drittes Beispiel.

$$\left.\begin{array}{l}66 = 2\cdot3\cdot11\\ 78 = 2\cdot3\cdot13\end{array}\right\} 2\cdot3 = 6 \left\{\begin{array}{l}66:6 = 11\\ 78:6 = 13\end{array}\right.$$

Also ist der Dividuus $6\cdot11\cdot13 = 858$.

Auflösung. Wird das Fleisch um 6 ₰ teurer, so kostet es nunmehr 64 ₰. Also heisst der

Bedingungss.: Kostet 1 ℔ 58 ₰, so werden 80 ℔ gebraucht.
Fragesatz: Kostet 1 ℔ 64 ₰, so werden x gebraucht.
} Umgekehrtes Verhältnis.

Man schliesst:

1. Art. Der gemeinschaftliche Teiler ist 2. Bei 58 ₰ Preis werden 80 ℔ gebraucht, bei 2 ₰ Preis kann für dasselbe Geld das 29-fache von 80 ℔ gekauft werden, d. s. 2320 ℔, bei 64 ₰ Preis erhält man für dasselbe Geld nur den 32. Teil von 2320 ℔, d. s. $72^1/_2$ ℔. Die Hausfrau bekommt somit nur $72^1/_2$ ℔, muss also ihren Verbrauch um $(80 - 72^1/_2)$ ℔ $= 7^1/_2$ ℔ einschränken.

2. Art. Der kleinste Dividuus (siehe Erkl. 97) ist 1856. Es ist zu schliessen: Bei 58 ₰ Preis werden 80 ℔ gebraucht, bei 1856 ₰ Preis bekommt man für dasselbe Geld nur den 32. Teil von 80 ℔, dieser ist $2^1/_2$ ℔. Bei 64 ₰ Preis erhält man für dasselbe Geld das 29-fache von $2^1/_2$ ℔, d. s. $72^1/_2$ ℔. Die Frau muss $7^1/_2$ ℔ weniger kaufen.

Aufgabe 147. Die Besatzung eines Schiffes von 125 Mann ist auf 40 Tage mit Lebensmitteln versehen. Nach einer 11 tägigen Fahrt werden 20 Schiffbrüchige aufgenommen. Wie lang reicht nunmehr der Vorrat?

Erkl. 98. Man möge nicht verwechseln eine zusammengesetzte Aufgabe der einfachen Regeldetri mit einer Aufgabe der zusammengesetzten Regeldetri. Während nämlich die erstere im Ansatze stets nur 4 Glieder enthält, von denen eins oder mehrere erst durch Bestimmungen, die in den Aufgaben enthalten sind, berechnet werden müssen, besteht die letztere von vornherein aus 6 oder mehr Gliedern. (Vergl. Abschnitt C.)

Auflösung. Diese Aufgabe ist eine zusammengesetzte (siehe Erkl. 98) insofern, als die einzelnen Glieder der beiden Sätze erst gefunden werden müssen. Die 125 Mann haben schon 11 Tage von dem Vorrate gezehrt, sie würden also noch 29 Tage reichen. 20 Mann werden aufgenommen. Es sind also dann 145 Mann. Nunmehr kann der Ansatz aufgestellt werden:

Bds.: 125 Mann reichen 29 Tage.
Fgs.: 145 „ „ x.
} Umgekehrt. Verhältnis.

1. Art. Gemeinschaftlicher Teiler ist 5.

125 Mann reichen 29 Tage,
5 „ „ das 25-fache von 29 Tagen = 725 Tage,
145 „ „ den 29. Teil von 725 Tagen = 25 Tage.

2. Art. Kleinster Dividuus ist 3625.

125 Mann reichen 29 Tage,
3625 „ „ den 29. Teil von 29 Tagen = 1 Tag,
145 „ „ das 25-fache von 1 Tage = 25 Tage

Anmerkung 15. Aus den gelösten Aufgaben 144 bis 147 erkennt man, dass die zweite Art des Schlusses mit Hilfe des kleinsten Dividuus, wenn derselbe gefunden ist, zwar für die Ausrechnung bequemer ist, dass aber das Aufstellen dieses Dividuus bei etwas grösseren Zahlen eine Nebenrechnung verursacht, bei der erst der kleinste Teiler gesucht werden muss. Man wird also diese Art des Schlusses nur dann anwenden, wenn sich der kleinste Dividuus ohne grosse Nebenrechnung leicht finden lässt, d. h. wenn er eine nicht zu grosse Zahl ist,

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 148. 8 Arbeiter bekamen 164 ℳ Lohn, wieviel muss a) an 10, b) an 12 Arbeiter ausgezahlt werden?

Aufgabe 149. Für 28 ℳ erhielt man 100 kg Linsen, wieviel bekommt man a) für 35, b) für 42, c) für 20 ℳ?

Aufgabe 150. 50 kg afrikanischer Ingwer waren zu 24 ℳ notiert. Wieviel ist für eine Sendung a) von 125, b) von 40 kg zu zahlen?

Aufgabe 151. 20 Arbeiter wurden mit einer Arbeit in 48 Tagen fertig. Wieviel Tage brauchen zu derselben Arbeit a) 16, b) 5, c) 4, d) 80 Arbeiter?

Aufgabe 152. Ein Fussgänger legt in 2 Stunden 40 Minuten 14 km 500 m zurück. Wieviel Zeit braucht er zu 21 km 750 m?

Andeutung. Ist wie Aufgabe 143 zu rechnen.

Aufgabe 153. 100 Stück Drahtstifte wiegen 320 g und kosten 48 ₰. Berechne Gewicht und Preis von a) 275, b) 550, c) 825 ebensolchen Drahtstiften!

Aufgabe 154. Eine Leiter hat 20 Sprossen, welche 21 cm aus einander stehen. Wieviel Sprossen würden nötig sein, wenn dieselben a) 28, b) 35 cm weit aus einander zu stehen kommen?

Aufgabe 155. 100 Stück Rosskastanienbäume kosten 40 ℳ. Wieviel ist zu zahlen, wenn eine Allee angepflanzt werden soll, zu der 180 Bäume nötig sind?

Aufgabe 156. Eine Frau braucht zu einem Kleide 9 m Stoff von 80 cm Breite. Der von ihr gewählte Stoff ist aber nur 60 cm breit; wieviel wird sie nehmen müssen?

Aufgabe 157. Auf 1 Centner Brutto Glasperlen, in Kisten verpackt, wird bei der Verzollung 19 ℔ Tara gerechnet. Wieviel Tara ist bei einer Sendung von 120 ℔ abzuziehen?

Aufgabe 158. 1000 kg Gerste notierten zu 216 ℳ. Wie teuer sind a) 1500, b) 875, c) 1125 kg?

Aufgabe 159. Wenn jemand täglich 6 Zigarren, das Tausend zu 64 ℳ, raucht, um wieviel muss er seinen Gebrauch einschränken, wenn der Preis der Zigarren um 8 ℳ erhöht wird, und er nicht mehr als früher dafür ausgeben will?

Aufgabe 160. Ein Dampfwagen legt in derselben Zeit 120 km zurück, in welcher ein Dampfschiff 66 km vorwärts kommt. Welchen Weg hat das Schiff zurückgelegt, wenn der Dampfwagen a) 80, b) 180, c) 160, d) 90 km weit gekommen ist?

Aufgabe 161. In einem Testamente ist bestimmt, dass jeder der 8 Erben 16 200 ℳ erhalten soll. Vor Eröffnung des Testaments aber sterben zwei der Erben. Wieviel kommt nunmehr auf einen Teil?

Aufgabe 162. 660 ℳ Kapital brachte in einer bestimmten Zeit 29,70 ℳ Zinsen. Wieviel Zinsen ergeben unter sonst gleichen Umständen 550 ℳ?

Aufgabe 163. Aus 1 kg 250 g Silber werden 45 Fünfmarkstücke geprägt. Wieviel Silber braucht man zu a) 36, b) 63, c) 75, d) 150, e) 300 Fünfmarkstücken?

Aufgabe 164. 12 Zweipfennigstücke wiegen 40 g. Wie schwer sind a) 16, b) 30, c) 100, d) 42, e) 66 Zweipfennigstücke?

Aufgabe 165. Wieviel Zweipfennigstücke gehen auf a) 60, b) 230, c) 660 g, d) 1 ℔ e) 1 kg? (Siehe Aufgabe 164.)

Aufgabe 166. Werden in einer Stallung 8 Pferde untergebracht, so erhält jedes 15,3 qm Raum. Wieviel Raum kommt auf 1 Pferd, wenn in demselben Stall 12 Stück eingestellt werden?

Aufgabe 167. An 1 kg 350 g gewann man 1,89 ℳ. Wieviel gewinnt man an a) 500 g, b) 2,700 kg, c) 4,050 kg?

Aufgabe 168. Die Wasserleitung einer Stadt kann von 55 Arbeitern in 24 Tagen gelegt werden. Infolge schlechten Wetters muss aber die Arbeit 4 Tage ausgesetzt werden. Wieviel Arbeiter müssen nunmehr angestellt werden, um die Arbeit in demselben Zeitraume fertig zu bringen?

Aufgabe 169. Bei einem Schweine rechnet man auf 1 Zentner lebendes Gewicht 35 kg Fleischgewicht. Wieviel Fleischgewicht hat demnach ein Fleischer von 3 Schweinen zu erwarten, deren lebendes Gewicht 83,5; 102; 94,5 kg beträgt?

Andeutung. Erst muss das gesamte lebende Gewicht berechnet werden.

Aufgabe 170. Setzt man auf jedes Beet eines Gemüsegartens 36 Kohlpflanzen, so braucht man für den ganzen Garten 28 Schock. Wieviel Schock sind nötig, wenn auf das Beet 45 Pflanzen gesetzt werden?

Aufgabe 171. Ein Schiff ist für die Besatzung von 42 Mann auf 38 Tage mit Lebensmitteln versehen. Nach einer Fahrt von 5 Tagen werden 21 Schiffbrüchige aufgenommen. Für wieviel Tage reicht der vorhandene Vorrat noch?

Andeutung. Ist ähnlich wie Aufgabe 147 zu rechnen.

Anmerkung 16. Weitere Aufgaben, die hierher gehören, sind aus Abschnitt E, No. 804, 836, 866, 897, 898, 931, 932, 962, 963, 990, 1016, 1042, 1068, 1121, 1122.

---

6) Ueber den Schluss von einer ganzen Zahl auf eine andere vermittelst der 1.

Frage 41. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse von einer ganzen Zahl auf eine andere, wenn beide keinen andern gemeinschaftlichen Teiler als 1 haben (siehe Erkl. 99)?

Erkl. 99. Zahlen, welche keinen andern gemeinschaftlichen Teiler als 1 haben, nennt man prim zu einander.

Erkl. 100. Der Schluss vermittelst der 1 ist immer ausführbar und wird für das schriftliche Rechnen massgebend sein.

Antwort. Von einer ganzen Zahl schliesst man auf eine andere vermittelst der 1 bei geradem Verhältnisse dadurch, dass man durch Division beider Sorten mit der ganzen Zahl des Bedingungssatzes von derselben auf 1 schliesst (s. Antwort zu Frage 25) und dann durch Multiplikation beider Sorten mit der ganzen Zahl des Fragesatzes (s. Antwort auf Frage 21) von 1 auf diese kommt (s. Erkl. 100).

Frage 42. Wie schliesst man bei geradem Verhältnisse von 37 auf 73?

Erkl. 101. Für diese Art des Schlusses wird auch, wie leicht verständlich ist, der Name Multiplikations- und Divisionsregeldetri angewendet.

Antwort. Bei geradem Verhältnisse schliesst man von 37 auf 73, indem man die zweite Sorte des Bedingungssatzes durch 37 dividiert und das Erhaltene mit 73 multipliziert (siehe Erkl. 101).

Frage 43. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von einer ganzen Zahl auf eine andere vermittelst der 1?

Erkl. 102. Diese Art des Schlusses wird immer dann vorzuziehen sein, wenn die Division mit der ersten Zahl des Bedingungssatzes in die zweite aufgeht oder nicht auf zu unbequeme Brüche führt, da ja hierbei das Produkt der ersten Zahlen beider Sätze gar nicht ausgerechnet zu werden braucht.

Erkl. 103. Im 16. Jahrhundert und noch lange nachher wurden die Fälle des umgekehrten Verhältnisses gar nicht genügend erläutert. Es wurden Beispiele angeführt und ohne Begründung ausgerechnet. Als Schema der Ausrechnung galt folgende Regel, die sich bei Apian 1527 findet:

Antwort. Von einer ganzen Zahl schliesst man auf eine andere vermittelst der 1 bei umgekehrtem Verhältnisse,

1) indem man von der ganzen Zahl des Bedingungssatzes auf 1 und dann von 1 auf die ganze Zahl des Fragesatzes schliesst; oder

2) indem man von der ganzen Zahl des Bedingungssatzes auf das Produkt beider ganzen Zahlen und dann auf die ganze Zahl des Fragesatzes schliesst (siehe Erkl. 102).

Im ersten Falle hat man die zweite Sorte zuerst mit der ganzen Zahl des

„Diese Regel heist darumb Conversa | das sie die Exempel vmbkert | was Regula de Tri vorne setzt | das setzt diese Regel hinden.“

Bedingungssatzes zu multiplizieren (siehe Antwort auf Frage 27) und dann mit der ganzen Zahl des Fragesatzes zu dividieren (siehe Antwort auf Frage 23). Im zweiten Falle hat man umgekehrt zu verfahren (siehe Erkl. 103).

Frage 44. Wie schliesst man bei umgekehrtem Verhältnisse von 46 auf 29?

Erkl. 104. Der Grund, dass beide Arten der Berechnung zu demselben Ergebnisse führen müssen, liegt darin, dass Multiplikation und Division vertauschbar sind (siehe Maiers Lehrbuch der gemeinen und Dezimalbrüche) d. h. dass, falls nur Multiplikationen und Divisionen vorkommen, das Ergebnis von der Reihenfolge dieser Operationen unabhängig ist.

Antwort. Bei umgekehrtem Verhältnisse schliesst man von 46 auf 29

1) dadurch, dass man von 46 auf 1 schliesst, indem man die zweite Sorte mit 46 multipliziert, und dann von 1 auf 29, indem man das Gefundene durch 29 dividiert;

2) dadurch, dass man von 46 auf 46·29 schliesst, indem man die zweite Sorte durch 29 dividiert, und dann von 46·29 auf 29, indem man das Gefundene mit 46 multipliziert (s. Erkl. 104).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 172. Für 6 £ (siehe Erkl. 105) erhält man 300 Stück Apfelsinen. Wieviel Stück erhält man für 25 £?

Erkl. 105. £ ist das Zeichen für Lire (Lira), die italienische Münzeinheit. 1 Lire hat 100 · Centesimi (c) und den Wert von 80 Reichspfennigen. — Verwechsele „£“ nicht mit „ℳ“ (siehe Erkl. 79).

Auflösung. Der Ansatz ist:

Bedingungssatz: Für 6 £ erhält man 300 Stück.
Fragesatz: Für 25 £ erhält man x.
} Gerades Verhältnis.

Ausrechnung.

Für 6 £ erhält man 300 Stück,
„ 1 £ „ „ den 6. Teil von 300 St., d. s. 50 Stück,
„ 25 £ „ „ das 25-fache von 50 St., d. s. 1250 Stück.

Aufgabe 173. 8 Personen teilen unter sich zu gleichen Teilen einen Gewinn von 672,8 $ (siehe Erkl. 106). Wieviel erhalten 5 Personen davon?

Erkl. 106. $ ist das Zeichen für den amerikanischen Dollar, die Geldeinheit der Vereinigten Staaten. Er hat 100 Cents und einen Wert von 4,1979 Mark.

Ausserdem wird $ auch angewendet zur Bezeichnung des spanischen Piasters (ca. 4,25 ℳ) und des portugiesischen Milreïs (ca. 4,50 ℳ).

Auflösung. Als Ansatz ergiebt sich:

Bedingungssatz: 8 Personen bekommen 672,8 $.
Fragesatz: 5 Personen bekommen x.
} Gerades Verhältnis.

Ausrechnung.

8 Personen bekommen 672,8 $,
1 Person bekommt den 8. Teil, d. s. 84,1 $,
5 Personen bekommen das 5-fache von 84,1 $, d. s. 420,50 $.

Aufgabe 174. Für 5 Festmeter (siehe Erkl. 107) fichtene Pfosten sind 210 ℳ zu zahlen. Wie teuer ist eine Sendung von 11 Festmetern?

Erkl. 107. Unter einem Festmeter Holz versteht man einen Kubikmeter, der ganz mit Holz ausgefüllt gedacht ist (s. Erkl. 72). 1,3 Festmeter Holz ist etwa 1 Raummeter.

Auflösung. Der Ansatz lautet:

Bds.: 5 Festmeter kosten 210 ℳ
Fgs.: 11 „ „ x.
} Gerades Verhältnis.

Ausrechnung.

5 Festmeter kosten 210 ℳ,
1 „ kostet den 5. Teil, d. s. 42 ℳ,
11 „ kosten das 11-fache von 42 ℳ, d. s. 462 ℳ

Aufgabe 175. Wenn vom 24. Lebensjahre ab monatlich bis zum 50. Lebensjahre 10 ℳ eingezahlt werden, zahlt eine Altersrentenbank mit Beginn des 56. Lebensjahres 705 ℳ jährliche Rente (siehe Erkl. 108). Wie gross ist die Rente, wenn monatlich 3 ℳ eingezahlt werden?

Erkl. 108. Unter Rente versteht man im allgemeinen jede Geld- oder sonstige Einnahme, welche in bestimmten Zeitabschnitten fortlaufend oder bis zu einem gewissen Zeitpunkte zahlbar ist.

Auflösung. Der Ansatz ist:

Bedingungssatz: Bei 10 ℳ Einzahlung ist die Rente 705 ℳ
Fragesatz: Bei 3 ℳ Einzahlung ist die Rente x.
} Direktes Verhältnis,

da bei grösserer Einzahlung grössere Rente bezahlt wird.

Ausrechnung.

Bei 10 ℳ Einzahlung ist die Rente 705 ℳ,
„ 1 „ „ beträgt die Rente den 10. Teil von 705 ℳ, d. i. 70,50 ℳ,
„ 3 ℳ Einzahlung beträgt die Rente das 3-fache von 70,50 ℳ, d. s. 211,50 ℳ

Aufgabe 176. Eine Stube von 4 m Breite und 6 m Länge kostete 28 ℳ zu streichen. Wie lang kann eine Stube sein, die bei 3 m Breite ebensoviel zu streichen kostet?

Erkl. 109. Was Länge oder Breite zu nennen ist, hängt von der Lage ab, welche die Fläche dem Beschauer gegenüber einnimmt. Es ist aber auch unwesentlich für die Fläche des Rechtecks, da dieselbe, wie in ber Geometrie gelehrt wird, soviele Flächeneinheiten hat, als das Produkt zweier aneinanderstossender Seiten, diese in Längeneinheiten ausgedrückt, ergiebt.

Auflösung. Man findet als Ansatz:

Bedingungssatz: Bei 4 m Breite ist die Länge 6 m.
Fragesatz: Bei 3 m Breite ist die Länge x.
} Umgekehrtes Verhältnis.

1. Ausrechnung.

Bei 4 m Breite ist die Länge 6 m,
„ 1 „ „ „ „ „ das 4-fache = 24 m,
„ 3 „ „ beträgt die Länge den 3. Teil von 24 m = 8 m.

2. Ausrechnung.

Bei 4 m Breite ist die Länge 6 m,
„ $3 \cdot 4$ m Breite ist die Länge der 3. Teil von 6 m = 2 m,
„ 3 m Breite ist die Länge das 4-fache von 2 m = 8 m (siehe Erkl. 109).

Aufgabe 177. Mit einer Geschwindigkeit von 12 m in der Sekunde legt ein Eisenbahnzug eine Strecke in $1^h\,39'$ (s. Erkl. 110) zurück. Wieviel Zeit braucht er zu derselben Strecke bei einer Geschwindigkeit von 11 m?

Erkl. 110. h ist das Zeichen für Stunde. Es ist der Anfangsbuchstabe des lat. hora, die Stunde. ' bedeutet Minute und " Sekunde. Also heisst:

$1^h\,39'\,18''$ 1 Stunde 39 Minuten 18 Sekunden.

Erkl. 111. 99·12 wird gerechnet:

$$\begin{array}{r} 100\cdot12 = 1200 \\ -1\cdot12 = -12 \\ \hline 99\cdot12 = 1188 \end{array}$$

Auflösung. Nachdem $1^h\,39'$ in Minuten verwandelt sind, findet man als Ansatz:

Bds.: Bei 12 m Geschwindigkeit werden 99' gebraucht.
Fgs.: Bei 11 m Geschwindigkeit werden x gebraucht.
} Umgekehrtes Verhältnis.

1. Ausrechnung.

Bei 12 m Geschwindigk. werden 99' gebraucht,
" 1 " " wird das 12-fache von 99' gebraucht = 1188' (s. Erkl. 111),
" 11 m Geschw. wird der 11. Teil von 1188' gebraucht = 108' oder 1 Stunde 48 Minuten.

2. Ausrechnung.

Bei 12 m Geschw. werden 99' gebraucht,
" 11·12 m " wird der 11. Teil von 99' gebraucht, d. s. 9',
" 11 m Geschw. das 12-fache von 9', d. s. $108' = 1^h\,48'$.

Aufgabe 178. Ein Futtervorrat langt für 38 Schafe noch 42 Tage. Wie lange reicht er, wenn 31 Stück verkauft werden?

Erkl. 112. 42·38 ist in folgender Weise auszurechnen. Es ist:

$$42 = 40 + 2$$
$$38 = 40 - 2$$

dann ist:

$$42\cdot38 = (40+2)(40-2) = 40\cdot40 - 2\cdot2 = 1596;$$

denn es gilt die Formel:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

(siehe Kleyers Lehrbuch der Algebra).

In ähnlicher Weise findet man:

$$41\cdot39 = (40+1)(40-1) = 40\cdot40 - 1\cdot1 = 1599$$
$$43\cdot37 = (40+3)(40-3) = 40\cdot40 - 3\cdot3 = 1591$$
$$44\cdot36 = (40+4)(40-4) = 40\cdot40 - 4\cdot4 = 1584$$
$$45\cdot35 = (40+5)(40-5) = 40\cdot40 - 5\cdot5 = 1575 \text{ u. s. w.}$$

Auflösung. Werden von 38 Schafen 31 Stück verkauft, so bleiben noch 7 Stück übrig, also lautet der Ansatz:

Bedingungss.: 38 Schafe reichen 42 Tage.
Fragesatz: 7 Schafe reichen x.
} Umgekehrtes Verhältnis.

1. Ausrechnung.

38 Schafe reichen 42 Tage,
1 Schaf reicht das 38-fache von 42 Tagen, d. s. 1596 Tage (s. Erkl. 112),
7 Schafe reichen den 7. Teil von 1596 Tagen, d. s. 228 Tage.

2. Ausrechnung.

38 Schafe reichen 42 Tage,
38·7 " " den 7. Teil von 42 Tagen, also 6 Tage,
7 " " das 38-fache von 6 Tag., also 228 Tage.

Aufgabe 179. Ein Kapital von 83 ℳ gab nach 75 Tagen einen gewissen Zinsenertrag. Nach wieviel Tagen werden 25 ℳ dieselbe Zinsenmenge geben?

Auflösung. Der Ansatz ist:

Bds.: 83 ℳ geben in 75 Tagen eine Zinsenmenge.
Fgs.: 25 ℳ geben in x dieselbe.
} Umgekehrtes Verhältnis.

Erkl. 118. Da 75 der 4. Teil von 300 ist, so wird mit 75 multipliziert, indem man das 300-fache durch 4 teilt,

z. B.: $83 \cdot 75 = 24200 : 4 = 6225.$

Oder, da $75 = 100 - 25$ ist, so wird mit 75 multipliziert, indem man vom 100-fachen den 4. Teil des 100-fachen abzieht,

$$\text{z. B.: } 83 \cdot 75 = 83 \cdot 100 - \frac{83 \cdot 100}{4} = 8300 - 2075 = 6225.$$

1. Ausrechnung.

83 ℳ geben in 75 Tagen diese Zinsen,

1 „ giebt in der 83-fachen Zeit, d. i. in 6225 Tagen (s. Erkl. 118) dieselbe Zinsenmenge,

25 „ geben im 25. Teile von 6225 Tagen auch dieselben Zinsen, d. h. in 249 Tagen.

2. Ausrechnung.

83 ℳ geben in 75 Tagen diese Zinsen,

83·75 ℳ geben im 25. Teile von 75 Tagen diese Zinsen, d. h. in 3 Tagen, also geben

25 ℳ diese Zinsen in der 83-fachen Zeit, d. h. in 249 Tagen.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 180. Für 5 ℳ bekam man 1 kg 50 g einer Ware. Wieviel erhält man von derselben Ware für a) 3 ℳ, b) 7 ℳ, c) 10 ℳ, d) 1 ℳ?

Aufgabe 181. 1 Dutzend Schachteln Spielwaren kamen im Einkaufe 4,80 ℳ. Wie hoch ist der Einkaufspreis von 5 Stück?

Aufgabe 182. Für 5 £ wurden 102 ℳ bezahlt. Wieviel ist zu zahlen für a) 4, b) 8, c) 1, d) 10 £?

Aufgabe 183. Zum Ausschlagen eines Wagens bedarf man 8 m Tuch von 9 dm Breite. Wieviel braucht man bei 8 dm Breite?

Aufgabe 184. 10 l Wein wurden zu 20,50 ℳ gerechnet. Wieviel ist für 3 l zu zahlen?

Aufgabe 185. Will man an 100 kg einer Ware 32 ℳ gewinnen, so muss ein Posten mit 352 ℳ verkauft werden. Wie teuer ist dieser beim Verkaufe zu rechnen, wenn an 100 kg 35 ℳ gewonnen werden sollen?

Aufgabe 186. Zum Aufführen einer Mauer brauchen 24 Maurer 13 Tage. Wieviel Maurer würden in 12 Tagen damit fertig werden?

Aufgabe 187. Die Geschäftsunkosten einer Schlosserei betrugen im Januar 80,60 ℳ. Wieviel Unkosten sind auf eine Arbeit zu rechnen, die 5 Tage in Anspruch nahm?

Andeutung. Der Januar hat 31 Tage.

Aufgabe 188. Ein Kürschner kauft 7 Stück Hasenbälge und zahlt für 10 Stück 4,20 ℳ. Wieviel bezahlt er?

Aufgabe 189. Ein Oelvorrat reicht für 16 Lampen 75 Tage. Wie lange würde er für 25 Lampen reichen?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

☛ Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

k ... jede Buchhandlung bezogen werden.

...h erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

915. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 914. — Seite 49—64.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 914. — Seite 49—64.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
...erlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen **Kapiteln** angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in **analoger** Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht **benutzt** werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Milit**[illegible] etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergess[illegible] mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in **allen Be**[illegible] **zweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen** Verwertungen und **weiteren Forschungen** g[illegible]

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktisch[illegible] gaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der [illegible] verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Ve[illegible] Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren [illegible] thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagsha**[illegible]

Aufgabe 190. Eine geneigte Ebene steigt 16 m auf einer Strecke von 4832 m. Auf wieviel Meter Länge kommen dann 7 m Steigung?

Aufgabe 191. Ein Haushalt hat in 5 Monaten 875 ℳ gekostet. Wieviel würde die Ausgabe in einem Jahre betragen?

Aufgabe 192. Ein Schock Bretter kam 33 ℳ zu stehen. Wieviel hat man für a) 17, b) 25, c) 11, d) 125 Stück zu zahlen?

Aufgabe 193. Wieviel Kilometer können 48 Personen für dasselbe Geld fahren, für welches 175 Personen 24 km weit fahren?

Aufgabe 194. Für 10 Stück 8 jährige Fichten zu Parkanlagen werden 17,80 ℳ bezahlt. Wie teuer sind 7 Stück?

Aufgabe 195. Die Tapeten zu einem Zimmer von 54 qm Wandfläche kosten 21,60 ℳ Wieviel müsste man bezahlen, um dieselbe Tapete für ein anderes Zimmer mit 91 qm Wandfläche zu kaufen?

Aufgabe 196. Eine Dame brauchte zu einem Kleide 14 m Stoff von 55 cm Breite. Wieviel wird sie haben müssen, wenn der Stoff a) 84 cm, b 98 cm, c) 1,68 m breit liegt?

Aufgabe 197. Das Gewicht von 9 Zweimarkstücken beträgt 100 g. Wie gross ist das Gewicht von a) 10, b) 2, c) 11, d) 25 Zweimarkstücken?

Aufgabe 198. Es kosten 50 kg Weizenmehl Kaiserauszug 21 ℳ, 50 kg No. 0 15 ℳ, 50 kg Roggenmehl I 16 ℳ und 50 kg Roggenmehl II. 14 ℳ Wieviel ist für je 37 ℔ von jeder Sorte zu zahlen?

Aufgabe 199. In 3 Jahren 10 Monaten gewinnt man mit einer bestimmten Einlage 506 fs. Wieviel würde man mit derselben Einlage in 4 Jahren 1 Monat gewinnen?

Aufgabe 200. 31 goldene 20 Francsstücke wiegen 200 g. Wie schwer sind a) 2, b) 5, c) 7, d) 10, e) 100 solche Geldstücke?

Aufgabe 201. Der Heuvorrat eines Landmannes würde für seine 63 Schafe 25 Tage reichen. Wie lange kommt er damit aus, wenn er 13 Stück verkauft?

Andeutung. Ist wie Aufgabe 178 zu rechnen.

Aufgabe 202. A und B beziehen eine Doppelladung böhmische Braunkohlen, welche 45 ℳ ab Werk kosten. Die Fracht beträgt 54,50 ℳ, und Fuhrlohn nebst Hereinschaffen 27,40 ℳ Die Kohlen werden auf 9 Fuhren verteilt, von denen A 4 und B 5 erhält. Wieviel hat ein jeder zu zahlen?

Andeutung. Berechne zunächst die gesamten Kosten.

Aufgabe 203. Fin Tuchhändler erhielt ein Stück Tuch von 54 m und hatte berechnet, dass er 1 m zu 10,20 ℳ verkaufen könne. Es waren aber, wie sich herausstellte, beim

Transport 3 m verdorben worden. Wieviel muss er nun für 1 m verlangen, um nichts einzubüssen?

Andeutung. Er muss für (54 — 3) m dasselbe Geld lösen, als vorher. Daher umgekehrtes Verhältnis.

Anmerkung 17. Weitere Aufgaben, die hierher gehören, sind aus Abschnitt E. No. 805, 837, 867, 899, 933, 964, 965, 991, 1043, 1069, 1096, 1123, 1124.

---

7) Ueber den Schluss durch Zerlegen oder Zerfällen.

Anmerkung 18. Der Schluss durch Zerlegen oder Zerfällen hatte in früherer Zeit, insbesondere im 16. und 17. Jahrhundert, eine solche Bedeutung, dass man ihn unter dem Namen der welschen Praktik der Lehre von der Regeldetri gegenüberstellte, obwohl jene doch nur ein vorteilhaftes Hilfsmittel bei der Lehre dieser war; und jeder, der damals die welsche Praktik beherrschte und lehren konnte, galt für einen grossen Rechenmeister. Seitdem aber in den Münz-, Mass- und Gewichtssystemen die decimale Einteilung durchgeführt ist, hat diese Methode den grössten Teil ihrer Bedeutung verloren. In Deutschland ist sie, zwar nicht im kaufmännischen Leben, beim Unterrichte in den Schulen aber fast vollständig zurückgetreten, nur in England und Russland geniesst sie noch einige Verbreitung, weil diese Länder die decimale Einteilung in ihren Massen u. s. f. noch nicht durchgeführt haben.

Die welsche Praktik besteht dem Gedanken nach in einer Zerlegung eines gebrochenen Multiplikators in eine Summe von sogenannten Stammbrüchen, d. h. von Brüchen mit dem Zähler 1, wodurch die Multiplikation in leichte Divisionen und eine nachfolgende Addition umgesetzt wird.

Sie ist, wie in Anmerkung 2 gesagt wurde, aus Italien nach Deutschland gekommen und durch Kaufleute verbreitet worden. In Lehrbüchern findet sie sich zuerst bei Henricus Grammateus (1518) und Apianus (1527), von denen der letztere dem Titel seines Buches „Eyn newe vnd wolgegründte vnderweysung aller Kauffmanssrechnung“ ausdrücklich hinzufügt: „Sunderlich was fortl vnd behendigkeit in der Welschen Practica vnd Tolleten (s. Anmerkung 19) gebraucht wirdt | desgleichen fürmals weder in Teutzscher noch in Welischer sprach nie gedruckt.“ Gemäss der damals gebräuchlichen Lehrweise werden überall viele Beispiele vorgerechnet und in mannigfacher Weise ausgeführt, aber nirgends findet sich eine zusammenfassende Angabe über das Gemeinsame der Verfahrungsweise. Es bleibt eben dem Lernenden überlassen, die Anwendung auf andere Beispiele sich selbst zurechtzulegen.

In der Arithmetica integra von Michael Stifel (1544) findet sich folgende Aufgabe nach der welschen Praktik auf sechs verschiedene Arten gerechnet, von denen vier hier in der ursprünglichen Form Platz finden mögen:

Wie teuer sind 48 Ellen, wenn 1 Elle 15 Groschen (Gr.) 10½ Denare (₰) kostet? (12 Denare = 1 Groschen, 21 Groschen = 1 Gulden (fl.) sächsisch.)

1)	Elle	fl.	Gr.	₰	Ellen
	1	0	15	10½	48
A			7	6	
			7	3	
			1	1½	
B		16			*7 Gr·48*
		16			*7 Gr·48*
		2	6		*1 Gr·48*
		1	3		*6 ₰·48*
			12		*3 ₰·48*
			6		*1½ ₰·48*
Facit		36 fl.	6 Gr.		

2)	Elle	fl.	Gr.	₰	Ellen
	1	0	15	10½	48
A					21
					21
					3
					3
B		15			*15 Gr·21*
		15			*15 Gr·21*
		2	3		*15 Gr·3*
		2	3		*15 Gr·3*
		2			*10½ ₰·48*
Facit		36 fl.	6 Gr.		

	Elle	fl.	Gr.	₰	Ellen
3)	1	0	15	10½	48
			10	6	42
A			5	3	6
				1½	
		20			*10 Gr·42*
		10			*5 Gr·42*
		1			*6 ₰·42*
B		0	10	6	*3 ₰·42*
		0	5	3	*1½ ₰·42*
		3	0	0	*10 Gr 6 ₰·6*
		1	10	6	*5 Gr 3 ₰·6*
				9	*1½ ₰·6*

Facit 36 fl. 6 Gr.

	Elle	fl.	Gr.	₰	Ellen
4)	1	0	15	10½	48
			7	6	42
A			7	3	6
			1	1½	
		14			*7 Gr·42*
		14			*7 Gr·42*
		2			*1 Gr·42*
		2			*7 Gr·6*
		2			*7 Gr·6*
B		1			*6 ₰·42*
		0	10	6	*3 ₰·42*
			5	3	*1½ ₰·42*
			6	0	*1 Gr·6*
			3	0	*6 ₰·6*
			1	6	*3 ₰·6*
				9	*1½ ₰·6*

Facit 36 fl. 6 Gr.

Erläuterung. Abteilung A enthält die Zerlegung der darüber befindlichen Zahlen. Abteilung B die Teilprodukte, deren Summe das Facit geben. Die Entstehung der Teilprodukte ist in der letzten senkrechten Reihe durch die schräg gedruckten Zahlen, welche sich im Originale nicht befinden, angegeben.

Anmerkung 19. Die Tolletrechnung (die Bedeutung des Namens ist unbekannt) findet sich in vier Büchern des 16. Jahrhunderts, im Bamberger Rechenbuch 1483, bei Widman 1489, bei Apian 1527 und bei Gehre 1577. Die Aufgaben, welche darnach gelöst wurden, sind Preisberechnungen einer mehrsortigen Vielheit aus dem gegebenen Einheitspreise. Zum Zwecke der Auflösung wurde für jede Aufgabe eine eigene Hilfstafel aufgestellt, in welche das 1-, 10-, 100-, 1000- etc. fache des gegebenen Einheitspreises und ebenso die Preise für die Einheiten der kleineren Gewichte oder Masse aufgenommen wurden. Diese Beträge sind nun mit den ihnen entsprechenden Ziffern der gegebenen Vielheit zu multiplizieren und die Produkte zu addieren.

Die Tolletrechnung ist keineswegs ein vorteilhaftes Verfahren, sie kürzt die Rechnung nicht ab, sondern macht sie unnötig weitläufig.

Frage 45. Was versteht man unter dem Zerlegen einer Zahl?

Antwort. Unter dem Zerlegen einer Zahl versteht man die Angabe, aus welchen und wieviel Zahlordnungen eine Zahl besteht, wobei unter Zahlordnungen die Einer, Zehner, Hunderter, Tausender u. s. f. zu verstehen sind (siehe Erkl. 114).

Erkl. 114. Die Zahl 763 besteht aus:

7 Einheiten II. Ordnung oder Hunderten
6 „ I. „ „ Zehnern
3 „ 0. „ „ Einern.

(Siehe Frömters Lehrbuch der Grundrechnungsarten I, Seite 18.)

Frage 46. Was versteht man unter dem Zerfällen einer Zahl?

Antwort. Jede Zahl lässt sich aus zwei oder mehreren Summanden zusammensetzen, und zwar kann diese Zusammensetzung, wenn man Brüche zu Hilfe nimmt, auf unendlich viele Weisen geschehen. Habe ich nun zu einer Zahl zwei oder mehrere andere gefunden, deren Summe gleich der gegebenen Zahl ist, so habe ich die Zahl zerfällt (s. Erkl. 115).

Erkl. 115. Die Zahl 43 lässt sich z. B. in folgender Weise zerfällen:

$$\begin{aligned} 43 &= 42 + 1 \\ &= 44 - 1 \\ &= 33 + 11 - 1 \\ &= 40 + 4 - 1 \\ &= 24 + 12 + 6 + 1 \\ &= 21 + 7 + 3 + 3 + 9 \text{ u. s. f.} \end{aligned}$$

Frage 47. Wie gestaltet sich das Schliessen durch Zerlegen oder Zerfällen im allgemeinen?

Erkl. 116. Da die Ergebnisse addiert werden, so ist diese Schlussweise nur bei geradem Verhältnisse anwendbar, nicht aber bei umgekehrtem, wie aus folgendem Beispiele sofort hervorgeht:

Wenn 6 Arbeiter eine Arbeit in 8 Tagen vollenden, so brauchen 2 Arbeiter zu der Arbeit 24 Tage, aber 8 Arbeiter nicht etwa (8 + 24) Tage = 32 Tage.

Antwort. Den Schluss durch Zerlegen oder Zerfällen vollzieht man, indem man das gegebene Glied des Fragesatzes auf irgend eine Weise in Summanden zerlegt, für diese einzelnen Summanden durch Anwendung der Schlüsse des 1. bis 4. Falles die zugehörende zweite Sorte berechnet und dann die Ergebnisse addiert (siehe Erkl. 116).

Frage 48. Wann ist die Anwendung des Schlusses durch Zerlegen oder Zerfällen von besonderem Vorteil?

Erkl. 117. Diese Zerlegung kann in vielen Fällen auf verschiedene brauchbare Weisen geschehen. Hierbei wird es immer von Vorteil sein, wenn irgend eine passende Zerlegung gefunden ist, diese zu benutzen und nicht erst lange nach der besten Zerlegung zu suchen, weil sonst der Vorteil verloren gehen würde.

Antwort. Der Schluss durch Zerlegen oder Zerfällen ist dann von besonderem Vorteil, wenn sich das gegebene Glied des Fragesatzes leicht in solche Summanden zerlegen lässt (siehe Erkl. 117), die Teile oder Vielfache des entsprechenden Gliedes des Bedingungssatzes sind, weil sich dann die zugehörenden zweiten Sorten bequem berechnen lassen.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Anmerkung 20. Die im folgenden aufgeführten Beispiele lassen sich auch durch die in den vorhergehenden Kapiteln behandelten Schlussreihen auflösen. Man wird aber finden, dass die gegebenen Auflösungen und Andeutungen in den meisten Fällen weitaus rascher zum Ziele führen, als wenn man den Schluss durch den grössten Teiler oder die Einheit anwenden wollte. Darin liegt eben der grosse Rechenvorteil, der durch passendes Zerlegen der gegebenen Zahlen erzielt wird. Freilich ist dabei notwendig, dass diese Zerlegung rasch erkannt wird, weil sonst das Aufsuchen derselben mehr Arbeit verursachen würde als die Lösung durch einen andern Schluss. Für den gewandten Rechner wird es ein leichtes sein, geeignete Zerlegungen sofort aufzufinden. Dem Anfänger dagegen wird geraten, diese Aufgaben sorgfältig durchzurechnen, um seinen Einblick in die Zahlenzusammensetzung zu vertiefen.

Anmerkung 21. Wenngleich die einzelnen Teile, aus denen die Lösung zusammengesetzt wird, im Kopfe ausgerechnet werden sollen, so muss es doch gestattet sein, die Teilergebnisse aufzuschreiben, um daraus das Endergebnis zu finden.

Aufgabe 204. Zu einer Hose werden 1,20 m Stoff gebraucht. Wie teuer kommt dieselbe zu stehen, wenn 1 m 11,50 ℳ kostet?

Erkl. 118. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus dem Gegebenen plus einem Teile desselben.

Auflösung. (Siehe Erkl. 118.)

Bds.: 1 m kostet 11,5 ℳ } Gerades
Fgs: 1,20 m kosten x. } Verhältnis.

Ausrechnung.

1 m kostet 11,50 ℳ
+ 0,20 m kosten 2,30 „ d. i. der 5. Teil,
also: 1,20 „ kosten 13,80 ℳ

Aufgabe 205. Für 100 $ erhielt man 425 ℳ. Wieviel Mark sind dann 90 $ wert?

Erkl. 119. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus dem Gegebenen minus einem Teile desselben.

Auflösung. (Siehe Erkl. 119.)
Bedingungssatz: 100 $ sind 425 ℳ wert.
Fragesatz: 90 „ „ x „

Ausrechnung.

100 $ sind 425 ℳ wert,
— 10 „ „ 42,50 ℳ „ d. i. der 10. Teil,
also: 90 $ sind 382,50 ℳ wert.

Aufgabe 206. Ein Bäcker hatte in einer Woche 36 Brote für 23,76 ℳ verkauft. In der folgenden betrug sein Absatz 49 solche Brote. Wie gross war seine Einnahme?

Erkl. 120. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus dem Gegebenen und mehreren Teilen desselben.

Auflösung. (Siehe Erkl. 120.)
Bedingungssatz: 36 Brote kosten 23,76 ℳ
Fragesatz: 49 „ „ x.

Ausrechnung.

36 Brote kosten 23,76 ℳ
$+ 9 = \frac{36}{4}$ Brote kosten 5,94 „
$+ 4 = \frac{36}{9}$ „ „ 2,64 „
also: 49 Brote kosten 32,34 ℳ

Aufgabe 207. Für 1/2 Dutzend Herrenhemden werden 27 ℳ bezahlt. Wie teuer sind 55 Stück von dieser Sorte?

Erkl. 121. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus einem Vielfachen des Gegebenen plus 1.

Auflösung. (S. Erkl. 121.) 1/2 Dutzend sind 6 Stück. Also heisst der
Bedingungssatz: 6 Stück kosten 27 ℳ
Fragesatz: 55 „ „ x.

Ausrechnung.

54 St. kosten das 9-fache, d. s. 243 ℳ
+ 1 „ kostet den 6. Teil, d. s. 4,50 ℳ
also: 55 St. kosten 247,50 ℳ

Aufgabe 208. 14 Arbeiter verdienen in 1 Woche 210 ℳ. Wieviel Lohn erhalten dann 69 Arbeiter?

Erkl. 122. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus einem Vielfachen des Gegebenen minus 1.

Auflösung. (Siehe Erkl. 122.)
Bedingungssatz: 14 Arbeiter verdienen 210 ℳ
Fragesatz: 69 „ „ x.

Ausrechnung.

70 Arbeiter verd. das 5-fache, 1050 ℳ
— 1 „ „ den 14. Teil, 15 „
also: 69 Arbeiter verdienen 1035 ℳ

Aufgabe 209. Jemand gab im April 17,10 ℳ unnützer Weise aus. Wieviel würde dies in 1 Jahre betragen, wenn er in gleicher Weise fortführe?

Erkl. 123. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus einem Viel-

Auflösung. (Siehe Erkl. 123.) Der April hat 30 Tage, das Jahr 365. Also:
Bds.: In 30 Tagen giebt er 17,10 ℳ aus.
Fgs.: „ 365 „ „ „ x aus.

fachen und einem Teile des Gegebenen.

Ausrechnung.

In 360 Tagen giebt er das 12-fache aus 205,20 ℳ
+ „ 5 „ giebt er den 6. Teil aus 2,85 „

also: In 365 Tagen giebt er aus 208,05 ℳ

Aufgabe 210. Ein Ofen braucht in 16 Tagen 6 hl Kohlen. Wie lange könnte man ihn mit 45 hl heizen?

Erkl. 124. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus einem Vielfachen weniger einem Teile des Gegebenen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 124.)

Bedingungssatz: 6 hl reichen 16 Tage.
Fragesatz: 45 „ „ x.

Ausrechnung.

48 hl reichen das 8-fache, 128 Tage,
— 3 „ „ die Hälfte, 8 „

45 hl reichen also 120 Tage.

Aufgabe 211. 100 kg Meliszucker waren zu 27 ℳ notiert. Wie hoch kommen dann 29 kg?

Erkl. 125. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus Teilen des Gegebenen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 125.)

Bedingungssatz: 100 kg kosten 27 ℳ
Fragesatz: 29 „ „ x.

Ausrechnung.

25 kg kosten den 4. Teil v. 100 kg, 6,75 ℳ
+4 „ „ „ 25. „ „ 100 „ 1,08 „

29 kg kosten dann 7,83 ℳ

Aufgabe 212. M erhielt 100 kg Korinthen für 22,80 ℳ und überliess davon dem N 45 kg zum Einkaufspreise. Wieviel musste M für den Rest zahlen?

Auflösung. 100 kg — 45 kg = 55 kg. Also:

Bedingungssatz: 100 kg kosten 22,80 ℳ
Fragesatz: 55 „ „ x.

Ausrechnung.

50 kg kosten die Hälfte vom Preise der 100 kg, d. s. 11,40 ℳ
+ 5 „ „ hiervon den 10. Teil, d. s. 1,14 „

55 kg kosten demnach 12,54 ℳ

Aufgabe 213. Ein Teppich von 2,8 m Länge und 1,6 m Breite ist mit Franzen einzufassen, von denen das Meter 1,20 ℳ kostet. Wieviel ist dafür zu zahlen?

Erkl. 126. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus einem Vielfachen des Gegebenen und einem Teile dieses Vielfachen.

Auflösung. Der Umfang des Teppichs ist gleich der doppelten Länge und Breite: (2,8 m + 1,6 m)·2 = 8,8 m.

Bedingungssatz: 1 m kostet 1,20 ℳ
Fragesatz: 8,8 m kosten x.

Ausrechnung.

8,0 m kosten 9,60 ℳ, das 8-fache,
+0,8 m „ 0,96 „ den 10. Teil von 9,60 ℳ

8,8 m kosten 10,56 „ (s. Erkl. 126).

Aufgabe 214. Für 1000 kg amerikanischen Mais werden 134 ℳ bezahlt. Wie gross ist die Rechnung, wenn 3675 kg eingekauft werden?

Erkl. 127. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus Teilen eines Vielfachen des Gegebenen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 127.)

Bedingungssatz: 1000 kg kosten 134 ℳ
Fragesatz: 3675 „ „ x.

Ausrechnung.

	3000 kg kosten das 3-fache,	402,00 ℳ
hiervon der 5. Teil =	600 „ „	80,40 „
„ „ 8. „ =	75 „ „	10,05 „
	3675 kg kosten	492,45 ℳ

Aufgabe 215. 500 kg Tabak wurden mit 842 ℳ bezahlt. Wie hoch kommen dann 1375 kg zu stehen?

Erkl. 128. Das Gesuchte wird bei dieser Aufgabe zusammengesetzt aus einem Teile des Gegebenen und Vielfachen dieses Teiles.

Auflösung. (Siehe Erkl. 128.)

Bedingungssatz: 500 kg kosten 842 ℳ
Fragesatz: 1375 „ „ x.

Ausrechnung.

125 kg kosten	den 4. Teil,	210,50 ℳ
375 „ „	hierv. das 3-fache	631,50 „
875 „ „	d. 7-f. von 125 kg	1473,50 „
1375 kg kosten also		2315,50 ℳ

Aufgabe 216. Für 100 ℔ Ware hatte man 15,30 ℳ Spesen (siehe Erkl. 129) zu bezahlen. Wieviel Pfund kamen dann auf 53,55 ℳ Unkosten?

Erkl. 129. Unter Spesen versteht man die Unkosten, welche für Fracht, Zoll, Versicherungsgebühr und dergl. bezahlt werden.

Auflösung.

Bds.: 15,30 ℳ wurden für 100 ℔ bezahlt.
Fgs.: 53,55 „ „ „ x „

Ausrechnung.

45,90 ℳ,	d. i. das 3-fache für	300 ℔
+ 7,65 „	„ die Hälfte für	50 „
53,55 ℳ	wurden also für	350 ℔ bez.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 217. Eine Fabrik hatte in 11 Monaten 456,50 ℳ für Beleuchtung gebraucht. Wieviel muss sie, gleichen Verbrauch vorausgesetzt, im ganzen Jahre dafür zahlen?

Andeutung. Das Jahr hat 12 Monate.

$$12 = 11 + 1 = 22 - 2\cdot 5 = 1\cdot 12$$

Aufgabe 218. 24 Bogen feines Briefpapier kosteten 96 ₰. Wie teuer sind 18 Bogen?

Andeutung.

$$18 = 24 - 6 = 12 + 6 \text{ oder } 3\cdot 6$$

Aufgabe 219. Ein Gut erhielt für 36 Mann Einquartierung am ersten Tage 28,80 ℳ. Wieviel bekam es am zweiten, wenn 1 Mann zurückgeschickt worden war?

Andeutung.

$$35 = 36 - 1 = 42 - 7 = 9 + 2\cdot 9 + 4 + 4 = 1\cdot 35$$

Aufgabe 220. Ein Bauplatz von 650 qm kostete 3250 ℳ. Wie teuer kommt ein daneben befindlicher von 830 qm?

Andeutung.

$$830 = 650 + 130 + 50 = 650 \cdot 2 - 130 \cdot 4 + 50 = 130 \cdot 6 + 50$$

Aufgabe 221. 50 kg Zanzibar-Nelken kosteten 51 ℳ. Wie hoch kam eine Sendung von 401 kg?

Andeutung.

$$401 = 8 \cdot 50 + 1$$

Aufgabe 222. 1 Schock Eier wurde mit 4,80 ℳ bezahlt. Wie teuer kamen 239 Stück?

Andeutung.

$$239 = 60 \cdot 4 - 1$$

Aufgabe 223. Für 2 Dutzend Stehkragen wurden 12,80 ℳ bezahlt. Wie teuer kommen 7 Dutzend 8 Stück derselben Sorte?

Andeutung.

7 Dutzend 8 Stück = 8 Dutzend — 4 Stück

$= 6$ Dutzend $+ 1$ Dutzend $+ \frac{\text{Dutzend}}{3}$

$= 1$ Dutzend $\cdot 7 + 4$ Stück $+ 4$ Stück.

Aufgabe 224. Eine Rübe von 420 g Gewicht hatte einen Zuckergehalt von 13 g. Wieviel Zucker erhält man aus 33 kg solcher Rüben?

Andeutung.

$$33 \text{ kg} = 420 \text{ g} \cdot 80 - 600 \text{ g}$$
$$420 \cdot 80 = 4200 \cdot 8$$
$$600 = 4200 : 7$$

Aufgabe 225. 24 Arbeiter bekamen täglich 78 ℳ Lohn. Wegen Mangels an Arbeit wurden 13 entlassen. Wieviel Lohn war nun zu zahlen?

Andeutung.

$$11 = 24 - 13 = 8 + 3 = 12 - 1$$

Aufgabe 226. 1 Stück Leinwand von 72 m kam 158,40 ℳ zu stehen, wie teuer sind 17 m davon?

Andeutung.

$$17 = 9 + 8 = 18 - 1 = 16 + 1$$

Aufgabe 227. Von 100 ℳ erhielt man jährlich 4 ℳ Zinsen. Wieviel Zinsen ergeben dann 587,50 ℳ?

Andeutung.

$$587{,}5 = 500 + 50 + 25 + 12{,}50 = 600 - 12{,}5$$

12,5 ist der 8. Teil von 100.

Aufgabe 228. In einer Stadt erkrankten bei einer Typhusepidemie im Durchschnitt von je 100 Einwohnern 16. Wieviel Typhuskranke gab es in derselben, wenn die Einwohnerzahl 8725 war?

Andeutung.

$$8725 = 8000 + 700 + 25 = 9000 - 200 - 50 - 25 = 10000 - 1250 - 25.$$

1250 ist der 8. Teil von 10000
25 ist der 50. Teil von 1250.

Aufgabe 229. Für eine Sendung von 90 fl. ö. musste man 72 Kreuzer Zoll zahlen. Wieviel Zoll kam dann auf eine Sendung von 130 fl.?

Andeutung.

$$130 = 90 + 30 + 10$$
$$= 180 - 60 + 10$$
$$= 10 \cdot 13$$

Aufgabe 230. Was kosten 576,5 kg, wenn 100 kg 87 fl. kosten?

Andeutung.

$$576{,}5 = 500 + 50 + 25 + 1 + 0{,}5$$

Anmerkung 22. Weitere Aufgaben, die sich in der angegebenen Weise rechnen lassen, sind aus Abschnitt E: No. 806, 838, 868, 869, 900, 966, 992, 1017, 1018, 1044, 1070, 1097.

---

b) Ueber das Schliessen beim Kopfrechnen mit Brüchen.

Anmerkung 23. Es sind neuerdings vielfach Stimmen aufgetaucht, welche das Rechnen mit gewöhnlichen Brüchen eingeschränkt oder auch ganz aus dem Lehrplane gewisser Schulen getilgt sehen wollen. In der That ist ja auch die Wichtigkeit der gewöhnlichen Brüche durch Einführung des decimalen Systems in Münzen, Massen und Gewichten für das gewöhnliche Leben sehr gesunken. Aber ihre hohe Bedeutung für die Ausbildung des jugendlichen Geistes zum Denken wird bleiben. Zu dem kommt noch, dass gerade bei den bürgerlichen Rechnungsarten (der Regeldetri, der Prozent-, Zins-, Verteilungs- und Mischungsrechnung) die gewöhnlichen Brüche eine wichtige Rolle spielen, und dass der Kaufmann sie nicht entbehren kann, da nicht alle Völker, mit denen wir in Handelsbeziehungen stehen, die decimale Währung haben. Deshalb wird ein Rechner die Lehre von den gewöhnlichen Brüchen nicht missen können und sich auch in der Anwendung derselben tüchtig üben müssen. Es erklärt sich hieraus von selbst, weshalb dieser Abschnitt Aufnahme gefunden hat.

Anmerkung 24. Durch die vorhergehenden Uebungen mit ganzen Zahlen wird der Lernende genugsam darin geübt sein, dass bei geradem Verhältnisse einer Multiplikation der ersten Sorte auch eine Multiplikation der zweiten und einer Division der ersten Sorte auch eine Division der zweiten entspricht, während bei umgekehrtem Verhältnisse eine Multiplikation der ersten Sorte eine Division der zweiten und eine Division der ersten eine Multiplikation der zweiten Sorte bedingt, so dass im folgenden in den Fragen bei den verschiedenen Fällen der Schlüsse mit Brüchen das Auseinanderhalten von geradem und umgekehrtem Verhältnisse überflüssig erscheint. In den Aufgaben folgen aus demselben Grunde als bei vorigem Abschnitte (siehe Anmerkung 9) solche mit geradem und umgekehrtem Verhältnisse in bunter Reihe aufeinander.

Anmerkung 25. Dem Lernenden wird empfohlen, bevor er an die Aufgaben geht, die Fragen nebst ihren Antworten durchzuarbeiten.

---

1) Ueber den Schluss von einer Einheit auf eine Mehrheit.

Frage 49. Wie schliesst man von einer Einheit (siehe Erkl. 130) auf eine Mehrheit?

Erkl. 130. Man muss wohl zwischen Eins und Einheit unterscheiden. Eins ist die-

Antwort. Jede Mehrheit entsteht aus einer Einheit durch Multiplikation. Man schliesst also von einer Einheit auf eine Mehrheit, indem man mit

jenige Zahl, mit welcher wir unsere Zahlenreihe beginnen, und für welche wir das Zeichen (die Ziffer) 1 haben.

Einheit kann jede beliebige Zahl sein, sie bedeutet das bei einer Rechnung zu Grunde liegende Einfache. In diesem Sinne spricht man von Masseinheit, Krafteinheit, Steuereinheit und dergl. Als Einheit eines Bruches betrachtet man im allgemeinen den Bruch mit demselben Nenner und dem Zähler 1 (siehe Erkl. 131).

einem entsprechenden Faktor multipliziert. Dieser Fall tritt ein:

1) beim Schluss von einem Bruche auf einen andern, wenn dieser gleichen Nenner hat und der Zähler ein Vielfaches des ersten Zählers ist;

2) beim Schlusse von einem Bruch auf einen andern, wenn dieser denselben Zähler hat und sein Nenner ein Teil des ersten Nenners ist.

Frage 50. Wie schliesst man:

a) von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, b) von $\frac{1}{17}$ auf 1,

c) von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{9}{17}$, d) von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{55}{17}$,

e) von $\frac{7}{17}$ auf 7, f) von $\frac{1}{17}$ auf 7,

g) von $\frac{3}{17}$ auf 9?

Erkl. 131. $\frac{1}{17}$ bedeutet den 17. Teil eines Ganzen. Brüche, deren Zähler 1 ist, nennt man Stammbrüche.

Erkl. 132. Brüche, deren Zähler kleiner sind als die Nenner, heissen echte Brüche $\left(\text{z. B. } \frac{5}{17}\right)$. Brüche, deren Zähler grösser sind als die Nenner, heissen unechte Brüche $\left(\text{z. B. } \frac{55}{17}\right)$.

Brüche, deren Zähler den Nennern gleich sind, haben den Wert 1 $\left(\text{z. B. } \frac{17}{17}\right)$.

Erkl. 133. $\frac{7}{17}$ bedeutet entweder 1 Ganzes in 17 gleiche Teile geteilt und 7 solche Teile genommen oder 7 Ganze in 17 gleiche Teile geteilt und einen solchen Teil genommen. Dies ist die Definition (siehe Erkl. 134) von Bruch.

Erkl. 134. Unter Definition (vom lat. definire, bestimmen) versteht man die Begriffsbestimmung oder die genaue Erklärung eines Wortes.

Antwort. a) $\frac{7}{17}$ ist das 7-fache von $\frac{1}{17}$. Man schliesst also von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, indem man mit 7 multipliziert.

b) 1 ist das 17-fache von $\frac{1}{17}$. (siehe Erkl. 131). Man schliesst also von $\frac{1}{17}$ auf 1, indem man mit 17 multipliziert.

c) $\frac{9}{17}$ ist das 3-fache von $\frac{3}{17}$. Man schliesst also von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{9}{17}$, indem man mit 3 multipliziert.

d) $\frac{55}{17}$ (s. Erkl. 132) ist das 55-fache von $\frac{1}{17}$; also schliesst man von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{55}{17}$, indem man mit 55 multipliziert.

e) 7 ist das 17-fache von $\frac{7}{17}$ (siehe Erkl. 133), also schliesst man von $\frac{7}{17}$ auf 7, indem man mit 7 multipliziert.

f) Von $\frac{1}{17}$ schliesst man auf 7, indem man entweder von $\frac{1}{17}$ auf 1 [siehe b)] und von 1 auf 7 (siehe Frage 22), oder von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{7}{17}$ [siehe a)] und von $\frac{7}{17}$ auf 7 [siehe e)] schliesst.

g) Von $\frac{3}{17}$ schliesst man auf 9, indem man entweder von $\frac{3}{17}$ auf 3 [ähn-

lich e)] und von 3 auf 9 (s. Frage 30), oder von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{9}{17}$ [siehe c)] und von $\frac{9}{17}$ auf 9 [ähnlich e)] schliesst.

Diese Beispiele gehören zu No. 1 in der Antwort auf Frage 49.

Frage 51. Wie schliesst man:

a) von $\frac{1}{15}$ auf $\frac{1}{5}$, b) von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{2}{5}$,

c) von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{4}{5}$?

Erkl. 135. Eine Grundregel der Bruchrechnung lautet: Ein Bruch bleibt ungeändert, wenn man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividiert. Dieses Verfahren heisst Kürzen des Bruches.

Dividiert man in $\frac{3}{15}$ Zähler und Nenner durch 3, so entsteht $\frac{1}{5}$, und es ist nach obiger Regel: $\frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

(Ausführliches über Bruchrechnen im Lehrbuch der Grundrechnungsarten. Drittes Buch: Das Rechnen mit gemeinen und Dezimalbrüchen von Oberlehrer Maier.)

Antwort. a) $\frac{1}{5}$ ist das 3-fache von $\frac{1}{15}$ (siehe Erkl. 135); also schliesst man von $\frac{1}{15}$ auf $\frac{1}{5}$, indem man mit 3 multipliziert.

b) $\frac{2}{5}$ ist das 3-fache von $\frac{2}{15}$; also schliesst man von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{2}{5}$, indem man mit 3 multipliziert.

c) Von $\frac{2}{15}$ schliesst man auf $\frac{4}{5}$, indem man entweder von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{2}{5}$ [siehe b)] und von $\frac{2}{5}$ auf $\frac{4}{5}$ [ähnl. c), Frage 50] oder von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{4}{15}$ [ähnlich c), Frage 50] und von $\frac{4}{15}$ auf $\frac{4}{5}$ [ähnlich b)] schliesst.

Diese Beispiele gehören zu No. 2 in der Antwort auf Frage 49.

Frage 52. Wie verfährt man, wenn bei einer Aufgabe eine gemischte Zahl (siehe Erkl. 136) auftritt?

Erkl. 136. Unter gemischter Zahl versteht man eine Zahl, welche aus 2 Summanden besteht, von denen der eine eine ganze Zahl und der andere ein Bruch ist, z. B.: $3\frac{4}{17}$.

Es ist: $3\frac{4}{17} = \frac{3 \cdot 17 + 4}{17} = \frac{55}{17}$

Falsch ist die Bezeichnung gemischter Bruch.

Antwort. Gemischte Zahlen werden nach der Formel:

$$\text{Gemischte Zahl} = \frac{\text{Ganze} \cdot \text{Nenner} + \text{Zähler}}{\text{Nenner}}$$

eingerichtet, d. h. in einen Bruch verwandelt, und dann rechnet man mit diesem Bruche weiter.

Auf eine gemischte Zahl kann man auch bei geradem Verhältnisse schliessen, indem man erst auf die Ganzen allein, dann auf den Bruch schliesst und beide Ergebnisse addiert.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Anmerkung 26. Bei der Lösung ist jedesmal nur eine Schlussreihe ausgeführt, andere sind in den Erklärungen angedeutet. Es ist aber eine sehr gute Uebung, einige Aufgaben auf die verschiedensten Weisen zu lösen.

Anmerkung 26 a. Der Raumersparnis halber ist bei den gelösten Aufgaben fortan die Art des Verhältnisses hinter „Auflösung" gesetzt worden, obwohl die Entscheidung darüber erst zu treffen ist, nachdem der Ansatz aufgestellt ist.

Aufgabe 231. Drei Freunde spielten zusammen in der Lotterie. A hatte $\frac{1}{10}$ beigesteuert und bekam $32\frac{1}{4}$ ℳ Gewinn. B hatte $\frac{7}{10}$ beigesteuert und C den Rest. Wieviel gewannen B und C?

Erkl. 137.

$$32\frac{1}{4}\cdot 7 = 32\cdot 7 + \frac{1}{4}\cdot 7$$
$$= 224 + \frac{7}{4}$$
$$= 225\frac{3}{4}$$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Auf $\frac{1}{10}$ Einlage kommt $32\frac{1}{4}$ ℳ Gewinn.

Fgs.: „ $\frac{7}{10}$ „ „ x „

Ausrechnung.

$\frac{7}{10}$ ist das 7-fache von $\frac{1}{10}$, also gewinnt B das 7-fache von $32\frac{1}{4}$ ℳ, $225\frac{3}{4}$ ℳ (siehe Erkl. 137). C hat $\left(\frac{10}{10} - \frac{1}{10} - \frac{7}{10}\right) = \frac{2}{10}$ gegeben, er gewinnt also das 2-fache von $32\frac{1}{4}$ ℳ, also $64\frac{1}{2}$ ℳ.

Aufgabe 232. An Zoll (siehe Erkl. 138) wurde auf je 100 ℳ Ware $\frac{1}{4}$ ℳ erhoben, und für eine Sendung von 2400 kg $24\frac{3}{4}$ ℳ Zoll bezahlt. Später wurde der Zoll um $\frac{3}{4}$ ℳ erhöht. Für wieviel Kilogramm derselben Ware hatte man nun $24\frac{3}{4}$ ℳ Zoll zu entrichten?

Erkl. 138. Zoll ist eine Abgabe für Waren. Man unterscheidet Gewichts-, Wert- und Qualitätszoll, je nachdem der Zoll nach dem Gewichte, dem Werte oder der Qualität erhoben wird.

Auflösung. Wird der Zoll um $\frac{3}{4}$ ℳ erhöht, so beträgt er für 100 ℳ 1 ℳ.

Bds.: Bei $\frac{1}{4}$ ℳ werden für 2400 kg $24\frac{3}{4}$ ℳ Zoll entrichtet.

Fgs.: Bei 1 ℳ werden für x $24\frac{3}{4}$ ℳ Zoll entrichtet.

Umgekehrtes Verhältnis.

Ausrechnung.

1 ist das 4-fache von $\frac{1}{4}$; man muss also nach der Zollerhöhung für 1 kg denselben Zoll zahlen wie vorher für 4 kg, oder mit derselben Summe wird nur der 4. Teil wie vorher verzollt. Der 4. Teil von 2400 kg ist aber 600 kg. Demnach muss nun für 600 kg $24\frac{3}{4}$ ℳ Zoll entrichtet werden.

Aufgabe 233. Der Gewinn eines Geschäftes war an die Teilnehmer nach ihrer Einlage zu verteilen. A hatte $\frac{3}{16}$ eingelegt und bekam $112\frac{1}{2}$ ℳ. B hatte $\frac{9}{16}$ eingelegt. Wieviel erhielt dieser?

Erkl. 139.

$$112\frac{1}{2}\cdot 3 = 112\cdot 3 + \frac{1}{2}\cdot 3$$
$$= 336 + 1\frac{1}{2} = 337\frac{1}{2}$$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $\frac{3}{16}$ der Einlage ergiebt $112\frac{1}{2}$ ℳ Gew.

Fgs.: $\frac{9}{16}$ „ „ „ x Gewinn.

Ausrechnung.

$\frac{9}{16}$ ist das 3-fache von $\frac{3}{16}$; also erhält B das 3-fache von $112\frac{1}{2}$ ℳ $= 337\frac{1}{2}$ ℳ (siehe Erkl. 139).

Aufgabe 234. Ein Agent (s. Erkl. 140) verlangte für seine Arbeit vom Käufer für je 100 ℳ $\frac{1}{3}$ ℳ, vom Verkäufer jedoch $1\frac{2}{3}$ ℳ. Der Käufer bezahlte $46\frac{1}{4}$ ℳ. Wieviel hatte der Verkäufer zu zahlen.

Erkl. 140. Agenten sind Leute, welche Geschäfte vermitteln.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Werden $\frac{1}{3}$ ℳ für je 100 ℳ bezahlt, so sind $46\frac{1}{4}$ ℳ zu zahlen.

Fgs.: Werden $\left(1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}\right)$ ℳ für je 100 ℳ bezahlt, so sind x zu zahlen.

Ausrechnung.

$\frac{5}{3}$ ist das 5-fache von $\frac{1}{3}$, also hat der Käufer das 5-fache von $46\frac{1}{4}$ ℳ zu zahlen, d. h. $231\frac{1}{4}$ ℳ

Aufgabe 235. Eine Uhr geht täglich $4\frac{4}{5}$ Minuten vor. Nach wieviel Tagen wird sie wieder die richtige Zeit zeigen?

Erkl. 141. 24 ist das 5-fache von $\frac{24}{5}$, also muss ich 1 Tag mit 5 multiplizieren. 720 ist das 30-fache von 24, also muss ich 5 mit 30 multiplizieren.

Auflösung. Soll die Uhr die richtige Zeit zeigen, so muss sie im ganzen 12 Stunden oder $12\cdot 60$ Minuten vorgegangen sein.

Bds.: $4\frac{4}{5}$ Minute geht sie an 1 Tage vor.

Fgs.: 720 Minuten „ „ „ x vor.

Ausrechnung.

$4\frac{4}{5} = \frac{24}{5}$; $\frac{24}{5}$ Min. geht sie an 1 Tage vor.

24 Minuten geht sie an 5 Tagen vor.

720 Minuten geht sie an 150 Tagen vor, (siehe Erkl. 141).

Aufgabe 236. Arbeiter A legt wöchentlich $21\frac{1}{4}$ ₰ zurück, B dagegen 85 ₰. Nach wieviel Wochen wird B ebensoviel gespart haben, als A nach 52 Wochen gespart hat?

Erkl. 142. Es wäre höchst unvorteilhaft, hier von $\frac{85}{4}$ erst auf $\frac{1}{4}$ und dann auf 1 und dann auf 85 zu schliessen.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $21\frac{1}{4}$ ₰ werden 52 Wochen gebraucht.

Fgs.: Bei 85 ₰ werden x gebraucht.

Ausrechnung.

$21\frac{1}{4} = \frac{85}{4}$, 85 ₰ sind das 4-fache von $\frac{85}{4}$ ₰. B braucht also nur den 4. Teil von 52 Wochen, da er das 4-fache zurücklegt. Er braucht 13 Wochen (siehe Erkl. 142).

Aufgabe 237. Ein Agent erhielt für seine Bemühungen $\frac{1}{50}$ vom Werte der Ware und zwar 32,50 ℳ. An weiteren Unkosten waren $\frac{1}{10}$ vom Werte der Ware entstanden. Wieviel betrugen diese?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bedingungssatz: $\frac{1}{50}$ vom Werte ist 32,50 ℳ

Fragesatz: $\frac{1}{10}$ " " " x.

Ausrechnung.

$\frac{1}{10}$ ist das 5-fache von $\frac{1}{50}$. Die weiteren Unkosten betragen also:

$$32{,}50 \text{ ℳ} \cdot 5 = 162{,}50 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 238. An Kommunalsteuern (siehe Erkl. 143) werden von einer Steuerklasse $\frac{2}{15}$ ℳ von je 100 ℳ Einkommen erhoben, von einer höheren aber $\frac{4}{5}$ ℳ. Wieviel Personen der letzteren bringen dasselbe auf wie 600 Personen der ersteren?

Erkl. 143. Unter Kommunalsteuern versteht man die Abgaben, welche die Kommune oder Gemeinde erhebt.

Auflösung. Je mehr von jedem einzelnen bezahlt wird, um so eher kommt eine bestimmte Summe zusammen, also umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $\frac{2}{15}$ ℳ sind 600 Personen nötig.

Fgs.: Bei $\frac{4}{5}$ " " x "

Ausrechnung.

Bei $\frac{2}{15}$ ℳ sind 600 Personen nötig,

" $\frac{4}{15}$ " " 300 " "

" $\frac{4}{5}$ " " 100 " "

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 239. $\frac{1}{8}$ einer Zahl ist $5\frac{2}{3}$. Wie gross sind $\frac{3}{8}$ dieser Zahl?

Aufgabe 240. A erhielt auf $\frac{1}{10}$ Loos einer Lotterie $345\frac{16}{25}$ ℳ ausgezahlt. Wieviel Gewinn wurde für das ganze Loos ausgezahlt?

Aufgabe 241. $\frac{1}{2}$ l Bier wiegt 614 g. Wie schwer ist a) 1 l, b) 3 l, c) 1 hl?

Aufgabe 242. Aus $\frac{1}{2}$ kg feinen Goldes werden $69\frac{3}{4}$ Zwanzigmarkstücke geprägt. Wieviel werden aus a) 3 kg, b) 10 kg, c) 100 kg feinen Goldes geprägt?

Aufgabe 243. Giebt A für sich täglich $\frac{1}{2}$ ℳ aus, so reicht er mit einer bestimmten Summe 47 Tage. Wie lange reicht er mit derselben Summe, wenn er täglich 1 ℳ ausgiebt?

Aufgabe 244. Wenn ein Fussgänger $2\frac{3}{4}$ km in $20\frac{1}{2}$ Minuten zurücklegt, in welcher Zeit legt er $8\frac{1}{4}$ km zurück?

Aufgabe 245. Ein Futtervorrat reicht für 12 Pferde $6\frac{1}{2}$ Tage. Für wieviel Pferde würde er $19\frac{1}{2}$ Tage reichen?

Aufgabe 246. Zum Einmachen von $\frac{1}{2}$ kg Preisselbeeren nimmt man $\frac{1}{4}$ kg Zucker, $\frac{1}{4}$ l Rotwein und 5 g Zimt. Wieviel Zucker, Rotwein und Zimt braucht man zu a) $5\frac{1}{2}$, b) $7\frac{1}{2}$, c) $15\frac{1}{2}$ kg Preisselbeeren?

Aufgabe 247. Für $\frac{3}{4}$ Dutzend Rohrstühle muss man $69\frac{3}{4}$ ℳ bezahlen. Wieviel kosten 3 Dutzend?

Aufgabe 248. Ein Arbeiter erhielt stündlich $\frac{1}{3}$ ℳ Lohn. Nachdem er eine Zeit lang gearbeitet hatte, bekam er 37 ℳ. Wieviel Stunden hatte er gearbeitet?

Aufgabe 249. Ein Quadratmeter ist $\frac{1}{10000}$ ha. Wieviel Quadratm. enthalten 40 ha?

Aufgabe 250. $\frac{3}{5}$ hl Wein soll auf Flaschen gefüllt werden, von denen jede $\frac{3}{4}$ l fasst. Wieviel Flaschen sind nötig?

Aufgabe 251. Zu $\frac{1}{12}$ Dutzend Frauenhemden braucht man $2\frac{1}{4}$, zu $\frac{1}{12}$ Dutzend Mannshemden $3\frac{1}{4}$ m Leinwand. Wieviel Leinwand ist erforderlich zu a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{1}{2}$, c) $\frac{1}{4}$, d) 1 Dutzend jeder Art?

Aufgabe 252. Ein Agent erhielt für seine Vermittlung $\frac{2}{75}$ vom Werte der Ware und zwar $18\frac{3}{4}$ ℳ. An Zoll waren $\frac{2}{15}$ vom Werte der Ware zu bezahlen. Wieviel betrug der Zoll?

Aufgabe 253. Von einer Ware, die zu $\frac{4}{25}$ ℳ für 1 ℔ gerechnet wird, werden $17\frac{1}{2}$ ℔ gekauft. Wieviel Pfund einer andern Ware bekommt man für dasselbe Geld, wenn 1 ℔ $\frac{4}{5}$ ℳ kostet?

Aufgabe 254. Wenn für $\frac{7}{24}$ Gross Pfeifen $2\frac{4}{5}$ fl. bezahlt worden waren, wieviel ist dann für $4\frac{2}{3}$ Gross zu bezahlen?

Aufgabe 255. Werden in einer Allee die Bäume $1\frac{1}{6}$ m aus einander gesetzt, so braucht man 104 Bäume. Wieviel sind nötig, wenn alle $4\frac{2}{3}$ m ein Baum zu stehen kommt?

Anmerkung 27. Aehnliche Aufgaben findet man in Abschnitt E. Es sind No. 807, 839, 870, 901, 935, 968, 993, 1019, 1045, 1046, 1071, 1098, 1127.

---

2) Ueber den Schluss von einer Mehrheit auf einen Teil derselben.

Frage 53. Wie schliesst man von einer Mehrheit (siehe Erkl. 144) auf einen Teil derselben?

Erkl. 144. Unter Mehrheit versteht man den Inbegriff oder die Summe mehrerer Einheiten (siehe Erkl. 130). 1 selbst kann als Mehrheit aufgefasst werden, z. B.:

$$1 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

d. h. 1 ist eine Mehrheit von $\frac{1}{3}$.

Antwort. Von einer Mehrheit schliesst man auf einen Teil derselben, indem man mit einer entsprechenden Zahl dividiert. Dieser Fall ist die Umkehrung zu dem im vorigen Kapitel behandelten. Er tritt ein

1) wenn bei gleichem Nenner der Zähler des zweiten Bruches ein Teil des ersten Zählers ist;

2) wenn bei gleichem Zähler der Nenner des zweiten Bruches ein Vielfaches des ersten Nenners ist.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen und dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

 Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

k[illegible] ede Buchhandlung bezogen werden.

[illegible]rscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



918. Heft.	Preis des Heftes 25 Pf.	Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Forts. v. Heft 915. — Seite 65—80.





Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.**
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 915. — Seite 65—80.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen** in **allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Frage 54. Wie schliesst man:
a) von $\frac{7}{17}$ auf $\frac{1}{17}$, b) von 1 auf $\frac{1}{17}$,
c) von $\frac{9}{17}$ auf $\frac{3}{17}$, d) von $3\frac{4}{17}$ auf $\frac{1}{17}$,
e) von 7 auf $\frac{7}{17}$, f) von 7 auf $\frac{1}{17}$,
g) von 9 auf $\frac{3}{17}$?

Antwort. a) $\frac{1}{17}$ ist der 7. Teil von $\frac{7}{17}$, also schliesst man von $\frac{7}{17}$ auf $\frac{1}{17}$, indem man mit 7 dividiert.

b) $\frac{1}{17}$ ist der 17. Teil von 1, also schliesst man von 1 auf $\frac{1}{17}$, indem man mit 17 dividiert.

c) $\frac{3}{17}$ ist der 3. Teil von $\frac{9}{17}$, also schliesst man von $\frac{9}{17}$ auf $\frac{3}{17}$, indem man mit 3 dividiert.

d) Von $3\frac{4}{17} = \frac{55}{17}$ (siehe Frage 52) schliesst man auf $\frac{1}{17}$, indem man mit 55 dividiert (siehe Erkl. 145).

e) Von 7 schliesst man auf $\frac{7}{17}$, indem man mit 17 dividiert (s. Erkl. 145).

f) Von 7 schliesst man auf $\frac{1}{17}$, indem man entweder von 7 auf 1 und von 1 auf $\frac{1}{17}$, oder von 7 auf $\frac{7}{17}$ und von $\frac{7}{17}$ auf $\frac{1}{17}$ schliesst (s. Erkl. 146).

g) Von 9 schliesst man auf $\frac{3}{17}$, indem man entweder von 9 auf 3 und von 3 auf $\frac{3}{17}$, oder von 9 auf $\frac{9}{17}$ und von $\frac{9}{17}$ auf $\frac{3}{17}$ schliesst (s. Erkl. 146).

Erkl. 145. $\frac{1}{17}$ ist der 55. Teil von $\frac{55}{17}$; $\frac{7}{17}$ ist der 17. Teil von 7.

Erkl. 146. Der Schluss von 7 auf $\frac{1}{17}$, welcher im Kopfe am besten auf eine der angegebenen Weisen ausgeführt wird, kann auch auf einmal gemacht werden, indem man 7 durch $7 \cdot 17 = 119$ dividiert, da $\frac{7}{119} = \frac{1}{17}$ ist. In ähnlicher Weise kann man von 9 auf $\frac{3}{17}$ schliessen, indem man mit $3 \cdot 17 = 51$ dividiert, da $\frac{9}{51} = \frac{3}{17}$ ist. Wie schon früher (Erkl. 58) bemerkt wurde, ist es ein Vorteil der Division, den Divisor in Faktoren zu zerlegen und der Reihe nach mit den einzelnen Faktoren zu dividieren. Dies geschieht eben, wenn man die in *f* und *g* angegebenen Schlussweisen anwendet, worin jedesmal die beiden Fälle durch Vertauschung der Reihenfolge der Divisoren entstanden sind.

Frage 55. Wie schliesst man:
a) von $\frac{1}{5}$ auf $\frac{1}{15}$, b) von $\frac{2}{5}$ auf $\frac{2}{15}$,
c) von $\frac{4}{5}$ auf $\frac{2}{15}$?

Antwort. a) $\frac{1}{15}$ ist der 3. Teil (siehe Erkl. 147) von $\frac{1}{5}$; also schliesst man von $\frac{1}{5}$ auf $\frac{1}{15}$, indem man mit 3 dividiert.

b) $\frac{2}{15}$ ist der 3. Teil von $\frac{2}{5}$; also schliesst man von $\frac{2}{5}$ auf $\frac{2}{15}$, indem man durch 3 dividiert.

Erkl. 147. Teilt man 1 Ganzes erst in 5 Teile, so erhält man $\frac{5}{5}$. Teilt man dann jedes Fünftel in 3 Teile, so erhält man $5 \cdot 3$ Teile oder 15 Teile. Jeder derselben ist der 15. Teil des Ganzen oder $\frac{1}{15}$. Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividiert, indem man den Nenner mit der ganzen Zahl multipliziert.

c) Von $\frac{4}{5}$ schliesst man auf $\frac{2}{15}$, indem man entweder von $\frac{4}{5}$ auf $\frac{2}{5}$ und von $\frac{2}{5}$ auf $\frac{2}{15}$, oder von $\frac{4}{5}$ auf $\frac{4}{15}$ und von $\frac{4}{15}$ auf $\frac{2}{15}$ schliesst (s. Erkl. 147).

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 256. Ein Testator hatte in seinem Testamente bestimmt, dass von seiner Hinterlassenschaft $\frac{7}{17}$ das Armenhaus, $\frac{1}{17}$ die Schule erben solle. Das Armenhaus bekam $843\frac{1}{2}$ ℳ. Wieviel erhielt die Schule?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bedingungssatz: $\frac{7}{17}$ beträgt $843\frac{1}{2}$ ℳ

Fragesatz: $\frac{1}{17}$ „ x.

Ausrechnung.

$\frac{1}{17}$ ist der 7. Teil von $\frac{7}{17}$; also erhält die Schule den 7. Teil von $843\frac{1}{2}$ ℳ, das sind $120\frac{1}{2}$ ℳ.

Aufgabe 257. Zu einem Kleide werden $12\frac{4}{5}$ m eines Stoffes gebraucht, der $\frac{9}{4}$ breit liegt. Wieviel Meter $\frac{3}{4}$ breiten Stoffes sind dazu nötig?

Erkl. 148.
$$12\frac{4}{5}\cdot 3 = 12\cdot 3 + \frac{4}{5}\cdot 3 = 36 + \frac{12}{5} = 36 + 2\frac{2}{5} = 38\frac{2}{5}$$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $\frac{9}{4}$ Breite werden $12\frac{4}{5}$ m gebraucht.

Fgs.: Bei $\frac{3}{4}$ „ „ x „

Ausrechnung.

$\frac{3}{4}$ ist der 3. Teil von $\frac{9}{4}$; man braucht also das 3-fache von $12\frac{4}{5}$ m $= 38\frac{2}{5}$ m (siehe Erkl. 148).

Aufgabe 258. Für $4\frac{3}{8}$ russische Pfund waren $5\frac{1}{4}$ Silberrubel (siehe Erkl. 149) zu bezahlen. Wie hoch war $\frac{1}{8}$ russ. Pfund gerechnet worden?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $4\frac{3}{8}$ ℔ r. kosten $5\frac{1}{4}$ Silberrubel.

Fgs.: $\frac{1}{8}$ ℔ r. kostet x.

Erkl. 149. Man unterscheidet in Russland Silberrubel (Rb. S.) von Papierrubel (Rb. Bo., Rubel Banko). Die letzteren bilden gegenwärtig die herrschende Valuta in Russland. Es gelten im Durchschnitt 120 Papierrubel soviel wie 103 Silberrubel.

Ausrechnung.
$4\frac{3}{8} = \frac{35}{8}$; $\frac{1}{8}$ ist der 35. Teil von $4\frac{3}{8}$; also ist für $\frac{1}{8}$ ℔ der 35. Teil von $5\frac{1}{4}$ Rb. S. $= \frac{21}{4}$ Rb. S. zu bezahlen, d. h. $\frac{3}{20}$ Rb. S.

Aufgabe 259. Wollte man zur Abgrenzung eines Grundstückes aller 3 Dekameter (siehe Erkl. 150) einen Grenzstein setzen, so würden 15 nötig sein. Wiviel werden gebraucht, wenn aller $\frac{3}{4}$ Dekamet. einer stehen soll?

Erkl. 150. 1 Dekameter hat 10 m. Dieses Längenmass ist wenig gebräuchlich, ebenso wie Hektometer = 100 m, Myriameter = 10 000 m. Auch der 10. Teil des Meters das Decimeter = 10 cm wird bei Längenmessungen nur vereinzelt angewendet.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.
Bds.: Bei 3 Dekameter Entfernung braucht man 15.
Fgs.: Bei $\frac{3}{4}$ Dekameter Entfernung braucht man x.

Ausrechnung.
$\frac{3}{4}$ ist der 4. Teil von 3. Je näher die Grenzsteine gesetzt werden, um so mehr braucht man bei einer gewissen Strecke. Man braucht somit das 4-fache von 15 Steinen, also 60 Steine.

Aufgabe 260. Für 100 kg wurden 21 $ span. (siehe Erkl. 151) an Zoll erhoben. Wieviel Kilogramm waren verzollt worden, wenn $1\frac{3}{4}$ $ Zoll bezahlt worden war?

Erkl. 151. $ span. bedeutet spanischer Piaster (Peso duro) = 4,2591 ℳ. Seit dem 19. Oktober 1868 hat sich Spanien der lateinischen Münzkonvention angeschlossen (siehe Olbrichts Lehrbuch der Münz-, Mass- und Gewichtskunde). Die Einheit bildet der Peseta zu 100 Céntimos (Céntimos de peseta). 1 Peseta = 1 fc. = 81 ₰.

Auflösung. Gerades Verhältnis.
Bds.: 21 $ werden für 100 kg bezahlt.
Fgs.: $1\frac{3}{4}$ $ werden für x bezahlt.

Ausrechnung.
$1\frac{3}{4} = \frac{7}{4}$; 21 $ werden für 100 kg bezahlt, dann werden $\frac{21}{4}$ $ für 25 kg bezahlt, und $\frac{7}{4}$ $ für $\frac{25}{3}$ kg $= 8\frac{1}{3}$ kg bezahlt.

Aufgabe 261. Soll eine Lieferung in 6 Tagen fertig werden, so können 5 Arbeiter dieselbe herstellen. Wieviel Arbeiter müssen daran arbeiten, wenn nur $\frac{1}{2}$ Tag dazu Zeit ist?

Erkl. 152. Man kann auch schliessen:

6 Tage — $\frac{6}{2}$ Tage — $\frac{1}{2}$ Tag
5 Arbeiter — 10 Arbeiter — 60 Arbeiter.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.
Bds.: In 6 Tagen werden 5 Arbeiter fertig.
Fgs.: In $\frac{1}{2}$ Tag „ x „ „

Ausrechnung.
In 6 Tagen werden 5 Arbeiter fertig,
„ 1 Tag „ 30 „ „
„ $\frac{1}{2}$ „ „ 60 „ „
(siehe Erkl. 152).

Aufgabe 262. Zum Anlagekapital (siehe Erkl. 153) eines Unternehmens gab A $\frac{4}{5}$ und zwar 48 000 ℳ. B zahlte $\frac{2}{15}$ und C den Rest. Wieviel hatten B und C gegeben?

Erkl. 153. Anlagekapital ist eine Summe Geldes, welche zu einem Geschäfte verwendet wird. Es heisst auch stehendes Kapital im Gegensatz zu Betriebskapital oder umlaufendes Kapital.

Unter Anlagekapital einer Eisenbahn versteht man z. B. die Geldmenge, welche zum Bau derselben und zum Anschaffen der Lokomotiven und Wagen nötig ist, während unter Betriebskapital einer Eisenbahn die Geldmenge zu verstehen ist, die zur Unterhaltung, zur Besoldung der Beamten etc. erforderlich ist.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $\frac{4}{5}$ des Kapitals sind 48 000 ℳ

Fgs.: $\frac{2}{15}$ " " " x.

Ausrechnung.

$\frac{4}{5}$ des Kapitals sind 48 000 ℳ

$\frac{2}{5}$ " " " 24 000 "

$\frac{2}{15}$ " " " 8 000 "

B zahlte 8 000 ℳ

C zahlte $\frac{15}{15} - \frac{4}{5}\left[= \frac{12}{15}\right] - \frac{2}{15}$ d. h.: $\frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$, also die Hälfte von 8 000 ℳ = 4 000 ℳ.

Aufgabe 263. Eine Dampfmaschine von $7\frac{1}{2}$ Pferdekraft (siehe Erkl. 154) hebt eine Wassermenge in $5\frac{2}{3}$ Tagen. Wieviel Tage würde zu derselben Arbeit eine Maschine von $1\frac{1}{4}$ Pferdekraft brauchen?

Erkl. 154. Eine Pferdekraft rechnet man zu 75 mkg (Meterkilogramm), das ist die Kraft, welche in 1 Sekunde 75 kg 1 m hoch oder 1 kg 75 m hoch hebt.

Die Pferdekraft wird als Einheit beim Messen von Kräften verwendet, insbesondere bei Angaben über die Leistungsfähigkeit der Maschinen.

Eine Menschenkraft wird zu $\frac{2}{15}$ Pferdekraft angenommen.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: $7\frac{1}{2} = \frac{15}{2}$ Pferdekr. brauchen $\frac{17}{3}$ Tge.

Fgs: $\frac{5}{4}$ Pferdekraft brauchen x.

Ausrechnung.

$\frac{15}{2}$ Pferdekraft brauchen $\frac{17}{3}$ Tage,

$\frac{15}{4}$ " " $\frac{34}{3}$ "

$\frac{5}{4}$ " " 34 "

oder: $\frac{15}{2}$ " " $\frac{17}{3}$ "

$\frac{5}{2}$ " " 17 "

$\frac{5}{4}$ " " 34 "

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 264. Ein silbernes Fünfmarkstück enthält $\frac{9}{10}$ seines Gewichtes reines Silber und zwar 25 g, $\frac{1}{10}$ des Gewichts ist Zusatz. Wie schwer ist dieser?

Aufgabe 265. 1 ℔ besten Souchong Thees kostet 7 ℳ. Wie teuer kommt der Thee zu einer Tasse zu stehen, wenn man dazu $\frac{1}{250}$ ℔ braucht?

Aufgabe 266. Um an einen Gartenweg in Entfernung von 1 m Rosenstöcke zu setzen, waren 28 Stück erforderlich. Dicht dahinter sollten in $\frac{1}{8}$ m Entfernung Erdbeerpflanzen kommen. Wieviel brauchte man von diesen?

Aufgabe 267. Ein Gärtner pflanzt auf ein Beet 288 Krautpflanzen. $\frac{1}{4}$ derselben geht ein. Für $\frac{9}{16}$ erhält er 12,96 ℳ. Wieviel bekommt er für die übrigen $\frac{3}{16}$?

Aufgabe 268. Multipliziere ich eine Zahl mit $2\frac{2}{3}$, so erhalte ich $12\frac{4}{7}$. Wieviel kommt, wenn ich $\frac{1}{3}$ dieser Zahl berechnen soll?

Aufgabe 269. Für $8\frac{1}{2}$ kg einer Ware wurden 6,29 ℳ bezahlt. Wie hoch war $\frac{1}{2}$ kg gerechnet worden?

Aufgabe 270. Ein Kaufmann erhielt 2 Stücke Stoff gleicher Länge, von denen der Preis des einen $\frac{1}{3}$ des Preises des andern war. 5 m des letzteren kosteten $12\frac{3}{10}$ ℳ. Wie teuer waren 5 m des erstern?

Aufgabe 271. Ein Mann ging während des Sommerhalbjahres täglich 3 Stunden spazieren und brauchte, um eine gewisse Anzahl Kilometer zurückzulegen, $5\frac{1}{2}$ Tag. Im Winterhalbjahr hatte er nur $\frac{3}{4}$ Stunde zum Spazierengehen übrig. Wieviel Tage braucht er nun, um dieselbe Kilometerzahl zurückzulegen?

Aufgabe 272. Das 7-fache einer Zahl beträgt $31\frac{1}{2}$. Wie gross ist a) $\frac{1}{5}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{9}$ dieser Zahl?

Aufgabe 273. Für eine Wohnung hatte ein Tischler 45 m Waschleisten zu fertigen, die $5\frac{2}{5}$ ℳ kosteten. Für Verschnitt mussten aber $\frac{3}{4}$ m mehr gerechnet werden. Was kosteten diese?

Aufgabe 274. In einem Testamente war bestimmt, dass $\frac{1}{2}$ des Vermögens und zwar 24 500 ℳ die Verwandten, $\frac{1}{4}$ die Dienstboten, $\frac{1}{8}$ die Armen, $\frac{1}{16}$ die Kirche, das übrige die Schule erben solle. Wieviel erhielten a) die Dienstboten, b) die Armen, c) die Kirche, d) die Schule?

Aufgabe 275. In einer Stadt waren von der Einwohnerzahl $\frac{11}{15}$ Unansässige und $\frac{11}{75}$ Unbesteuerte, die Zahl der erstern betrug 11 460. Wie gross war die Zahl der letztern?

Aufgabe 276. Auf einer Strecke machte ein Mann, dessen Schrittweite $\frac{3}{4}$ m war, 1000 Schritte. Wieviel machte ein ihn begleitendes Kind, dessen Schrittweite $\frac{3}{8}$ m betrug?

Aufgabe 277. Der Einkaufspreis einer Ware setzte sich zusammen aus den Kosten der Ware, der Fracht und dem Zoll. Die Kosten der Ware betrugen $\frac{4}{5}$ vom ganzen und zwar $218\frac{2}{5}$ ℳ. Wieviel war a) für Fracht und b) für Zoll zu entrichten, wenn erstere $\frac{2}{15}$, letzterer $\frac{1}{15}$ des ganzen Einkaufspreises betrug?

Aufgabe 278. Eine Fläche ist $2\frac{1}{4}$ m breit und $2\frac{4}{5}$ m lang. Wie lang ist eine gleich grosse Fläche, welche nur $\frac{3}{8}$ m breit ist?

Anmerkung 28. Aehnliche Aufgaben findet man im Abschnitt E unter No. 808, 840, 841, 871, 902, 936, 969, 994, 1020, 1047, 1072, 1128.

---

3) Ueber den Schluss von einer ganzen Zahl auf einen Bruch.

Frage 56. Wie schliesst man von 1 auf einen Bruch?

Erkl. 155. Mit anderen Worten: Von 1 schliesst man auf einen Bruch, indem man mit demselben multipliziert.

Antwort. Von 1 schliesst man auf einen Bruch, indem man mit dem Zähler des Bruches multipliziert und durch den Nenner dividiert, oder erst durch den Nenner dividiert und dann mit dem Zähler multipliziert (siehe Erkl. 155).

Frage 57. Wie schliesst man: a) von 1 auf $\frac{3}{17}$, b) von 1 auf $\frac{7}{8}$, c) von 1 auf $\frac{8}{11}$?

Erkl. 156. Die zweite Art des Schlusses ist immer dann von Vorteil, wenn die Division der zweiten Sorte aufgeht oder auf nicht unbequeme Brüche führt, weil man dann mit kleineren Zahlen zu rechnen hat.

Antwort. a) Von 1 schliesst man auf $\frac{3}{17}$, 1) indem man von 1 auf 3 schliesst, dadurch dass man mit 3 multipliziert, und von 3 auf $\frac{3}{17}$, dadurch dass man mit 17 dividiert; oder 2) indem man von 1 auf $\frac{1}{17}$ durch Division mit 17 und von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{3}{17}$ durch Multiplikation mit 3 schliesst (siehe Erkl. 156).

b) und c) sind in ähnlicher Weise zu lösen.

Frage 58. Wie schliesst man von einer ganzen Zahl auf einen Bruch?

Antwort. Von einer ganzen Zahl schliesst man auf einen Bruch, indem man von der ganzen Zahl auf 1 schliesst und dann nach Antwort auf Frage 56 verfährt, oder indem man von der

Erkl. 157. Mit anderen Worten: Von einer ganzen Zahl schliesst man auf einen Bruch, indem man mit der ganzen Zahl dividiert und mit dem Bruche multipliziert.

ganzen Zahl auf den Zähler des Bruches, sei es durch 1 oder einen gemeinschaftlichen Teiler (s. Frage 37) oder durch den kleinsten Dividuus (siehe Frage 39) schliesst und durch den Nenner dividiert (siehe Erkl. 157).

Frage 59. Wie schliesst man:
a) von 7 auf $\frac{3}{17}$, b) von 8 auf $\frac{5}{9}$,
c) von 7 auf $\frac{14}{17}$, d) von 4 auf $\frac{12}{13}$,
e) von 9 auf $\frac{6}{7}$, f) von 12 auf $\frac{3}{11}$?

Antwort. a) Von 7 wird auf $\frac{3}{17}$ geschlossen, indem man schliesst 1) entweder von 7 auf 1, von 1 auf 3, von 3 auf $\frac{3}{17}$; oder 2) von 7 auf 1, von 1 auf $\frac{1}{17}$, von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{3}{17}$; oder 3) von 7 auf 21, von 21 auf 3, von 3 auf $\frac{3}{17}$; oder 4) von 7 auf 21, von 21 auf $\frac{21}{17}$, von $\frac{21}{17}$ auf $\frac{3}{17}$.

b) ähnlich a).

c) Von 7 wird auf $\frac{14}{17}$ geschlossen, indem man 1) von 7 auf 14 und von 14 auf $\frac{14}{17}$ oder 2) von 7 auf $\frac{7}{17}$ und von $\frac{7}{17}$ auf $\frac{14}{17}$ schliesst (s. Erkl. 158).

d) ähnlich c).

e) Von 9 wird auf $\frac{6}{7}$ geschlossen, indem man schliesst 1) entweder von 9 auf 3, von 3 auf 6, von 6 auf $\frac{6}{7}$; oder 2) von 9 auf 3, von 3 auf $\frac{3}{7}$, von $\frac{3}{7}$ auf $\frac{6}{7}$; 3) von 9 auf 18, von 18 auf 6, von 6 auf $\frac{6}{7}$; 4) von 9 auf 18, von 18 auf $\frac{18}{7}$, von $\frac{18}{7}$ auf $\frac{6}{7}$ (s. Erkl. 159).

f) ähnlich e).

Erkl. 158. Wollte man von 7 auf $\frac{14}{17}$ schliessen, indem man auf 1 ginge, so wäre dies höchst unvorteilhaft und zu vergleichen mit dem Wege aus der Hausflur in den Keller über den Bodenraum.

Erkl. 159. Die Reihenfolge der auszuführenden Multiplikationen und Divisionen ist ohne Einfluss auf das Ergebnis, wieviele Multiplikationen und Divisionen auch da sein mögen, weil diese Rechnungsarten vertauschbar sind. Ebenso sind Addition und Subtraktion vertauschbar, nicht aber Multiplikation oder Division und Addition oder Subtraktion.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 279. Ein Kaufmann hatte eine Sendung Ware für 416,80 ℳ erhalten. Er liess einem Freunde $\frac{3}{8}$ davon zum Einkaufspreise ab. Wieviel hatte dieser zu zahlen?

Auflösung. Gerades Verhältnis.
Bds.: Die 1-fache Sendung kostet 416,80 ℳ
Fgs.: $\frac{3}{8}$ der Sendung kostet x.

Erkl. 160. $\frac{1}{8}$ ist der 8. Teil von 1, und $\frac{3}{8}$ das 3-fache von $\frac{1}{8}$. Also ist 416,80 ℳ durch 8 zu dividieren und mit 3 zu multiplizieren, oder mit $\frac{3}{8}$ zu multiplizieren.

Ausrechnung.
die 1-fache Sendung kostet 416,80 ℳ
$\frac{1}{8}$ der " " 52,10 "
$\frac{3}{8}$ " " " 156,30 "
(siehe Erkl. 160).

Aufgabe 280. Ein Weinhändler hatte einem Kunden 150 Flaschen Wein, die Flasche zu 1 ℳ geliefert. Im nächsten Jahre konnte er von derselben Sorte die Flasche nur um $\frac{1}{5}$ ℳ teurer verkaufen. Wieviel Flaschen erhielt der Kunde für dasselbe Geld?

Erkl. 161. Man könnte auch schliessen:

$1 - \frac{1}{5} - \frac{6}{5} \;\Big|\; 150 - 750 - 125$

(Die wagerechten Striche bedeuten Gedankenstriche nicht Minuszeichen.)

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.
1 Flasche kostete im nächsten Jahre $1\frac{1}{5}$ ℳ
Bds.: Die Flasche zu 1 ℳ giebt 150 Flaschen.
Fgs.: " " " $\frac{6}{5}$ ℳ " x.

Ausrechnung.
Die Flasche zu 1 ℳ giebt 150 Flaschen,
" " " 6 " " den 6. Teil, d. s. 25 Flaschen,
" " " $\frac{6}{5}$ " " das 5-fache, d. s. 125 Flaschen.
(Siehe Erkl. 161).

Aufgabe 281. Während ein Rad 4 Umdrehungen macht, macht ein anderes mit ihm verbundenes nur $\frac{3}{5}$ Umdrehungen. Wieviel Umdrehungen hat letzteres gemacht, wenn sich ersteres 70 mal umgedreht hat?

Erkl. 162. Andere Schlussreihen sind:

	oder	oder
$4 - 70$	$4 - 70$	$4 - 70$
$12 - 210$	$\frac{4}{5} - 14$	$1 - \frac{35}{2}$
$3 - \frac{105}{2}$	$\frac{1}{5} - \frac{7}{2}$	$\frac{1}{5} - \frac{7}{2}$
$\frac{3}{5} - \frac{21}{2}$	$\frac{3}{5} - \frac{21}{2}$	$\frac{3}{5} - \frac{21}{2}$

Auflösung. Gerades Verhältnis.
Bds.: Bei 4 Umdreh. werden 70 gemacht.
Fgs.: Bei $\frac{3}{5}$ " " x "

Ausrechnung.
Bei 4 Umdrehungen werden 70 gemacht,
" 1 Umdreh. wird der 4. Teil $= \frac{35}{2}$
" 3 " " das 3-fache $= \frac{105}{2}$
" $\frac{3}{5}$ " " der 5. Teil $= \frac{21}{2} =$ $10\frac{1}{2}$ gemacht (siehe Erkl. 162).

Oder kurz:
Bei 4 Umdreh. 70,
" 1 " $\frac{70}{4}$,
" $\frac{3}{5}$ " $\frac{70}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$.

Aufgabe 282. Die Vorderräder eines Wagens haben 3 m Umfang, die Hinterräder $4\frac{2}{3}$ m. Wieviel Umdrehungen haben die letzteren gemacht, wenn die ersteren sich 98 mal gedreht haben?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.
Bds.: Bei 3 m Umfang 98 Umdrehungen.
Fgs.: Bei $\frac{14}{3}$ m Umfang x.

Ausrechnung.
Bei 3 m Umfang 98 Umdrehungen,
„ (3·14) m Umfang den 14. Teil, das sind 7 Umdrehungen,
„ 14 m Umfang das 3-fache, d. s. 21 Umdr.
„ $\frac{14}{3}$ m „ „ „ d. s. 63 „
(siehe Erkl. 163).

Erkl. 163. Andere Schlussreihen sind:

$3 - 98$ oder	$3 - 98$ oder	$3 - 98$
$1 - 98 \cdot 3$	$\frac{1}{3} - 98 \cdot 9$	$3 \cdot 14 - 7$
$14 - 7 \cdot 3$	$\frac{14}{3} - 7 \cdot 9$	$\frac{3 \cdot 14}{9} - 63$
$\frac{14}{3} - 7 \cdot 9$	$\frac{14}{3} - 63$	

Aufgabe 283. 9 Geschwister erben von einer Tante zu gleichen Teilen 3720 ℳ. An Erbschaftssteuer haben sie $\frac{3}{100}$ ihres Erbes zu zahlen. Wieviel hat jedes der Geschwister an Erbschaftssteuer zu zahlen?

Auflösung. Gerades Verhältnis.
Bds.: 9 Teile sind 3720 ℳ.
Fgs.: $\frac{3}{100}$ Teil ist x.

Ausrechnung.
9 Teile sind 3720 ℳ
3 „ „ 1240 „
$\frac{3}{100}$ „ „ 12,40 „

Aufgabe 284. Zwei Landleute A und B verabreden einen Austausch von Getreide nach Marktpreisen. 1 hl Roggen galt 9 ℳ, 1 hl Hafer $7\frac{1}{5}$ ℳ. A schickte an B 70 hl Roggen. Wieviel Hektoliter Hafer erhielt er dafür?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.
Bds.: Von 1 hl zu 9 ℳ werden 70 hl geschickt.
Fgs.: „ 1 „ „ $\frac{36}{5}$ ℳ „ x „

Ausrechnung.
Von 1 hl zu 36 ℳ wird der 4. Teil = $\frac{35}{2}$ hl geschickt,
Von 1 hl zu $\frac{36}{5}$ ℳ wird das 5-fache von $\frac{35}{2}$ hl geschickt,
d. h.: $\frac{175}{2}$ hl = $87\frac{1}{2}$ hl (siehe Erkl. 164).

Erkl. 164. Eine andere Schlussreihe ist:

$$9 - \frac{9}{5} - \frac{36}{5} \;\Big|\; 70 - 350 - 87\frac{1}{2}$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 285. Wie gross ist $\frac{4}{5}$ von a) 25, b) 100, c) 12, d) 27?

Aufgabe 286. Der Gewinn eines Geschäftes betrug 720 ℳ. A erhielt $\frac{4}{25}$ davon. Wieviel bekam er?

Aufgabe 287. Zu einem Rock braucht C 2 m, zur Weste $\frac{1}{2}$ m, zur Hose $1\frac{2}{5}$ m Stoff. Wie teuer kommt ihm a) der Rock, b) die Weste, c) die Hose, d) der ganze Anzug zu stehen, wenn 1 m $10\frac{3}{4}$ ℳ kostet?

Aufgabe 288. Jemand braucht zum Abtragen seiner Schuld $3\frac{1}{2}$ Jahre. In welcher Zeit würde sie getilgt sein, wenn er die jährliche Rate um $\frac{1}{6}$ erhöhte?

Andeutung. Die Rate beträgt dann $1\frac{1}{6} = \frac{7}{6}$.

Aufgabe 289. Eine Hausfrau braucht von ihrem Kaffee, das Pfund zu $1\frac{3}{4}$ ℳ, täglich $\frac{2}{25}$ ℔. Wie hoch kommt ihr der tägliche Bedarf zu stehen?

Aufgabe 290. Das 11-fache einer Zahl ist $6\frac{2}{7}$. Wie gross ist von dieser Zahl a) $\frac{3}{4}$, b) $\frac{5}{6}$, c) $2\frac{1}{2}$, d) $3\frac{2}{3}$?

Aufgabe 291. 4 Personen erben zu gleichen Teilen 1600 ℳ. Sie sollen aber einem Dienstboten des Erblassers $\frac{3}{16}$ eines Erbteils geben. a) Wieviel erhält der Dienstbote? b) Wieviel erhält jeder Erbe?

Aufgabe 292. An einen Gartenpfad sollen Rosenstöcke gepflanzt werden; setzt man aller 2 m einen, so braucht man 33 Stück. Wieviel sind nötig, wenn aller $\frac{3}{4}$ m einer gesetzt werden soll?

Aufgabe 293. Für 7 kg einer Ware wurden $5\frac{1}{4}$ ℳ bezahlt. Wieviel ist für $\frac{14}{15}$ kg derselben Ware zu bezahlen?

Aufgabe 294. Um einen Vorsaal mit 2 m breitem Läuferstoff zu bedecken, waren $5\frac{2}{5}$ m nötig; wieviel von $\frac{4}{5}$ m breitem ist erforderlich?

Aufgabe 295. Nach 10 Tagen erhielt ein Arbeiter an Lohn 25 ℳ; wieviel hat er nach $7\frac{1}{2}$ Tagen zu beanspruchen?

Aufgabe 296. Bei 3 ℳ täglicher Ausgabe reicht jemand mit einer gewissen Geldsumme 72 Tage; wie lange aber, wenn er täglich a) $4\frac{1}{2}$ ℳ, b) $2\frac{2}{5}$ ℳ, c) $3\frac{3}{5}$ ℳ, d) $2\frac{1}{4}$ ℳ ausgiebt?

Aufgabe 297. Geben je 100 ℳ Kapital 5 ℳ Zinsen, so bekommt man von einem gewissen Kapital $49\frac{1}{2}$ ℳ Zinsen. Wieviel Zinsen giebt dasselbe Kapital, wenn 100 ℳ nur $3\frac{2}{3}$ ℳ Zinsen geben?

Aufgabe 298. Ein Zimmermeister rechnete für 10 m Gartenzaun $6\frac{1}{2}$ ℳ. Wieviel ist für einen Zaun von $20\frac{4}{5}$ m zu bezahlen?

Andeutung. Berechne erst, wie teuer 20 m, dann wie teuer $\frac{4}{5}$ m sind, und addiere.

Anmerkung 29. Weitere Aufgaben hierzu sind aus Abschnitt E No. 809, 872, 873, 903, 937, 970, 995, 1021, 1022, 1048, 1049, 1073, 1074, 1099, 1100, 1129.

---

4) Ueber den Schluss von einem Bruche auf eine ganze Zahl.

Frage 60. Wie schliesst man von einem Bruche auf 1?

Antwort. Von einem Bruche schliesst man auf 1, indem man von dem Bruche durch Multiplikation mit dem Nenner auf den Zähler und von dem Zähler durch Division mit ihm auf 1 schliesst; oder indem man durch Division mit dem Zähler auf den Stammbruch (siehe Erkl. 131) und von diesem durch Multiplikation mit dem Nenner auf 1 kommt (siehe Erkl. 165).

Erkl. 165. Mit anderen Worten: Von einem Bruche schliesst man auf 1, indem man durch den Bruch dividiert. Mit einem Bruche wird dividiert, indem man mit dem umgekehrten (reciproken) Werte desselben multipliziert.

Frage 61. Wie schliesst man:

a) von $\frac{3}{17}$ auf 1, b) von $\frac{7}{9}$ auf 1,

c) von $\frac{12}{13}$ auf 1?

Antwort. a) Von $\frac{3}{17}$ schliesst man auf 1, indem man entweder durch Multiplikation mit 17 von $\frac{3}{17}$ auf 3 und durch Division mit 3 von 3 auf 1 schliesst; oder durch Division mit 3 von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{1}{17}$ und durch Multiplikation mit 17 von $\frac{1}{17}$ auf 1 kommt (siehe Erkl. 166).

b) und c) ähnlich.

Erkl. 166. Der zweite Weg wird immer dann von Vorteil sein, wenn die Division in der zweiten Sorte aufgeht oder auf nicht unbequeme Brüche führt, da dann mit kleineren Zahlen zu rechnen ist.

Frage 62. Wie schliesst man von einem Bruche auf eine ganze Zahl?

Antwort. Von einem Bruche schliesst man auf eine ganze Zahl, indem man von dem Bruche auf 1 schliesst (siehe Antwort zu Frage 60) und von 1 auf die ganze Zahl. Auch hier kann man die Reihenfolge der einzelnen Schlüsse beliebig vertauschen (siehe Erkl. 167).

Erkl. 167. Mit anderen Worten: „Von einem Bruche schliesst man auf eine ganze Zahl, indem man mit dem Bruche dividiert und mit der ganzen Zahl multipliziert.

Frage 63. Wie schliesst man:

a) von $\frac{3}{17}$ auf 7, b) von $\frac{5}{8}$ auf 3,

c) von $\frac{14}{17}$ auf 7, d) von $\frac{8}{13}$ auf 4,

e) von $\frac{8}{9}$ auf 6, f) von $\frac{6}{7}$ auf 9?

Antwort. a) Von $\frac{3}{17}$ schliesst man auf 7, indem man schliesst:

1) von $\frac{3}{17}$ auf 3, von 3 auf 1, von 1 auf 7;

2) von $\frac{3}{17}$ auf 3, von 3 auf 21, von 21 auf 7;

3) von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{1}{17}$, von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, von $\frac{7}{17}$ auf 7;

4) von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{21}{17}$, von $\frac{21}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, von $\frac{7}{17}$ auf 7.

b) ähnlich a).

c) Von $\frac{14}{17}$ schliesst man auf 7, indem man entweder von $\frac{14}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, von $\frac{7}{17}$ auf 7 oder von $\frac{14}{17}$ auf 14 und von 14 auf 7 schliesst (siehe Erkl. 168).

d) ähnlich c).

e) Von $\frac{8}{9}$ schliesst man auf 6, indem man schliesst:

1) von $\frac{8}{9}$ auf 8, von 8 auf 2, von 2 auf 6;

2) von $\frac{8}{9}$ auf 8, von 8 auf 24, von 24 auf 6;

3) von $\frac{8}{9}$ auf $\frac{2}{9}$, von $\frac{2}{9}$ auf $\frac{6}{9}$, von $\frac{6}{9}$ auf 6;

4) von $\frac{8}{9}$ auf $\frac{24}{9}$, von $\frac{24}{9}$ auf $\frac{6}{9}$, von $\frac{6}{9}$ auf 6 (siehe Erkl. 169).

Erkl. 168. Es wäre hier nicht nur unvorteilhaft, sondern sehr umständlich, wenn man auf 1 schliessen wollte, da 7 ein Teil von 14 ist.

Erkl. 169. Mit diesen 4 Schlussreihen sind noch nicht alle möglichen, wohl aber die wichtigsten erschöpft. Welche von den möglichen Schlussreihen in jedem einzelnen Falle zu nehmen ist, hängt von der Zahlengrösse der zweiten Sorte ab. Es wäre aber falsch, wenn man darauf bestehen wollte, immer den kürzesten Weg zu finden, da das Auffinden desselben mehr Arbeit machen kann, als eine längere Schlussreihe. Im allgemeinen werden die Schlussreihen 2 und 4 mit Vorteil bei umgekehrten Verhältnissen angewendet.

α) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 299. Aus $1\frac{1}{4}$ kg Silber werden 45 Fünfmarkstücke geprägt. Wieviel erhält man aus 1 kg Silber?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Aus $\frac{5}{4}$ kg Silber erhält man 45 Stück.

Fgs.: Aus 1 kg Silber erhält man x.

Erkl. 170. Andere Schlussweisen sind:

a) $\frac{5}{4} - 45$

$5 - 180$

$1 - 36$

b) $\frac{5}{4} - 45$

$1 - 45 : \frac{5}{4} = \frac{45 \cdot 4}{5}$

$= 36$

b) eignet sich weniger fürs Kopfrechnen.

Ausrechnung.

Aus $\frac{5}{4}$ kg Silber erhält man 45 Stücke,

" $\frac{1}{4}$ " " " " den 5. Teil, d. s. 9 Stücke,

" 1 " " " " das 4-fache hiervon, d. s. 36 Stücke (siehe Erkl. 170).

Aufgabe 300. Misst man eine Strecke mit der alten sächsischen Elle (s. Erkl. 171), welche $\frac{4}{7}$ m ist, so muss man den Massstab 21 mal abtragen. Wievielmal lässt sich der Metermassstab auf derselben Strecke abtragen?

Erkl. 171. Genau ist das Verhältnis zwischen Elle und Meter:

1 Elle = 0,56638 m;

1 m = 1 Elle $18\frac{3}{8}$ Zoll sächsisch.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: $\frac{4}{7}$ m lässt sich 21 mal abtragen.

Fgs.: 1 " " " x abtragen?

Ausrechnung.

$\frac{4}{7}$ m lässt sich 21 mal abtragen,

4 m lassen sich den 7. Teil von 21 mal, d. i. 3 mal,

1 m lässt sich das 4-fache von 3 mal abtragen, d. h. 12 mal.

Aufgabe 301. Auf $\frac{3}{8}$ ha hatte man 51 kg Kartoffeln geerntet, das ganze Stück war 11 ha gross. Welche Ernte war zu erwarten?

Erkl. 172. 136·11 wird im Kopfe, wie folgt, ausgerechnet:

$$136 \cdot 11 = 100 \cdot 11 + 36 \cdot 11$$
$$= 1100 + 396 \text{ (siehe Erkl. 67)}$$
$$= 1496.$$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $\frac{3}{8}$ ha geben 51 kg.

Fgs.: 11 ha geben x.

Ausrechnung.

$\frac{3}{8}$ ha geben 51 kg,

$\frac{1}{8}$ ha giebt den 3. Teil hiervon, d. s. 17 kg,

1 ha giebt das 8-fache hiervon, d. s. 136 kg,

11 ha geben das 11-fache hiervon, d. s. 1496 kg (siehe Erkl. 172).

Aufgabe 302. Ein Haufen Pflastersteine ist 26 m lang und $\frac{3}{4}$ m hoch aufgesetzt. Wie lang wird ein anderer von gleichem Inhalte, welcher zwar dieselbe Breite, aber 2 m Höhe erhalten soll?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $\frac{3}{4}$ m Höhe ist die Länge 26 m.

Fgs.: " 2 m " " " " x.

Ausrechnung.

Bei $\frac{3}{4}$ m Höhe ist die Länge 26 m,

" 3 m " " " " der 4. Teil von von 26 m, d. s. $\frac{13}{2}$ m,

Erkl. 173. Andere Schlussreihen sind:

$\frac{3}{4} - 26$ oder $\frac{3}{4} - 26$ oder $\frac{3}{4} - 26$

$\frac{1}{4} - 78$ $\quad \frac{6}{4} - 13$ $\quad 3 - \frac{13}{2}$

$1 - \frac{39}{2}$ $\quad 6 - \frac{13}{4}$ $\quad 6 - \frac{13}{4}$

$2 - \frac{39}{4}$ $\quad 2 - \frac{39}{4}$ $\quad 2 - \frac{39}{4}$

bei 1 m Höhe ist die Länge das 3-fache von $\frac{13}{2}$ m, d. s. $\frac{39}{2}$ m, und

„ 2 m „ ist die Länge der 2. Teil von $\frac{39}{2}$ m, d. s. $\frac{39}{4}$ m $= 9\frac{3}{4}$ m (siehe Erkl. 173).

Aufgabe 303. Ein Silberarbeiter hat $2\frac{2}{5}$ ℔ alte Silbermünze von $\frac{900}{1000}$ Feingehalt (siehe Erkl. 174) aufgekauft und verwendet sie zu einem 3 ℔ schweren Pokal, indem er $\frac{3}{5}$ ℔ Kupfer mit ihnen zusammenschmilzt. Von welchem Feingehalt wird der Pokal sein?

Erkl. 174. $\frac{900}{1000}$ Feingehalt bedeutet: In 1000 Teilen Mischung sind 900 Teile reines Silber und 100 Teile Zusatz enthalten.

Früher gab man den Feingehalt von Silberlegierungen nach 16 Teilen an und nannte diese Lote. Unter 16 lötigem Silber verstand man also reines Silber, 12 lötiges enthielt 12 Teile reines Silber und 4 Teile Zusatz.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis. Der Pokal wiegt $2\frac{2}{5}$ ℔ $+ \frac{3}{5}$ ℔ $= 3$ ℔.

Bds.: $\frac{12}{5}$ ℔ haben $\frac{900}{1000}$ Feingehalt.

Fgs.: 3 ℔ haben x Feingehalt.

Ausrechnung.

$\frac{12}{5}$ ℔ haben $\frac{900}{1000}$ Feingehalt,

$\frac{3}{5}$ ℔ hätten das 4-fache hiervon, das sind $\frac{3600}{1000}$ Feingehalt, und

3 ℔ haben den 5. Teil von $\frac{3600}{1000}$, d. h. $\frac{720}{1000}$ Feingehalt.

Der Bruch wird nicht weiter abgekürzt, da der Feingehalt gesetzlich in Tausendteilen anzugeben ist.

Aufgabe 304. Fülle ich eine Wanne mit einem Gefäss, welches $9\frac{1}{3}$ l fasst, so muss ich 6 mal eingiessen. Wievielmal muss ich eingiessen, wenn das Gefäss nur 7 l fasst?

Erkl. 175. Eine andere Schlussweise ist:

$\frac{28}{3} - \frac{7}{3} - 7 \mid 6 - 24 - 8$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $9\frac{1}{3}$ l Inhalt giesse ich 6 mal.

Fgs.: Bei 7 l Inhalt giesse ich x.

Ausrechnung.

Bei $\frac{28}{3}$ l giesse ich 6 mal,

„ 28 l giesse ich den 3. Teil von 6 mal, also 2 mal,

„ 7 l giesse ich das 4-fache von 2 mal, also 8 mal (siehe Erkl. 175.)

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 305. $\frac{2}{3}$ einer Zahl ist a) 10, b) 54, c) $21\frac{1}{3}$. Wie heisst die Zahl?

Aufgabe 306. Ein Beamter erhielt in $\frac{2}{3}$ Jahren 1500 *M.* Gehalt. Wie hoch war sein jährliches Gehalt bemessen?

Aufgabe 307. Zu einem $3\frac{3}{4}$ m langen Seil braucht man 1 kg 320 g Werg. Wieviel braucht man zu einem 1 m langen Seile?

Aufgabe 308. In einem Haushalt reicht man mit einem Kohlenvorrate $\frac{11}{12}$ Jahr, wenn im Durchschnitt täglich 24 l gebraucht werden. Wieviel Liter dürfen täglich nur verbraucht werden, wenn der Vorrat für das ganze Jahr reichen soll?

Aufgabe 309. Wird ein Stück Tuch $1\frac{1}{4}$ m breit gewebt, so reicht eine Garnmenge zu $25\frac{1}{3}$ m Länge. Zu welcher Länge reicht der Garnvorrat, wenn das Tuch 1 m breit werden soll?

Aufgabe 310. $\frac{5}{8}$ einer Zahl ist $11\frac{1}{4}$. Wie heisst a) das 7-, b) das 15-, c) das 25-, d) das 37-fache derselben Zahl?

Aufgabe 311. Ein Kaufmann erhielt bei einem Unternehmen nur $\frac{4}{5}$ seiner Einlage zurück und zwar 212 *M.* Ein anderes Mal, als er dasselbe eingelegt hatte, bekam er das 3-fache. a) Wieviel erhielt er zurück? b) Wieviel hatte er gewonnen?

Aufgabe 312. Werden in einer Baumschule die Bäume $\frac{3}{5}$ m auseinander gesetzt, so kann man auf ein Stück Land in 15 Reihen 360 Bäume pflanzen. Wieviel Bäume kann man auf ein gleich grosses Stück Land in 15 Reihen setzen, wenn sie 2 m weit auseinander gepflanzt werden sollen?

Aufgabe 313. Wenn $5\frac{1}{3}$ l in einem Gefässe sind, so ist $\frac{2}{9}$ desselben gefüllt. Der wievielste Teil ist voll, wenn sich in demselben a) 8 l, b) 10 l, c) 18 l, d) 21 l befinden?

Aufgabe 314. Um zu einem wohlthätigen Zwecke eine bestimmte Geldsumme zusammenzubringen, müssen 300 Personen je $2\frac{1}{4}$ *M.* geben. Wieviel Personen bringen dieselbe Geldsumme auf, wenn jede 3 *M.* bezahlt?

Aufgabe 315. $7\frac{1}{2}$ Körbe gespaltenes Holz erhält man aus $\frac{5}{12}$ cbm Scheitholz. Wieviel Kubikmeter muss ein Holzhändler spalten lassen, wenn er 72 Körbe zu liefern hat?

Aufgabe 316. Ein Behälter wird von 9 gleichen Röhren in $3\frac{1}{3}$ Tagen gefüllt. Wieviel von diesen Röhren füllen den Behälter in 15 Tagen?

Aufgabe 317. Wenn $16\frac{1}{2}$ g Silber ebensoviel wert sind wie 1 g Gold, wieviel Gold kann man gegen a) 33, b) 363, c) 825 g Silber eintauschen?

Aufgabe 318. A hatte in einer Woche $4\frac{1}{4}$ Tag gearbeitet und erhielt $17\frac{17}{20}$ ℳ Lohn. Wieviel Lohn erhielt er in der nächsten Woche, nachdem er alle 6 Tage gearbeitet hatte?

Anmerkung 30. Zu diesem Kapitel findet man weitere Aufgaben in Abschnitt E: No. 810, 842, 843, 904, 971, 996, 1050, 1075, 1101, 1130.

---

5) Ueber den Schluss von einem Bruche auf einen andern.

Frage 64. Wie schliesst man von einem Bruche auf einen andern?

Antwort. Von einem Bruche schliesst man auf einen andern, indem man von dem ersten Bruche auf 1 (siehe Frage 60) und dann von 1 auf den zweiten Bruch schliesst (siehe Frage 56); oder mit anderen Worten, indem man mit dem ersten Bruche dividiert und mit dem zweiten multipliziert (siehe Erkl. 176). Man kann aber auch in folgender Weise verfahren: Man schliesst von dem Zähler des ersten Bruches auf den Zähler des zweiten Bruches, indem man den Nenner des ersten Bruches beibehält. Dann schliesst man vom Nenner des ersten Bruches auf den Nenner des zweiten Bruches. Dabei wird man zu berüchsichtigen haben, ob die Zähler oder Nenner Vielfache oder Teile von einander sind oder gemeinschaftliche Faktoren haben.

Erkl. 176. Im ganzen hat man hierbei zweimal zu multiplizieren, nämlich mit dem Nenner des ersten und dem Zähler des zweiten Bruches, und zweimal zu dividieren, nämlich mit dem Zähler des ersten und dem Nenner des zweiten Bruches. Da nun die Reihenfolge dieser Operationen gleichgültig ist (siehe Erkl. 159), 4 Grössen sich aber auf 24-fache Weise vertauschen lassen, so erhält man im ganzen 24 Schlussreihen, die alle zu demselben Ziele führen. Von diesen wird man aber im allgemeinen der Erleichterung des Gedächtnisses halber diejenigen vorziehen, welche erst die Zähler und dann die Nenner ineinander verwandeln oder umgekehrt.

Frage 65. Wie schliesst man:

a) von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{1}{19}$, b) von $\frac{1}{8}$ auf $\frac{1}{3}$,

c) von $\frac{1}{6}$ auf $\frac{1}{5}$, d) von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{3}{19}$,

e) von $\frac{5}{6}$ auf $\frac{5}{7}$, f) von $\frac{4}{9}$ auf $\frac{4}{11}$,

g) von $\frac{5}{12}$ auf $\frac{5}{18}$, h) von $\frac{5}{8}$ auf $\frac{5}{6}$,

i) von $\frac{4}{9}$ auf $\frac{4}{33}$? (Siehe Erkl. 177.)

Antwort. a) Von $\frac{1}{17}$ schliesst man auf $\frac{1}{19}$, indem man von $\frac{1}{17}$ auf 1 und von 1 auf $\frac{1}{19}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{3}{17}$ schliesst man auf $\frac{3}{19}$, indem man von $\frac{3}{17}$ auf 3 und von 3 auf $\frac{3}{19}$ schliesst.

Erkl. 177. Bei den in Frage 65 behandelten Fällen haben der Bruch, von dem aus geschlossen wird, und der, auf welchen geschlossen wird, denselben Zähler.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

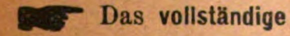
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles,** was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

 Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

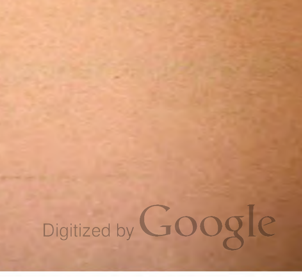
der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.





919. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Forts. v. Heft 918. — Seite 81—96.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)
nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. R. Olbricht.

Fortsetzung v. Heft 918. — Seite 81—96.

Inhalt:
Ueber den Schluss von einem Bruch auf einen andern. — Gelöste Aufgaben. — Ungelöste Aufgaben. — Ueber das Schliessen beim schriftlichen Rechnen (Bruchsatz). — Ueber den Schluss von 1 auf eine andere Zahl.

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste**, Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten**. Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige Kraft** verleihen **und** somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen** Verwertungen und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

e) und f) ähnlich.

g) Von $\frac{5}{12}$ schliesst man auf $\frac{5}{18}$, indem man von $\frac{5}{12}$ auf $\frac{5}{6}$ und von $\frac{5}{6}$ auf $\frac{5}{18}$ schliesst.

h) und i) ähnlich.

Frage 66. Wie schliesst man:
a) von $\frac{6}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, b) von $\frac{3}{8}$ auf $\frac{5}{8}$,
c) von $\frac{4}{7}$ auf $1\frac{2}{7}$, d) von $\frac{6}{17}$ auf $\frac{9}{17}$,
e) von $\frac{4}{9}$ auf $\frac{6}{9}$, f) von $3\frac{3}{4}$ auf $2\frac{1}{4}$?
(Siehe Erkl. 178.)

Erkl. 178. Bei den in Frage 66 behandelten Fällen haben die Brüche denselben Nenner.

Antwort. a) Von $\frac{6}{17}$ schliesst man auf $\frac{7}{17}$, indem man von $\frac{6}{17}$ auf $\frac{1}{17}$ und von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{7}{17}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{6}{17}$ schliesst man auf $\frac{9}{17}$, indem man von $\frac{6}{17}$ auf $\frac{3}{17}$ und von $\frac{3}{17}$ auf $\frac{9}{17}$ schliesst.

e) und f) ähnlich.

Frage 67. Wie schliesst man:
a) von $\frac{1}{19}$ auf $\frac{5}{17}$, b) von $\frac{1}{8}$ auf $\frac{3}{7}$,
c) von $\frac{1}{3}$ auf $3\frac{1}{4}$, d) von $\frac{5}{17}$ auf $\frac{1}{19}$,
e) von $\frac{4}{5}$ auf $\frac{1}{2}$, f) von $2\frac{2}{5}$ auf $\frac{1}{6}$,
g) von $\frac{5}{12}$ auf $\frac{15}{17}$, h) von $\frac{2}{7}$ auf $\frac{6}{11}$,
i) von $1\frac{1}{3}$ auf $3\frac{1}{5}$, k) von $\frac{15}{17}$ auf $\frac{5}{12}$,
l) von $\frac{9}{11}$ auf $\frac{3}{5}$, m) von $3\frac{1}{8}$ auf $\frac{5}{9}$?
(Siehe Erkl. 179.)

Erkl. 179. Bei den in Frage 67 behandelten Fällen ist bei verschiedenem Nenner der Zähler des zweiten Bruches ein Vielfaches oder ein Teil des Zählers des ersten Bruches.

Antwort. a) Von $\frac{1}{19}$ schliesst man auf $\frac{5}{17}$, indem man von $\frac{1}{19}$ auf 1, von 1 auf 5, von 5 auf $\frac{5}{17}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{5}{17}$ schliesst man auf $\frac{1}{19}$, indem man von $\frac{5}{17}$ auf 5, von 5 auf 1, von 1 auf $\frac{1}{19}$ schliesst.

e) und f) ähnlich.

g) Von $\frac{5}{12}$ schliesst man auf $\frac{15}{17}$, indem man von $\frac{5}{12}$ auf 5, von 5 auf 15, von 15 auf $\frac{15}{17}$ schliesst.

h) und i) ähnlich.

k) Von $\frac{15}{17}$ schliesst man auf $\frac{5}{12}$, indem man von $\frac{15}{17}$ auf $\frac{5}{17}$, von $\frac{5}{17}$ auf 5, von 5 auf $\frac{5}{12}$ schliesst.

l) und m) ähnlich.

Frage 68. Wie schliesst man:
a) von $\frac{5}{7}$ auf $\frac{3}{14}$, b) von $\frac{2}{3}$ auf $\frac{5}{9}$,
c) von $1\frac{3}{4}$ auf $2\frac{1}{8}$, d) von $\frac{3}{14}$ auf $\frac{5}{7}$,
e) von $\frac{7}{25}$ auf $\frac{4}{5}$, f) von $3\frac{3}{16}$ auf $2\frac{5}{8}$,
g) von $\frac{7}{8}$ auf $\frac{1}{2}$, h) von $\frac{4}{9}$ auf $\frac{1}{3}$,
i) von $2\frac{1}{12}$ auf $\frac{1}{4}$, k) von $\frac{1}{12}$ auf $\frac{2}{3}$,
l) von $\frac{1}{10}$ auf $\frac{3}{5}$, m) von $\frac{1}{8}$ auf $1\frac{3}{4}$?
(Siehe Erkl. 180.)

Erkl. 180. Bei den in Frage 68 behandelten Fällen ist bei verschiedenem Zähler der Nenner des ersten Bruches ein Vielfaches oder ein Teil des Nenners des zweiten Bruches.

Antwort. a) Von $\frac{5}{7}$ schliesst man auf $\frac{3}{14}$, indem man von $\frac{5}{7}$ auf $\frac{5}{14}$, von $\frac{5}{14}$ auf $\frac{1}{14}$, von $\frac{1}{14}$ auf $\frac{3}{14}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{3}{14}$ schliesst man auf $\frac{5}{7}$, indem man von $\frac{3}{14}$ auf $\frac{1}{14}$, von $\frac{1}{14}$ auf $\frac{1}{7}$, von $\frac{1}{7}$ auf $\frac{5}{7}$ schliesst.

e) und f) ähnlich.

g) Von $\frac{7}{8}$ schliesst man auf $\frac{1}{2}$, indem man von $\frac{7}{8}$ auf $\frac{1}{8}$, von $\frac{1}{8}$ auf $\frac{1}{2}$ schliesst.

h) und i) ähnlich.

k) Von $\frac{1}{12}$ schliesst man auf $\frac{2}{3}$, indem man von $\frac{1}{12}$ auf $\frac{1}{3}$, von $\frac{1}{3}$ auf $\frac{2}{3}$ schliesst.

l) und m) ähnlich.

Frage 69. Wie schliesst man:
a) von $\frac{1}{3}$ auf $\frac{5}{6}$, b) von $\frac{1}{7}$ auf $\frac{9}{14}$,
c) von $\frac{1}{4}$ auf $3\frac{1}{8}$, d) von $\frac{7}{9}$ auf $\frac{1}{3}$,
e) von $\frac{5}{6}$ auf $\frac{1}{3}$, f) von $3\frac{3}{4}$ auf $\frac{1}{2}$,
g) von $\frac{5}{7}$ auf $\frac{10}{21}$, h) von $\frac{2}{3}$ auf $\frac{8}{9}$,
i) von $2\frac{1}{2}$ auf $5\frac{5}{6}$, k) von $\frac{4}{15}$ auf $\frac{2}{5}$,
l) von $\frac{10}{21}$ auf $\frac{5}{7}$, m) von $8\frac{1}{6}$ auf $2\frac{1}{3}$,

Antwort. a) Von $\frac{1}{3}$ schliesst man auf $\frac{5}{6}$, indem man von $\frac{1}{3}$ auf $\frac{5}{3}$, von $\frac{5}{3}$ auf $\frac{5}{6}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{7}{9}$ schliesst man auf $\frac{1}{3}$, in-

n) von $\frac{5}{21}$ auf $1\frac{3}{7}$, o) von $\frac{3}{28}$ auf $\frac{6}{7}$, p) von $\frac{7}{16}$ auf $8\frac{3}{4}$, q) von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{4}{5}$, r) von $\frac{5}{16}$ auf $6\frac{1}{4}$, s) von $1\frac{2}{27}$ auf $19\frac{1}{3}$?

(Siehe Erkl. 181.)

Erkl. 181. Bei den in Frage 69 behandelten Fällen sind Zähler und Nenner des zweiten Bruches Vielfache oder Teile vom Zähler und Nenner des ersten Bruches.

dem man von $\frac{7}{9}$ auf $\frac{7}{3}$, von $\frac{7}{3}$ auf $\frac{1}{3}$ schliesst.

e) und f) ähnlich.

g) Von $\frac{5}{7}$ schliesst man auf $\frac{10}{21}$, indem man von $\frac{5}{7}$ auf $\frac{5}{21}$, von $\frac{5}{21}$ auf $\frac{10}{21}$ schliesst.

h) und i) ähnlich.

k) Von $\frac{4}{15}$ schliesst man auf $\frac{2}{5}$, indem man von $\frac{4}{15}$ auf $\frac{2}{15}$, von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{2}{5}$ schliesst.

l) und m) ähnlich.

n) Von $\frac{5}{21}$ schliesst man auf $\frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$, indem man von $\frac{5}{21}$ auf $\frac{10}{21}$, von $\frac{10}{21}$ auf $\frac{10}{7}$ schliesst.

o) und p) ähnlich.

q) Von $\frac{2}{15}$ schliesst man auf $\frac{4}{5}$, indem man von $\frac{2}{15}$ auf $\frac{2}{5}$, von $\frac{2}{5}$ auf $\frac{4}{5}$ schliesst.

r) und s) ähnlich.

Frage 70. Wie schliesst man:

a) von $\frac{6}{7}$ auf $\frac{9}{14}$, b) von $\frac{8}{9}$ auf $\frac{12}{27}$, c) von $2\frac{2}{3}$ auf $1\frac{13}{15}$, d) von $\frac{9}{35}$ auf $\frac{6}{7}$, e) von $\frac{6}{25}$ auf $\frac{4}{5}$, f) von $\frac{16}{21}$ auf $6\frac{2}{3}$, g) von $\frac{6}{7}$ auf $\frac{9}{10}$, h) von $\frac{10}{13}$ auf $\frac{15}{17}$, i) von $3\frac{4}{7}$ auf $1\frac{7}{8}$? (Siehe Erkl. 182.)

Erkl. 182. Bei den in Frage 70 behandelten Fällen haben die Brüche bei verschiedenen Nennern Zähler mit gemeinschaftlichem Teiler.

Antwort. a) Von $\frac{6}{7}$ schliesst man auf $\frac{9}{14}$, indem man von $\frac{6}{7}$ auf $\frac{3}{7}$, von $\frac{3}{7}$ auf $\frac{9}{7}$, von $\frac{9}{7}$ auf $\frac{9}{14}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{9}{35}$ schliesst man auf $\frac{6}{7}$, indem man von $\frac{9}{35}$ auf $\frac{9}{7}$, von $\frac{9}{7}$ auf $\frac{3}{7}$, von $\frac{3}{7}$ auf $\frac{6}{7}$ schliesst.

e) und f) ähnlich.

g) Von $\frac{6}{7}$ schliesst man auf $\frac{9}{10}$, in-

dem man von $\frac{6}{7}$ auf 6, von 6 auf 3, von 3 auf 9, von 9 auf $\frac{9}{10}$ schliesst.

h) und i) ähnlich.

Frage 71. Wie schliesst man:
a) von $\frac{1}{8}$ auf $\frac{5}{12}$, b) von $\frac{1}{14}$ auf $\frac{4}{21}$,
c) von $\frac{1}{15}$ auf $1\frac{3}{10}$, d) von $\frac{4}{21}$ auf $\frac{1}{14}$,
e) von $\frac{7}{12}$ auf $\frac{1}{15}$, f) von $4\frac{1}{6}$ auf $\frac{1}{9}$,
g) von $\frac{5}{14}$ auf $\frac{10}{21}$, h) von $\frac{3}{8}$ auf $\frac{9}{28}$,
i) von $\frac{5}{6}$ auf $2\frac{7}{9}$, k) von $\frac{14}{27}$ auf $\frac{2}{15}$,
l) von $\frac{10}{21}$ auf $\frac{5}{14}$, m) von $5\frac{1}{4}$ auf $1\frac{1}{6}$,
n) von $\frac{5}{12}$ auf $\frac{7}{18}$, o) von $\frac{3}{8}$ auf $\frac{7}{10}$,
p) von $1\frac{5}{6}$ auf $2\frac{7}{15}$? (Siehe Erkl. 183.)

Erkl. 183. Bei den in Frage 71 behandelten Fällen haben die Brüche bei verschiedenen Zählern Nenner mit gemeinschaftlichem Teiler.

Antwort. a) Von $\frac{1}{8}$ schliesst man auf $\frac{5}{12}$, indem man von $\frac{1}{8}$ auf $\frac{5}{8}$, von $\frac{5}{8}$ auf $\frac{5}{4}$, von $\frac{5}{4}$ auf $\frac{5}{12}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

d) Von $\frac{4}{21}$ schliesst man auf $\frac{1}{14}$, indem man von $\frac{4}{21}$ auf $\frac{4}{7}$, von $\frac{4}{7}$ auf $\frac{1}{7}$, von $\frac{1}{7}$ auf $\frac{1}{14}$ schliesst.

e) und f) ähnlich.

g) Von $\frac{5}{14}$ schliesst man auf $\frac{10}{21}$, indem man von $\frac{5}{14}$ auf $\frac{5}{7}$, von $\frac{5}{7}$ auf $\frac{5}{21}$, von $\frac{5}{21}$ auf $\frac{10}{21}$ schliesst.

h) und i) ähnlich.

k) Von $\frac{14}{27}$ schliesst man auf $\frac{2}{15}$, indem man von $\frac{14}{27}$ auf $\frac{2}{27}$, von $\frac{2}{27}$ auf $\frac{2}{3}$, von $\frac{2}{3}$ auf $\frac{2}{15}$ schliesst.

l) und m) ähnlich.

n) Von $\frac{5}{12}$ schliesst man auf $\frac{7}{18}$, indem man von $\frac{5}{12}$ auf $\frac{1}{12}$, von $\frac{1}{12}$ auf $\frac{7}{12}$, von $\frac{7}{12}$ auf $\frac{7}{6}$, von $\frac{7}{6}$ auf $\frac{7}{18}$ schliesst.

o) und p) ähnlich.

Frage 72. Wie schliesst man:
a) von $\frac{4}{9}$ auf $\frac{10}{21}$, b) von $\frac{6}{25}$ auf $\frac{9}{35}$,
c) von $1\frac{1}{14}$ auf $\frac{20}{21}$? (Siehe Erkl. 184.)

Antwort. a) Von $\frac{4}{9}$ schliesst man auf $\frac{10}{21}$, indem man von $\frac{4}{9}$ auf $\frac{2}{9}$, von

Erkl. 184. Bei den in Frage 72 behandelten Fällen haben Zähler und Nenner je einen gemeinschaftlichen Teiler.

$\frac{2}{9}$ auf $\frac{10}{9}$, von $\frac{10}{9}$ auf $\frac{10}{3}$, von $\frac{10}{3}$ auf $\frac{10}{21}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

Frage 73. Wie schliesst man:

a) von $\frac{5}{17}$ auf $\frac{7}{19}$, b) von $\frac{3}{4}$ auf $\frac{4}{5}$,

c) von $2\frac{7}{8}$ auf $1\frac{6}{11}$? (S. Erkl. 185.)

Erkl. 185. Bei den in Frage 73 behandelten Fällen haben weder Zähler noch Nenner einen gemeinschaftlichen Teiler. Es ist dies der allgemeinste Fall, von welchem alle in diesem Abschnitt behandelten besondere Fälle sind.

Antwort. a) Von $\frac{5}{17}$ schliesst man auf $\frac{7}{19}$, indem man von $\frac{5}{17}$ auf $\frac{1}{17}$, von $\frac{1}{17}$ auf $\frac{7}{17}$, von $\frac{7}{17}$ auf 7, von 7 auf $\frac{7}{19}$ schliesst; oder indem man von $\frac{5}{17}$ durch Division mit $\frac{5}{17}$ auf 1 und von 1 durch Multiplikation mit $\frac{7}{19}$ auf $\frac{7}{19}$ schliesst.

b) und c) ähnlich.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Anmerkung 31. Es gehören zu Frage 65 Aufg. 319, 320; zu 66 Aufg. 321, 322; zu 67 Aufg. 323, 324; zu 68 Aufg. 325, 326; zu 69 Aufg. 327, 328; zu 70 Aufg. 329, 330; zu 71 Aufg. 331, 332; zu 72 Aufg. 333, 334; zu 73 Aufg. 335, 336.

Aufgabe 319. A erhielt an Zinsen in $\frac{1}{4}$ Jahr $356\frac{1}{10}$ ℳ. Wieviel macht dies auf $\frac{1}{3}$ Jahr?

Erkl. 186. Eine andere Schlussweise ist:

$\frac{1}{4}$ — $356\frac{1}{10}$

1 — $1424\frac{2}{5}$

$\frac{1}{3}$ — $474\frac{4}{5}$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: In $\frac{1}{4}$ Jahr erhält er $356\frac{1}{10}$ ℳ

Fgs.: In $\frac{1}{3}$ " " " x.

Ausrechnung.

In $\frac{1}{4}$ Jahr erhält er $356\frac{1}{10}$ ℳ,

" $\frac{1}{12}$ " " " den 3. Teil, das sind $118\frac{7}{10}$ ℳ

" $\frac{1}{3}$ " " " das 4-fache, das sind $474\frac{4}{5}$ ℳ

(siehe Erkl. 186).

Aufgabe 320. Auf ein Beet sind 810 Pflanzen in $\frac{1}{10}$ m Entfernung gesetzt worden. Wieviel Pflanzen gehen auf ein gleichgrosses Beet, wenn sie $\frac{1}{9}$ m Entfernung haben sollen?

Erkl. 187. Eine andere Schlussweise ist:

$$\frac{1}{10} - 810$$
$$\frac{1}{90} - 7290$$
$$\frac{1}{9} - 729$$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $\frac{1}{10}$ m Entfernung 810 Pflanzen.

Fgs.: Bei $\frac{1}{9}$ m Entfernung x.

Ausrechnung.

Bei $\frac{1}{10}$ m Entfernung 810 Pflanzen,
„ 1 m „ den 10. Teil, das sind 87 Pflanzen,
„ $\frac{1}{9}$ m Entfernung das 9-fache, das sind 729 Pflanzen (siehe Erkl. 187).

Aufgabe 321. A und B teilten einen Gewinn. A erhielt $\frac{7}{16}$, B $\frac{9}{16}$. A bekam $17\frac{1}{2}$ ℳ. Wieviel erhielt B?

Erkl. 188. Lässt sich auch, wie folgt, rechnen:

$$\frac{7}{16} - 17\frac{1}{2},\ \frac{1}{16} - 2\frac{1}{2},$$
$$\frac{2}{16} - 5$$
$$\frac{7}{16} + \frac{2}{16} = \frac{9}{16} - 17\frac{1}{2} + 5 = 22\frac{1}{2}$$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $\frac{7}{16}$ des Gewinnes ist $17\frac{1}{2}$ ℳ

Fgs.: $\frac{9}{16}$ „ „ „ x.

Ausrechnung.

$\frac{7}{16}$ des Gewinnes ist $17\frac{1}{2}$ ℳ.
$\frac{1}{16}$ „ „ „ der 7. Teil, das ist $2\frac{1}{2}$ ℳ
$\frac{9}{16}$ „ „ ist das 9-fache, das ist $22\frac{1}{2}$ ℳ (siehe Erkl. 188).

Aufgabe 322. Bei einem Roggenpreise von $1\frac{2}{5}$ ℳ für 10 kg giebt ein Bäcker für 1 ℳ 4 kg Brot. Wieviel kann er für 1 ℳ geben, wenn der Preis des Roggens auf $1\frac{1}{5}$ ℳ zurückgegangen ist?

Erkl. 189. Eine andere Schlussweise ist:

$$1\frac{2}{5} - 4$$
$$\frac{42}{5} - \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$
$$\frac{6}{5} - \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Kosten 10 kg $1\frac{2}{5}$ ℳ, so erhält man 4 kg.

Fgs.: „ 10 kg $1\frac{1}{5}$ ℳ, „ „ „ x.

Ausrechnung.

Kosten 10 kg $\frac{7}{5}$ ℳ, so erhält man 4 kg,
„ 10 kg $\frac{1}{5}$ ℳ, so erhält man das 7-fache, d. s. 28 kg,

kosten 10 kg $\frac{6}{5}$ M., so erhält man den 6. Teil, d. s. $\frac{28}{6}$ kg $= 4\frac{2}{3}$ kg jedesmal für 1 M. (siehe Erkl. 189).

Aufgabe 323. Ein Stück Tuch von $28\frac{1}{2}$ m Länge kostet 120 M. Wie teuer würde 1 Stück desselben Tuches zu stehen kommen, welches $68\frac{2}{5}$ m lang ist?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $28\frac{1}{2}$ m kosten 120 M.

Fgs.: $68\frac{2}{5}$ m $= \frac{342}{5}$ m kosten x.

Ausrechnung.

$\frac{57}{2}$ m kosten 120 M.,
57 m kosten das Doppelte, d. s. 240 M.,
342 m kosten das 6-fache, d. s. 1440 M.,
$\frac{342}{5}$ m kosten den 5. Teil, d. s. 288 M.
(siehe Erkl. 190).

Erkl. 190. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{57}{2}$ — 120	od.	$\frac{57}{2}$ — 120	od.	$\frac{57}{2}$ — 120
$\frac{57}{10}$ — 24		57 — 240		$\frac{57}{10}$ — 24
$\frac{342}{10}$ — 144		$\frac{57}{5}$ — 48		$\frac{57}{5}$ — 48
$\frac{342}{5}$ — 288		$\frac{342}{5}$ — 288		$\frac{342}{5}$ — 288

Aufgabe 324. Ein Bote legt täglich $5\frac{1}{4}$ Meilen zurück und kommt so in $3\frac{8}{9}$ Tagen am Ziele an. Wieviel Meilen muss er täglich machen, wenn er nach $3\frac{1}{2}$ Tagen eintreffen will?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Bei $3\frac{8}{9}$ Tagen Zeit legt er $5\frac{1}{4}$ Meilen zurück.

Fgs.: Bei $\left(3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}\right)$ Tagen Zeit legt er x. zurück.

Ausrechnung.

Bei $\frac{35}{9}$ Tagen Zeit legt er $\frac{21}{4}$ Meilen zurück,
bei $\frac{7}{9}$ Tagen Zeit legt er das 5-fache zurück, d. s. $\frac{105}{4}$ Meilen,
bei 7 Tagen Zeit legt er den 9. Teil zurück, d. s. $\frac{35}{12}$ Meilen,
bei $\frac{7}{2}$ Tagen Zeit legt er das Doppelte zurück, d. s. $\frac{35}{6}$ Meilen $= 5\frac{5}{6}$ Meilen
(siehe Erkl. 191).

Erkl. 191. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{35}{9}$ — $\frac{21}{4}$	oder	$\frac{35}{9}$ — $\frac{21}{4}$	oder	$\frac{35}{9}$ — $\frac{21}{4}$
35 — $\frac{7}{12}$		$\frac{35}{18}$ — $\frac{21}{2}$		35 — $\frac{7}{12}$
7 — $\frac{35}{12}$		$\frac{35}{2}$ — $\frac{7}{6}$		$\frac{35}{2}$ — $\frac{7}{6}$
$\frac{7}{2}$ — $\frac{35}{6}$		$\frac{7}{2}$ — $\frac{35}{6}$		$\frac{7}{2}$ — $\frac{35}{6}$

Aufgabe 325. Wenn ein Eisenbahnzug in 7 Minuten $4\frac{2}{3}$ km zurücklegt, wieviel legt er in $\frac{3}{4}$ Stunde zurück?

Auflösung. Gerades Verhältnis. 7 Minuten sind $\frac{7}{60}$ Stunde.

Bds.: In $\frac{7}{60}$ Stunde legt er $4\frac{2}{3}$ km zurück.

Fgs.: In $\frac{3}{4}$ „ „ „ x „

Erkl. 192. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{7}{60} - \frac{14}{3}$ oder $\frac{7}{60} - \frac{14}{3}$ oder $\frac{7}{60} - \frac{14}{3}$

$\frac{1}{60} - \frac{2}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{60} - \frac{2}{3}$ $\quad$ $\frac{7}{4} - 70$

$\frac{1}{4} - 10$ $\quad$ $\frac{3}{60} - 2$ $\quad$ $\frac{21}{4} - 210$

$\frac{3}{4} - 30$ $\quad$ $\frac{3}{4} - 30$ $\quad$ $\frac{3}{4} - 30$

Ausrechnung.

In $\frac{7}{60}$ Stunde legt er $\frac{14}{3}$ km zurück,

in $\frac{7}{4}$ „ „ „ das 15-fache zurück, d. s. 70 km.

in $\frac{1}{4}$ „ „ „ den 7. Teil zurück, d. s. 10 km,

in $\frac{3}{4}$ „ „ „ das 3-fache zurück, d. s. 30 km

(siehe Erkl. 192).

Aufgabe 326. Giebt A für seine persönlichen Bedürfnisse $1\frac{3}{4}$ £ wöchentlich aus, so würde er mit einer bestimmten Geldsumme $25\frac{1}{2}$ Wochen reichen. Wie lange kommt er aus, wenn er wöchentlich $2\frac{1}{8}$ £ ausgiebt?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: $\frac{7}{4}$ £ wöchentl. reichen $25\frac{1}{2}$ Wochen.

Fgs.: $\frac{17}{8}$ £ „ „ x.

Erkl. 193. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{7}{4} - \frac{51}{2}$ od. $\frac{7}{4} - \frac{51}{2}$ od. $\frac{7}{4} - \frac{51}{2}$

$\frac{7}{8} - 51$ $\quad$ $\frac{1}{4} - \frac{357}{2}$ $\quad$ $\frac{7 \cdot 17}{4} - \frac{3}{2}$

$\frac{7 \cdot 17}{8} - 3$ $\quad$ $\frac{1}{8} - 357$ $\quad$ $\frac{17}{4} - \frac{21}{2}$

$\frac{17}{8} - 21$ $\quad$ $\frac{17}{8} - 21$ $\quad$ $\frac{17}{8} - 21$

Ausrechnung.

$\frac{7}{4}$ £ wöchentlich reichen $\frac{51}{2}$ Wochen,

$\frac{7}{8}$ £ „ „ das 2-fache, d. s. 51 Wochen,

$\frac{1}{8}$ £ „ „ das 7-fache, d. s. 357 Wochen,

$\frac{17}{8}$ £ „ „ den 17. Teil, d. s. 21 Wochen

(siehe Erkl. 193).

Aufgabe 327. Wenn die Hitzkraft des Fichtenholzes $\frac{39}{50}$ ist, ist die des Birkenholzes $\frac{4}{5}$. Wieviel Cubikmeter des letzteren sind 100 cbm des ersteren wert?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $\frac{39}{50}$ Hitzkraft von 100 cbm.

Fgs.: $\frac{4}{5}$ „ „ x.

Erkl. 194. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{39}{50} - 100$ od. $\frac{39}{50} - 100$ od. $\frac{39}{50} - 100$

$\frac{1}{50} - \frac{100}{39}$ $\quad \frac{39}{5} - 1000$ $\quad \frac{39\cdot 4}{50} - 400$

$\frac{1}{5} - \frac{1000}{39}$ $\quad \frac{1}{5} - \frac{1000}{39}$ $\quad \frac{4}{50} - \frac{400}{39}$

$\frac{4}{5} - \frac{4000}{39}$ $\quad \frac{4}{5} - \frac{4000}{39}$ $\quad \frac{4}{5} - \frac{4000}{39}$

Ausrechnung.

$\frac{39}{50}$ Hitzkraft von 100 cbm,

$\frac{1}{50}$ Hitzkraft vom 39. Teile, d. s. $\frac{100}{39}$ cbm,

$\frac{4}{50}$ „ „ 4-fachen, d. s. $\frac{400}{39}$ cbm,

$\frac{4}{5}$ „ „ 10-fachen, d. s. $\frac{4000}{39}$ cbm

oder $102\frac{22}{39}$ cbm

(siehe Erkl. 194).

Aufgabe 328. $13\frac{3}{4}$ kg einer Ware sind ebenso teuer als $34\frac{3}{8}$ kg einer andern. Da nun 1 kg der ersteren 2,65 fs. kostet, was kostet dann 1 kg der letzteren?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: $\frac{55}{4}$ kg erhält man, wenn 1 kg 2,65 fs. kostet.

Fgs.: $\frac{275}{8}$ kg erhält man, wenn 1 kg x kostet.

Ausrechnung.

$\frac{55}{4}$ kg erhält man, wenn 1 kg 2,65 fs. kostet,

$\frac{275}{4}$ kg „ „ „ 1 kg den 5. Teil, d. s. 0,53 fs. kostet,

$\frac{275}{8}$ kg „ man, wenn 1 kg das Doppelte von 0,53 fs. kostet, d. s. 1,06 fs. (siehe Erkl. 195).

Erkl. 195. Eine andere Schlussweise ist:

$\frac{55}{4} - 2{,}65$

$\frac{55}{8} - 5{,}30$

$\frac{275}{8} - 1{,}06$

Aufgabe 329. Ein Fuhrmann fährt $13\frac{3}{4}$ Centner für $19\frac{4}{5}$ fl. ö. Wieviel Fracht ist zu zahlen, wenn $55\frac{5}{9}$ Zentner dieselbe Strecke weit gefahren werden sollen?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Für $\frac{55}{4}$ Zentner sind $\frac{99}{5}$ fl. zu zahlen.

Fgs.: Für $\frac{500}{9}$ „ „ x zu zahlen.

Ausrechnung.

Für $\frac{55}{4}$ Zentner sind $\frac{99}{5}$ fl. zu zahlen,

für $\frac{5}{4}$ „ ist der 11. Teil, $\frac{9}{5}$ fl.,

für $\frac{500}{4}$ „ „ das 100-fache, 180 fl.,

für 500 „ „ „ 4-fache, 720 fl.,

für $\frac{500}{9}$ „ „ der 9. Teil, 80 fl. zu zahlen (siehe Erkl. 196).

Erkl. 196. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{55}{4} - \frac{99}{5}$ oder $\frac{55}{4} - \frac{99}{5}$

$55 - \frac{4\cdot 99}{5}$ $\quad \frac{5}{4} - \frac{9}{5}$

$\frac{55}{9} - \frac{44}{5}$ $\quad \frac{5}{36} - \frac{1}{5}$

$\frac{5}{9} - \frac{4}{5}$ $\quad \frac{500}{36} - 20$

$\frac{500}{9} - 80$ $\quad \frac{500}{9} - 80$

Aufgabe 330. Für eine bestimmte Geldsumme werden $3\frac{4}{7}$ Zentner $15\frac{3}{4}$ km weit befördert. Wie weit werden $1\frac{7}{8}$ Zentner für dasselbe Geld befördert?

Erkl. 197. Andere Schlussweisen sind:

	oder	oder
$\frac{25}{7} - \frac{63}{4}$	$\frac{25}{7} - \frac{63}{4}$	$\frac{25}{7} - \frac{63}{4}$
$\frac{25}{7\cdot 8} - 126$	$25 - \frac{9}{4}$	$25 - \frac{9}{4}$
$\frac{5}{7\cdot 8} - 630$	$\frac{25}{8} - 18$	$5 - \frac{45}{4}$
$\frac{15}{7\cdot 8} - 210$	$\frac{5}{8} - 90$	$15 - \frac{15}{4}$
$\frac{15}{8} - 30$	$\frac{15}{8} - 30$	$\frac{15}{8} - 30$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: $3\frac{4}{7}$ Ztr. werden $15\frac{3}{4}$ km befördert.

Fgs.: $1\frac{7}{8}$ „ „ x „

Ausrechnung.

$\frac{25}{7}$ Zentner werden $\frac{63}{4}$ km befördert,

$\frac{5}{7}$ „ „ $\frac{315}{4}$ „ „

5 „ „ $\frac{45}{4}$ „ „

$\frac{5}{8}$ „ „ 90 „ „

$\frac{15}{8}$ „ „ 30 „ „

(siehe Erkl. 197).

Aufgabe 331. Eine Zahl mit $1\frac{5}{6}$ multipliziert, giebt als Produkt $8\frac{1}{4}$. Welches Produkt erhält man, wenn die Zahl mit $2\frac{7}{15}$ multipliziert wird?

Erkl. 198. Andere Schlussweisen sind:

	oder	oder
$\frac{11}{6} - \frac{33}{4}$	$\frac{11}{6} - \frac{33}{4}$	$\frac{11}{6} - \frac{33}{4}$
$\frac{1}{6} - \frac{3}{4}$	$\frac{1}{6} - \frac{3}{4}$	$\frac{11}{3} - \frac{33}{2}$
$\frac{1}{3} - \frac{3}{2}$	$\frac{37}{6} - \frac{111}{4}$	$\frac{1}{3} - \frac{3}{2}$
$\frac{1}{15} - \frac{3}{10}$	$\frac{37}{3} - \frac{111}{2}$	$\frac{37}{3} - \frac{111}{2}$
$\frac{37}{15} - \frac{111}{10}$	$\frac{37}{15} - \frac{111}{10}$	$\frac{35}{15} - \frac{111}{10}$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Mit $1\frac{5}{6}$ multipliziert giebt $8\frac{1}{4}$.

Fgs.: Mit $\frac{37}{15}$ „ „ x.

Ausrechnung.

Mit $\frac{11}{6}$ multipliziert giebt $\frac{33}{4}$,

„ $\frac{11}{3}$ multipl. giebt das 2-fache, $\frac{33}{2}$,

„ $\frac{11}{15}$ „ „ den 5. Teil, $\frac{33}{10}$,

„ $\frac{1}{15}$ „ „ den 11. Teil, $\frac{3}{10}$,

„ $\frac{37}{15}$ „ „ das 37-fache, $\frac{111}{10}$

oder $11\frac{1}{10}$ (siehe Erkl. 198).

Aufgabe 332. Bei einem Betriebe macht es sich nötig, alle $5\frac{1}{4}$ Stunden ein Glockenzeichen zu geben. Wäre das Zeichen alle $1\frac{1}{6}$ Stunden gegeben worden, so hätte man es in einer bestimmten Zeit 36 mal gehört. Wie oft wird es so gehört?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Alle $\frac{7}{6}$ Stunden hört man es 36 mal.

Fgs.: Alle $\frac{21}{4}$ „ „ „ „ x.

Erkl. 199. Eine andere Schlussweise ist:

$\frac{7}{6} - \frac{21}{6} - 21 - \frac{21}{4} \mid 36 - 12 - 2 - 8$

Ausrechnung.

Alle $\frac{7}{6}$ Stunden hört man es 36 mal,
„ 7 Std. hört man es den 6. Teil, also 6 mal,
„ 21 „ „ „ „ „ 3. „ „ 2 „
„ $\frac{21}{4}$ „ „ „ „ „ das 4-fache, also 8 mal, alles in demselben Zeitraume (siehe Erkl. 199).

Aufgabe 333. Bei einem Fleischer waren $5\frac{5}{8}$ kg Fleisch bestellt und dafür 4,05 ℳ bezahlt worden. Der Fleischer hatte aber nur $5\frac{5}{12}$ kg abgewogen. Wieviel musste er herausgeben?

Erkl. 200. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{45}{8} - 4{,}05$ od. $\frac{45}{8} - 4{,}05$ od. $\frac{45}{8} - 4{,}05$
$\frac{45}{4} - 8{,}1$ $\quad \frac{5}{8} - 0{,}45$ $\quad \frac{45}{24} - 1{,}35$
$\frac{45}{12} - 2{,}7$ $\quad \frac{5}{24} - 0{,}15$ $\quad \frac{45}{12} - 2{,}7$
$\frac{5}{12} - 0{,}3$ $\quad \frac{5}{12} - 0{,}3$ $\quad \frac{5}{12} - 0{,}3$
$\frac{65}{12} - 3{,}9$ $\quad \frac{65}{12} - 3{,}9$ $\quad \frac{65}{12} - 3{,}9$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $\frac{45}{8}$ kg kosten 4,05 ℳ

Fgs.: $\frac{65}{12}$ „ „ x.

Ausrechnung.

$\frac{45}{8}$ kg kosten 4,05 ℳ
$\frac{5}{8}$ „ „ den 9. Teil, 0,45 ℳ
$\frac{65}{8}$ „ „ das 13-fache, 5,85 ℳ
$\frac{65}{4}$ „ „ das 2-fache, 11,70 ℳ
$\frac{65}{12}$ „ „ den 3. Teil, 3,90 ℳ

4,05 ℳ hat der Fleischer bekommen, er muss also 15 ₰ herausgeben (s. Erkl. 200).

Aufgabe 334. Dividiere ich eine Zahl durch $3\frac{8}{9}$, so kommt $3\frac{3}{4}$. Wie gross ist der Quotient, wenn ich dieselbe Zahl durch $4\frac{1}{6}$ dividiere?

Erkl. 201. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{35}{9} - \frac{15}{4}$ od. $\frac{35}{9} - \frac{15}{4}$ od. $\frac{35}{9} - \frac{15}{4}$
$\frac{35}{3} - \frac{5}{4}$ $\quad \frac{35}{18} - \frac{15}{2}$ $\quad \frac{5}{9} - \frac{105}{4}$
$\frac{35}{6} - \frac{5}{2}$ $\quad \frac{35}{6} - \frac{5}{2}$ $\quad \frac{5}{3} - \frac{35}{4}$
$\frac{5}{6} - \frac{35}{2}$ $\quad \frac{35 \cdot 5}{6} - \frac{1}{2}$ $\quad \frac{25}{3} - \frac{7}{4}$
$\frac{25}{6} - \frac{7}{2}$ $\quad \frac{5 \cdot 5}{6} - \frac{7}{2}$ $\quad \frac{25}{6} - \frac{7}{2}$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Dividiere ich durch $\frac{35}{9}$, so kommt $\frac{15}{4}$.

Fgs.: „ „ „ $\frac{25}{6}$, „ „ x.

Ausrechnung.

Divid. ich durch $\frac{5}{9}$, so kommt das 7-fache, $\frac{105}{4}$,
„ „ „ $\frac{25}{9}$, „ „ der 5. Teil, $\frac{21}{4}$,
„ „ „ $\frac{25}{3}$, „ „ der 3. Teil, $\frac{7}{4}$,
„ „ „ $\frac{25}{6}$, „ „ das 2-fache, $\frac{7}{2}$
oder $3\frac{1}{2}$ (siehe Erkl. 201).

Aufgabe 335. Ein Eisenbahnzug legt den Weg von 88 km von A nach B in $1\frac{5}{6}$ Stunde zurück. Wieviel Kilometer sind von B nach C, wenn er bei derselben Geschwindigkeit $2\frac{2}{5}$ Stunden braucht?

Erkl. 202. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{11}{6} — 88$ od.	$\frac{11}{6} — 88$ od.	$\frac{11}{6} — 88$
$\frac{1}{6} — 8$	$11 — 528$	$1 — 88 : \frac{11}{6} = 48$
$\frac{12}{6} — 96$	$\frac{11}{5} — 105\frac{3}{5}$	$\frac{12}{5} — 48 \cdot \frac{12}{5} = \frac{576}{5}$
$12 — 576$	$\frac{1}{5} — 9\frac{3}{5}$	
$\frac{12}{5} — \frac{576}{5}$	$\frac{12}{5} — 115\frac{1}{5}$	

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: In $\frac{11}{6}$ Stunde legt er 88 km zurück.

Fgs.: In $\frac{12}{5}$ „ „ „ x zurück.

Ausrechnung.

In $\frac{11}{6}$ Stunde legt er 88 km zurück,

„ $\frac{1}{6}$ Std. legt er den 11. Teil, 8 km,

„ 1 „ „ „ das 6-fache, 48 km,

„ $\frac{1}{5}$ „ „ „ den 5. Teil, $\frac{48}{5}$ km,

„ $\frac{12}{5}$ „ „ „ das 12-fache, $\frac{576}{5}$ km od.

$115\frac{1}{5}$ km zurück (siehe Erkl. 202).

Aufgabe 336. Ein Schinken wog frisch $4\frac{3}{5}$ kg und wurde mit 75 ₰ für das Pfund bezahlt. Nach dem Räuchern wog er nur noch $3\frac{3}{4}$ kg. Wieviel kostete nun das Pfund?

Erkl. 203. Andere Schlussweisen sind:

$\frac{23}{5} — 75$ od.	$\frac{23}{5} — 75$ od.	$\frac{23}{5} — 75$
$23 — 15$	$\frac{23}{20} — 300$	$1 — 75 \cdot \frac{23}{5}$
$23 \cdot 15 — 1$	$\frac{23}{4} — 60$	$= 15 \cdot 23$
$15 — 23$	$\frac{1}{4} — 60 \cdot 23$	$\frac{15}{4} — 15 \cdot 23$
$\frac{15}{4} — 92$	$\frac{15}{4} — 4 \cdot 23$	$: \frac{15}{4} = 23 \cdot 4$

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Von $\frac{23}{5}$ kg kostet jedes 75 ₰.

Fgs.: Von $\frac{15}{4}$ „ „ „ x.

Ausrechnung.

Von $\frac{23}{5}$ kg kostet jedes 75 ₰,

„ $\frac{1}{5}$ „ „ „ d. 23-fache, $23 \cdot 75$ ₰,

„ 1 „ „ „ d. 5. Teil, $23 \cdot 15$ ₰,

„ 15 „ „ „ den 15. Teil, 23 ₰,

„ $\frac{15}{4}$ „ „ „ das 4-fache, 92 ₰

(siehe Erkl. 203).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Anmerkung 32. Es gehören zu Frage 65 die Aufgaben 337 bis 340; zu 66 die Aufgaben 341 bis 344; zu 67 die Aufg. 345 bis 349; zu 68 die Aufg. 350 bis 354; zu 69 die Aufg. 355 bis 362; zu 70 die Aufg. 363 bis 366; zu 71 die Aufg. 367 bis 373; zu 72 die Aufg. 374 bis 376; zu 73 die Aufg. 377 bis 380 (siehe Anmerkung 31).

Aufgabe 337. $\frac{1}{3}$ einer Zahl ist 12. Wie gross ist a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{4}$, c) $\frac{1}{6}$, d) $\frac{1}{18}$ dieser Zahl?

Aufgabe 338. Bei einem Geschäfte war A mit $\frac{3}{11}$, B mit $\frac{3}{5}$ beteiligt. A hatte $171\frac{1}{4}$ ℳ eingelegt; wieviel hatte B gegeben?

Andeutung. Schliesse von $\frac{3}{11}$ auf $\frac{3}{55}$, ohne $171\frac{1}{4}$ einzurichten, und dann auf $\frac{3}{5}$.

Aufgabe 339. Für eine Sendung von $5\frac{5}{6}$ Gross Spielwaren wurden 360 ℳ bezahlt. $3\frac{8}{9}$ Gross wurden nachbestellt, wieviel war für diese zu zahlen?

Aufgabe 340. Gewann ein Kaufmann $\frac{1}{40}$ des Anlagekapitals, so musste er, um eine bestimmte Summe zu verdienen, sein Kapital 6 mal umsetzen. Wievielmal muss er es umsetzen, um dasselbe zu verdienen, wenn der Gewinn $\frac{1}{30}$ des Anlagekapitals ist?

Aufgabe 341. $\frac{4}{7}$ einer Zahl beträgt $\frac{16}{17}$. Wie gross ist a) $\frac{3}{7}$, b) $\frac{2}{7}$, c) $\frac{5}{7}$, d) $\frac{1}{7}$?

Aufgabe 342. Aus einer Menge Garn webt man 63 m Stoff $\frac{5}{4}$ breit. Wieviel Meter a) $\frac{6}{4}$, b) $\frac{7}{4}$, c) $\frac{9}{4}$ breiten erhält man aus derselben Menge Garn?

Aufgabe 343. Ein Lieferant hatte eine Bestellung an 3 Fabriken verteilt. Fabrikant A lieferte $\frac{6}{17}$ und erhielt dafür $412\frac{1}{2}$ ℳ, B lieferte $\frac{9}{17}$, C $\frac{2}{17}$. Wieviel erhielten B und C?

Aufgabe 344. A und B bezogen gemeinschaftlich Kohlen. A nahm $\frac{3}{8}$ und bezahlte dafür $37\frac{1}{2}$ ℳ. B nahm den Rest, wieviel hatte er zu zahlen?

Aufgabe 345. Zu einer Schleife wurde $\frac{1}{5}$ m Band im Preise von $22\frac{2}{5}$ ₰ gebraucht, zu einer andern aber $\frac{3}{4}$ m. Was kostete das Band zu dieser Schleife?

Aufgabe 346. A kaufte $3\frac{4}{5}$ m Tuch für $20\frac{9}{10}$ ℳ. Er brauchte aber $\frac{1}{2}$ m mehr, wieviel hatte er dafür nachzuzahlen?

Aufgabe 347. Ein Zimmer, welches tapeziert werden soll, wird zuerst mit Papier beklebt, wovon $533\frac{1}{3}$ Bogen von je $\frac{2}{5}$ qm Fläche gebraucht werden. Wieviel Bogen zu je $\frac{1}{3}$ qm Fläche sind erforderlich?

Aufgabe 348. Ein Pfahl von $2\frac{1}{4}$ m Höhe wirft einen Schatten von $\frac{3}{5}$ m Länge. Zu derselben Zeit ist der Schatten einer Pappel $7\frac{1}{2}$ m lang. Wie hoch ist sie?

Aufgabe 349. $\frac{9}{11}$ einer Zahl ist $6\frac{2}{3}$. Wie gross ist a) $\frac{3}{5}$, b) $\frac{3}{8}$, c) $\frac{3}{10}$ derselben Zahl?

Aufgabe 350. Bei einem Bankerotte sollte jeder Gläubiger nur $\frac{5}{8}$ seiner Forderung erhalten. A hätte darnach 750 ℳ bekommen. Es stellte sich aber heraus, dass $\frac{13}{16}$ bezahlt werden konnten. Wieviel bekam A?

Aufgabe 351. Berechnet man von einer Zahl $\frac{3}{14}$, so kommt $1\frac{7}{8}$. Was findet man, wenn $\frac{5}{7}$ derselben Zahl zu berechnen sind?

Aufgabe 352. $\frac{1}{2}$ Dutzend Hemden kosten $24\frac{8}{25}$ ℳ. Wie teuer sind $1\frac{3}{4}$ Dutzend?

Aufgabe 353. Auf dem Umfange eines Rades stehen 48 Zähne in $1\frac{1}{4}$ cm Entfernung. Wieviel würden auf das Rad kommen, wenn sie $\frac{1}{8}$ cm entfernt sein sollen?

Aufgabe 354. Ein Kaufmann erhielt 2 Ballen derselben Ware. Der erste wog $1\frac{3}{4}$ t und kostete 4200 ℳ. Der zweite wog $2\frac{1}{8}$ t, wieviel kostete dieser?

Aufgabe 355. Ein Arbeiter hatte für $\frac{1}{3}$ Jahr $2\frac{3}{5}$ ℳ Steuern zu zahlen. Wieviel macht dies für $\frac{5}{6}$ Jahr?

Aufgabe 356. In einer Gesellschaft waren $\frac{5}{9}$ Frauen und zwar 40. $\frac{1}{3}$ der Gesellschaft war verheiratet. a) Wieviel Verheiratete waren da? b) Wieviel Männer waren zugegen?

Aufgabe 357. Für 1 Flasche Wein, welche $\frac{3}{5}$ l fasst, wurden ohne Glas $3\frac{1}{5}$ ℳ berechnet. Wieviel ist für 1 Flasche derselben Sorte ohne Glas zu bezahlen, wenn sie $\frac{9}{10}$ l enthält?

Aufgabe 358. Ein Arbeiter bekam in 1 Woche 6 ℳ weniger Lohn, weil er $2\frac{2}{9}$ Tag (zu 9 Arbeitsstunden) nicht gearbeitet hatte. In der folgenden Woche fehlte er $1\frac{2}{3}$ Tag. Wieviel wurde ihm da vom Wochenlohne abgezogen?

Aufgabe 359. Wie gross ist $1\frac{3}{7}$ einer Zahl, wenn $\frac{5}{21}$ derselben $2\frac{3}{5}$ beträgt?

Aufgabe 360. Ich brauche $22\frac{1}{2}$ m Holz, wenn es $\frac{4}{5}$ m lang ist. Wieviel werde ich brauchen, wenn es $\frac{24}{25}$ m lang ist?

Aufgabe 361. Zu einer Medizin wurden $\frac{3}{10}$ g eines Medikamentes genommen und mit 30 ₰ berechnet. Zu einer andern kommen $1\frac{1}{5}$ g desselben Stoffes. Wie teuer war derselbe?

Aufgabe 362. Eine Arbeit würde von 76 Arbeitern in $7\frac{2}{3}$ Tagen fertig gestellt werden. Wieviel Arbeiter können entlassen werden, wenn die Arbeit erst nach $10\frac{2}{9}$ Tagen fertig zu sein braucht?

Aufgabe 363. Für $1\frac{1}{5}$ ℳ erhielt man $2\frac{1}{2}$ ℔ Reis. Wieviel erhält man für $\frac{9}{25}$ ℳ?

Aufgabe 364. $\frac{9}{35}$ einer Zahl ist $3\frac{2}{5}$. Wie gross ist $\frac{6}{7}$ derselben Zahl?

Aufgabe 365. Für $6\frac{3}{4}$ ℳ erhält man $\frac{3}{5}$ hl. Wieviel bekommt man für $3\frac{3}{5}$ ℳ?

Aufgabe 366. An einer Eisenbahn sind 350 Telegraphenstangen erforderlich, wenn alle $15\frac{3}{4}$ m eine zu stehen kommt. Wieviel sind nötig, wenn alle $22\frac{1}{2}$ m eine aufgestellt wird?

Aufgabe 367. Ein Zweipfennigstück enthält $\frac{19}{20}$ seines Gewichtes Kupfer, $\frac{1}{25}$ Zinn, $\frac{1}{100}$ Zink. Das Gewicht des Zinns ist $133\frac{1}{3}$ mg. Wie schwer ist a) das Kupfer, b) das Zink, c) das ganze Zweipfennigstück?

Aufgabe 368. In einer Baumschule waren die 44 Birnbäume $\frac{11}{18}$ der ganzen Anzahl der Bäume, die Kirschbäume $\frac{1}{12}$. Wieviel Kirschbäume gab es?

Aufgabe 369. $2\frac{7}{10}$ kg kosteten $14\frac{1}{2}$ ℔. Wieviel kosteten $2\frac{4}{25}$ kg?

Aufgabe 370. Zum Tapezieren eines Zimmers braucht man 35 Rollen von $\frac{9}{10}$ m Breite. Wieviel von $\frac{3}{4}$ m Breite sind erforderlich?

Aufgabe 371. Wie gross ist das $1\frac{1}{6}$-fache einer Zahl, wenn das $5\frac{1}{4}$-fache $2\frac{4}{7}$ ist?

Aufgabe 372. Ein Hut Zucker von $7\frac{7}{20}$ kg Gewicht kostete $6\frac{1}{8}$ ℳ. Wieviel kommt ein anderer von $7\frac{17}{25}$ kg Gewicht?

Aufgabe 373. Werden von einem Zuckervorrate täglich $\frac{5}{6}$ kg gebraucht, so reicht er $4\frac{1}{2}$ Wochen. Wie lang reicht er, wenn täglich $\frac{3}{4}$ kg gebraucht werden?

Aufgabe 374. In einem Theater waren an einem Abend $\frac{8}{9}$ der Plätze besetzt, am folgenden $\frac{20}{21}$. Am ersten Abend waren 714 Besucher da; wieviel am zweiten?

Aufgabe 375. Von einer Zahl ist $1\frac{1}{14}$ gleich $10\frac{1}{2}$. Wie gross ist $\frac{20}{21}$ dieser Zahl?

Aufgabe 376. Dividiere ich eine Zahl durch $2\frac{29}{35}$, so kommt $\frac{14}{3}$. Welcher Quotient ergiebt sich, wenn ich dieselbe Zahl durch $2\frac{16}{25}$ dividiere?

Aufgabe 377. Multipliziert man eine Zahl mit $1\frac{1}{17}$, so erhält man $1\frac{15}{23}$. Wieviel erhält man, wenn man dieselbe mit $1\frac{4}{19}$ multipliziert?

Aufgabe 378. Wenn $\frac{3}{4}$ eines Gefässes gefüllt sind, so fasst es 27 l. Wieviel Liter enthält es, wenn a) $\frac{2}{3}$, b) $\frac{5}{6}$, c) $\frac{4}{9}$, d) $\frac{5}{12}$ gefüllt sind?

Aufgabe 379. Liegt der Stoff $1\frac{2}{5}$ m breit, so braucht Z zu einem Anzuge $3\frac{3}{4}$ m. Wieviel braucht er von $1\frac{1}{4}$ m breitem Stoffe?

Aufgabe 380. Welche Strecke durchläuft eine Lokomotive bei gleichförmiger Bewegung in $4\frac{1}{5}$ Stunden, wenn sie 50 km in $1\frac{1}{4}$ Stunde zurücklegt?

Anmerkung 33. Weitere Aufgaben zu diesem Kapitel findet man im Abschnitt E unter No. 811 bis 13, 844 bis 46, 874 bis 76, 905 bis 907, 939 bis 41, 972 bis 74, 997 bis 98, 1023 bis 25, 1051 bis 52, 1076 bis 78, 1102 bis 1105, 1131 bis 1133.

Ferner bieten die sogenannten Brunnen- und Bewegungsaufgaben [siehe Abschnitt E, 13) bis 15)] gute Uebungen für das Kopfrechnen.

B₂. Ueber das Schliessen beim schriftlichen Rechnen (Bruchsatz).

Anmerkung 34. Die Aufgaben für das schriftliche Rechnen führt man im allgemeinen nicht auf soviel Stellen aus, als es die gegebenen Zahlen zulassen, sondern soweit, als es die in der Aufgabe berührten Verhältnisse erfordern. So wird man bei Mark, Gulden u. s. f. in der Regel nur 2 Stellen, bei Kilogramm nur 3 brauchen. Wendet man beim Ausrechnen nicht das abgekürzte Rechnen an, welches gleich die verlangte Stellenzahl liefert, so kürzt man das Ergebnis ab, indem man die letzte gesuchte Stelle um 1 erhöht, wenn das Folgende $\frac{1}{2} = 0{,}5$ oder mehr beträgt, im übrigen es aber unberücksichtigt lässt.

1) Ueber den Schluss von 1 auf eine andere Zahl.

Frage 74. Wie schliesst man von 1 auf eine andere Zahl (s. Erkl. 204) bei geradem Verhältnisse?

Erkl. 204. Die Zahl, auf welche geschlossen werden soll, kann jede beliebige andere Zahl sein, also sowohl grössser als auch kleiner als 1.

Antwort. Bei geradem Verhältnisse schliesst man von 1 auf eine andere Zahl, indem man die zu 1 gehörende zweite Sorte mit der Zahl, auf welche geschlossen werden soll, (ohne Benennung) multipliziert, da bei geradem Verhältnisse einem Vielfachen der ersten Sorte das ebensogrosse Vielfache der zweiten Sorte entspricht.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



928. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 919. — Seite 97—112.




Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. **sphärischen Trigonometrie,** synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen** der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in **Frankfurt a. M.**
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 919. — Seite 97—112.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.


Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere** Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch alle **Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten Aufgaben** beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord.,** gleichberechtigten **höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden der Lösungen** derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen **aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, **Dr. Kleyer,** Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Frage 75. Wie schliesst man von 1 auf eine andere Zahl bei umgekehrtem Verhältnisse? (Siehe Erkl. 205.)

Erkl. 205. Wie in den vorhergehenden Abschnitten, so ist auch in diesem vorgezogen worden, gerades und umgekehrtes Verhältnis nebeneinander zu behandeln, damit der Unterschied beider klar hervortritt.

Antwort. Bei umgekehrtem Verhältnisse schliesst man von 1 auf eine andere Zahl, indem man die zu 1 gehörende zweite Sorte durch die Zahl, auf welche geschlossen werden soll, (ohne Benennung) dividiert, da bei umgekehrtem Verhältnisse einem Vielfachen der ersten Sorte der ebensogrosse Teil der zweiten Sorte entspricht.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Anmerkung 35. Eine im kaufmännischen Leben sehr häufig vorkommende Aufgabe ist die, aus dem Preise einer Mass- oder Gewichtseinheit den Preis einer Mehrheit zu ermitteln. Die bei derartigen Preisberechnungsaufgaben anzuwendenden wichtigsten Rechenvorteile (siehe auch die Erkl. 38, 41, 59 bis 61, 66, 67, 82, 112, 113) sind in den gelösten Aufgaben 381 bis 400 auseinandergesetzt worden. Dabei sind der Einfachheit der Verhältnisse wegen Bedingungs- und Fragesatz nicht aufgestellt worden. Betreffs der vorkommenden Münzen, Masse und Gewichte wird auf die am Schlusse des Buches befindliche Uebersichtstabelle verwiesen.

Aufgabe 381. 47,56 hl à 3,75 *M.* (siehe Erkl. 206).

Erkl. 206. à (franz. zu, für, um) hat im kaufmännischen Leben die Bedeutung „die Mass- oder Gewichtseinheit zu". 47,56 hl à 3,75 *M.* heisst also 47,56 hl, 1 hl zu 3,75 *M.*, oder 1 hl kostet 3,75 *M.*

Auflösung.

```
 47,56 · 3,75
 142 68
   33 292
    2 3780
 178,3500
```

Also kosten:

47,56 hl 178 *M.* 35 *ℌ*.

Aufgabe 382. 8000 Zentner à 23,80 *M.*

Erkl. 207. Zum Multiplikator nimmt man gern die bequemste Zahl (s. Frömter, Grundrechnungsarten I, Frage 45). Deshalb empfiehlt es sich, die Multiplikation hierbei als eine Nebenrechnung zu betrachten und die Benennung, wie es hier bei allen Auflösungen geschehen ist, erst am Schlusse beizufügen.

Auflösung.

```
 23,8 · 8000
 190 400
```

Also kosten:

8000 Zentner 190 400 *M.* (siehe Erkl. 207).

Aufgabe 383. 485 m à 1,37 fs.

Erkl. 208. Als Teilprodukt 485·1 wird gleich der Multiplikand benutzt. Man erspart dadurch das Schreiben von einigen Ziffern.

Auflösung.

```
 485 · 1,37
 145 5
   33 95
 664,45
```

Also kosten:

485 m 664,45 fs. (siehe Erkl. 208).

Aufgabe 384. 538 l à 71 xr.

Erkl. 209. Es wird ebenfalls der Multiplikand als Teilprodukt 583·1 benutzt, nur ist hier eine Stelle einzurücken.

Auflösung.

583 · 71
4081
41393 (siehe Erkl. 209).

Also kosten:

538 l 41393 xr. oder 413,93 fl. ö.

Aufgabe 385. 8762 qm à 5,18 £.

Erkl. 210. Auch hier wird der Multiplikand als Teilprodukt benutzt, nur ist richtig unterzusetzen (siehe Frömter, Grundrechnungsarten I, Aufgabe 413).

Auflösung.

876 2 · 5,18
43810
700 96
45387,16 (siehe Erkl. 210).

Also kosten:

8762 qm 45387,16 £.

Aufgabe 386. 5087 kg à 2,48 fl. holl.

Erkl. 211. Ein bei der Multiplikation häufig anzuwendender Vorteil besteht in dem Benutzen bereits ausgerechneter Produkte. So ist das 4-fache gleich dem doppelten 2-fachen, das 8-fache gleich dem doppelten 4-fachen, das 9-fache gleich dem dreifachen 3-fachen etc.

Auflösung.

5087 · 2,48
10174
2034 8 (10174 · 2)
406 96 (20348 · 2)
12615,76 (siehe Erkl. 211).

Also kosten:

5087 kg 12615,76 fl. holl.

Aufgabe 387. 5615,75 Zentner à 189,54 ℳ

Erkl. 212. In den Klammern ist angegeben, wie die einzelnen Teilprodukte zu berechnen sind. Zu beachten ist hierbei, dass in richtiger Weise untergesetzt wird (vergl. Frömter, Grundrechnungsarten I, Aufgabe 413).

Auflösung.

5615,75 · 189,54
50541 75 (das 9-fache)
1010835 0 (das 9-fache doppelt)
3032 5050 (das 18-fache 3 mal)
1064409,2550 (siehe Erkl. 212).

Also kosten:

5615,75 Zentner 1064409,26 ℳ

Aufgabe 388. 536 ℔ à 35 cs.

Erkl. 213. 35 = 7·5, also findet man das 35-fache, indem man das 7-fache mit 5 multipliziert. Man erspart hierbei im Verhältnis zur gewöhnlichen Multiplikation eine Addition.

Auflösung.

536 · 35
× 7
3752
× 5
18760 (siehe Erkl. 213).

Also kosten:

536 ℔ 18760 cs. oder 187,60 fs.

Aufgabe 389. 12,785 cbm à 8,63 ℳ

Erkl. 214. Diese Aufgabe ist nach der abgekürzten Multiplikation gerechnet (siehe Maier, Lehrbuch der Decimalbruchrechnung). Nach gewöhnlicher Multiplikation würde man 5 Stellen finden; da nur 2 gebraucht werden, so müssen 3 eingebüsst, d. h. weggestrichen werden (das sind die mit Punkten bezeichneten).

Auflösung.

12,785 · 8,63 (Punkte über 785)
368
102 28
7 67
38
110,33 (siehe Erkl. 214).

Also kosten:

12,785 cbm 110,33 ℳ

Aufgabe 390. 84 ha 96 a 75 qm à 129 fs. 85 cs. pr. ha (siehe Erkl. 215).

Erkl. 215. pr. oder per (italienisch) heisst „für die Einheit", pr. ha also für das Hektar; mitunter wird auch pro (lat. „für") genommen.

Erkl. 216. Abgekürzte Multiplikation wie bei voriger Aufgabe. Nach gewöhnlicher Weise würde man 6 Stellen finden. Da nur 2 gebraucht werden, so muss man 4 Stellen einbüssen oder wegstreichen.

Auflösung.

```
  ....
  84,9675 · 129,85
    58921
  -------
  8496 75
  1699 35
   764 70
    67 97
     4 25
  --------
  11033,02   (siehe Erkl. 216).
```

Es ergiebt sich 11033,02 fs.

Aufgabe 391. $48\frac{3}{4}$ Pud à $16\frac{4}{5}$ Rb.

Erkl. 217. Statt der gewöhnlichen Brüche sind die gleichwertigen Decimalbrüche genommen. Merke: $\frac{1}{4} = 0{,}25$; $\frac{1}{2} = 0{,}5$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; $\frac{1}{5} = 0{,}2$; $\frac{2}{5} = 0{,}4$; $\frac{3}{5} = 0{,}6$; $\frac{4}{5} = 0{,}8$; $\frac{1}{8} = 0{,}125$; $\frac{3}{8} = 0{,}375$; $\frac{1}{20} = 0{,}05$; $\frac{1}{25} = 0{,}04$; $\frac{1}{50} = 0{,}02$.

Auflösung.

```
  48,75 · 16,8   (siehe Erkl. 217)
  39 000   (8-fache)
  780 00   (8-fache doppelt)
  -------
  819,000
```

$48\frac{3}{4}$ Pud kosten also 819 Rb.

Aufgabe 392. 835,2 Cwt. à $5\frac{5}{8}$ \$.

Erkl. 218. Das $5\frac{5}{8}$-fache ist gleich dem 5-fachen + dem 8. Teile hiervon, da $\frac{5}{8} = 5:8$ ist. In ähnlicher Weise multipliziert man mit $4\frac{4}{5}$, $2\frac{2}{3}$, $7\frac{7}{9}$, $1\frac{1}{6}$, $11\frac{11}{12}$ u. s. f.

Auflösung.

$835{,}2 \cdot 5\frac{5}{8}$ (s. Erkl. 218)

5-fache: 4176,0

8. Teil hiervon $= \frac{5}{8}$: 522

4698

Also kosten:

835,2 Cwt. 4698 \$.

Aufgabe 393. $41\frac{5}{8}$ ℔ engl. à $7\frac{5}{12}$ s.

Erkl. 219. Das $7\frac{5}{12}$-fache ist berechnet worden, indem zum $\frac{5}{12}$-fachen das 7-fache addiert worden ist. Richtet man beide gemischte Zahlen ein, so ergiebt sich:

$$\frac{333}{8} \cdot \frac{89}{12} = \frac{9879}{32} = 308\frac{23}{32}$$

Auflösung.

$41\frac{5}{8} \cdot 7\frac{5}{12}$

5-fache: $208\frac{1}{8}$

12. Teil hiervon: $+\ 17\frac{11}{32}$

7-fache von $41\frac{5}{8}$: $+\ 291\frac{3}{8}$

$308\frac{23}{32}$ (s. Erkl. 219).

Also kosten:

$41\frac{5}{8}$ ℔ engl. $308\frac{23}{32}$ s.

Aufgabe 394. 477 kg 500 g à 9,98 *M.*

Erkl. 220. $998 = 1000 - 2$.
In ähnlicher Weise multipliziert man mit allen Zahlen, die nahe an einer runden Zahl liegen.

Auflösung.

$477{,}5 \cdot 9{,}98$
4775 000 (= 4775·1000)
— 9 550 (= 4775·2)
4765,450 (siehe Erkl. 220).

Also kosten:

$477\frac{1}{2}$ kg 4765,45 *M.*

Aufgabe 395. $645\frac{1}{2}$ m à $29\frac{4}{5}$ fs.

Erkl. 221. $29\frac{4}{5} = 30 - \frac{1}{5}$.

Man multipliziert also mit $29\frac{4}{5}$, indem man vom 30-fachen das $\frac{1}{5}$-fache abzieht.

Auflösung.

$645{,}5 \cdot 29\frac{4}{5}$
19365 30-fache
— 129,1 $\frac{1}{5}$ von 645,5
19235,9 (siehe Erkl. 221).

Also kosten:

$645\frac{1}{2}$ m 19235,90 fs.

Aufgabe 396. 733,6 Yd. à $4\frac{5}{8}$ £.

Erkl. 222. $4\frac{5}{8} = 4 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8}$.

Diese Art der Zusammensetzung lässt sich oft anwenden. Vergl. hierzu die folgenden 4 Beispiele und Abschnitt B_1, 7).

Auflösung.

$733{,}6 \cdot 4\frac{5}{8}$.
2934,4 4-fache
+ 366,8 $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ von 733,6
+ 91,7 $\frac{1}{8} = \frac{4}{8} : 4$
3392,9 (siehe Erkl. 222).

Also kosten:

733,6 Yd. 3392,9 £.

Aufgabe 397. 856 ha à 251 *M.*

Erkl. 223. $251 = 200 + 50 + 1$.
Man könnte hier auch rechnen:

856·250 = 214000 (siehe Erkl. 60)
+856·1 = 856
214856

Auflösung.

856 · 251
171200 (200-fache)
42800 (4. Teil hiervon)
856 (1-fache von 856)
214856 (siehe Erkl. 223).

Also kosten:

856 ha 214 856 *M.*

Aufgabe 398.

4 Zentner $37\frac{1}{2}$ ℔ à 23 fl. 95 xr. pr. Zentner.

Erkl. 224.

4 Zentner $37\frac{1}{2}$ ℔ =

4 Zentner + $\frac{1}{4}$ Zentner + $\frac{1}{8}$ Zentner

[siehe Abschnitt B_1, 7)].

Auflösung.

23,95 *M.* kostet 1 Zentner
4 Zentner 95,80 *M.* (4-fache von 23,95)
+ 25 ℔ + 5,9875 *M.* (4. Teil von 23,95)
+ $12\frac{1}{2}$ ℔ + 2,99375 *M.* (2. Teil von 5,9875)

4 Zentn. $37\frac{1}{2}$ ℔
kosten 104,78 *M.* (siehe Erkl. 224).

Aufgabe 399.

3 Pud 11 ℔ 40 Sol. à 85 Rb. pr. Pud.

Erkl. 225. Russland hat zwar in seinen Münzen, nicht aber in seinen Massen und Gewichten die decimale Einteilung. Darum sind die Preisberechnungen mit russischen Massen und Gewichten bei mehrfacher Benennung umständlich. Fast immer kommt man durch Zerlegung zum Ziele.

Auflösung.

3 Pud à 85 Rb.	kosten	255 Rb.
10 ℔ $= \frac{1}{4}$ Pud	kostet	21,25 Rb.
1 ℔ $= \frac{1}{10}$ von 10 ℔	"	2,125 Rb.
24 Sol. $= \frac{1}{4}$ von 1 ℔	"	0,53125 Rb.
16 Sol. $= \frac{1}{6}$ von 1 ℔	"	0,354166 Rb.
3 Pud 11 ℔ 40 Sol.	kosten	24,260416 Rb.

oder abgekürzt auf 2 Stellen 24 Rb. 26 Kop. (siehe Erkl. 225).

Aufgabe 400.

508 Cwt. 3 Qrs. 21 ℔ à 3 £ 15 s 7 d pr. Cwt.

Erkl. 226. England hat weder in Münzen noch Massen und Gewichten die decimale Einteilung.

Man schreibt kurz:

3 £ 15 s 7 d = £ 3. 15. 7

wobei die Punkte zur Trennung der Sorten dienen.

Die Zerlegung führt auch hier wie bei Aufgabe 399 bequemer zum Ziele, als die Verwandlung der verschiedenen Benennungen in eine. Es empfiehlt sich, wie es in der Auflösung geschehen ist, beim Aufstellen der einzelnen Posten keine Sortenverwandlung vorzunehmen, sondern zuletzt das Gesamtergebnis zu reduzieren; dabei genügt es meist, die £ bis auf 3, die s bis auf 2, die d bis auf 1 oder keine Decimalstelle zu berechnen.

Auflösung. (Siehe Erkl. 226.)

1 Cwt.		£	3.	15.	7
500 Cwt.	kosten	£	1500.	7500.	3500
8 Cwt.	"	£	24.	120.	56
2 Qrs. $= \frac{1}{2}$ Cwt.	"	£	1,5.	7,5.	3,5
1 Qr. $= \frac{1}{2}$ von 2 Qrs.	kostet	£	0,75.	3,75.	1,75
14 ℔ $= \frac{1}{2}$ Qr.	"	£	0,375.	1,875.	0,875
7 ℔ $= \frac{1}{2}$ von 14 ℔	"	£	0,1875.	0,9375.	0,4375
508 Cwt. 3 Qrs. 21 ℔	kosten	£	1526,8125.	7634,0625.	3562,5625

Nun sind die Ganzen der Schillinge und Pences in die höheren Sorten und die Bruchteile in die niederen Sorten zu verwandeln. Durch Verwandlung der Bruchteile erhält man £ 1526. 7650. 3566,3125; und durch Verwandlung in die höheren Sorten findet man als Ergebnis £ 1923. 7. 2,31.

Aufgabe 401. Wieviel beträgt die Seefracht für 2 Kisten, von denen jede 118 cm lang, 60 cm breit und 65 cm hoch ist, wenn für 1 cbm 60 fs. zu zahlen sind?

Erkl. 227. Der Rauminhalt eines Parallelepipedons, dessen Seiten a, b und c m sind, ist $a \cdot b \cdot c$ cbm (siehe Kleyer, Lehrbuch der Körperberechnungen I, Seite 6).

Auflösung. Der Rauminhalt jeder Kiste ist $1{,}18 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}65$ cbm (siehe Erkl. 227), also der beider Kisten $1{,}18 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}65 \cdot 2$ cbm.

Bds.: 1 cbm kostet 60 fs. Fracht.
Fgs.: $1{,}18 \cdot 0{,}60 \cdot 0{,}65 \cdot 2$ cbm kosten x.
} Gerades Verhältnis.

$$x = 118 \cdot 60 \cdot 65 \cdot 2 \cdot 60 \text{ fs.} = 55{,}224 \text{ fs.}$$

d. h. die Kisten kosten 55 fs. 22 cs. Fracht.

Aufgabe 402. Der als Urmass des Meters für Deutschland geltende Platinstab ist verglichen mit dem Pariser Mètre des Archives bei der Temperatur des schmelzenden Eises um 0,00301 mm zu gross. Wie gross würde mit diesem Stab gemessen ein Meridiankreis sein, der mit dem französischen gemessen 40 Mill. m lang sein soll? (Vergleiche Aufgabe 878.)

Auflösung. Indirektes Verhältnis. Am deutlichsten wird dies in folgender Weise: Ein Bote, der in 1 Sekunde 1 m zurücklegt, würde 40 Millionen Sekunden brauchen; wieviel Sekunden braucht ein anderer Bote, der in 1 Sekunde 1,00000301 m zurücklegt? Also heisst der

Bds.: 1 m lässt sich 40 Mill. mal abtragen.
Fgs.: 1,00000301 m lässt sich x mal „

Ausrechnung.

40 Mill. m : 1,00000301 = 39 999 879,6003 m

Statt diese grosse Division auszurechnen, kommt man durch folgende Ueberlegung leichter zum Ziele: Bei 1 m beträgt der Fehler 0,00301 mm zu viel; bei 40 Mill. m also 0,00301 mm · 40 Mill. = 120,4 m zu viel. Nun müssen aber die 120,4 m auch mit dem grösseren Massstabe gemessen werden; dies giebt einen neuen Fehler von 120,4 · 0,00301 = 0,362404 mm zu wenig. Also hat man 40 Mill. m — 120,4 m + 0,362404 mm, d. h. 39 999 879,6003 ··· m (siehe Erkl. 228).

Erkl. 228. Bei weniger Sorgfalt im Ueberlegen glaubt man, es sei das richtige Ergebnis, wenn von 40 Mill. m 120,4 m abgezogen werden. Es ist aber aus dem angeführten Grunde zu viel abgezogen worden. Dieser Fehler wird also durch Addition von 0,362404 mm verbessert. Nunmehr hat man aber wieder zu viel hinzugefügt, es sind 0,362404 mm · 0,00301 wieder abzuziehen u. s. f. Es genügt jedoch das angegebene Ergebnis.

b) Ungelöste Aufgaben.

b₁) Preisberechnungen.

Anmerkung 36. Die Münzen, Masse und Gewichte der hauptsächlichsten Länder nebst ihren Abkürzungen finden sich am Schlusse des Buches zusammengestellt. (Vergl. Olbrichts Lehrbuch der Münzen, Masse und Gewichte.)

Aehnlich den gelösten Aufgaben 381 und 382.

Aufgaben.

403. 183 m à 68 ₰.
404. 484 m à 68 xr.
405. 83,8 kg à 8,65 fs.
406. 48,76 m à 6,75 £.
407. 8462 Gall. à 11 d.
408. 5000 Zentner à 18,50 ℳ
409. 56,8 hl à 46,75 ℳ
410. 21,5 cbm à 36,72 fs.
411. 79 l à 4,18 ℳ
412. 6000 Bushels à 18 s.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 383 bis 385.

413. 8760 ℔ à 1,83 ℳ
414. 18,4 cbm à 9,85 ℳ
415. 3642 kg à 12,37 fs.
416. 58 l à 12 xr.
417. 967,1 hl à 31,8 fl. holl.
418. 78,6 Pud à 42,1 Rb.
419. 412 Arschin à 314 Piaster.
420. 432 Tschetwert à 12,5 Rb.
421. 3820 Cwt. à 15 s.
422. 418 m à 7,56 Pesetas.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 386 bis 388.

Aufgaben.

423. 467,25 kg à 2,44 Kronen.
424. 98,6 Gall. à 84 c. (amerik.)
425. 11770 kg à 42,6 Piaster.
426. 23,76 qm à 15,5 fl. holl.
427. 576 kg à 3,12 fl. ö.

Aufgaben.

428. 5698 ℔ à 72 Kop.
429. 476 Yd. à 2,5 s.
430. 43,5 qm à 12,60 ℳ
431. 74,38 ha à 8412 ℳ
432. 917,75 kg à 728,56 fs.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 389 und 390.

433. 32 m 86 cm à 4,64 ℳ
434. $274\frac{5}{8}$ £ à 20,35 ℳ
435. 25 kg 475 g à 12 ℳ 39 ₰.
436. 8 Ztr. $93\frac{1}{2}$ ℔ à 27,85 ℳ
437. 62 hl 28,5 l à 7 fl. $48\frac{1}{2}$ cs.
438. 54,378 kg à 2,94 fs.
439. 78 ha 45 a 65 qm à 46,95 £.
440. 8376,428 £ à 25,78 fs.
441. 65 Ztr. $74\frac{4}{5}$ ℔ à 86,34 ℳ
442. 88 hl $39\frac{1}{2}$ l à 4,237 fl.

Aehnlich der gelösten Aufgabe 391.

443. $24\frac{1}{2}$ Ztr. à 54 ℳ
444. $79\frac{1}{5}$ l à $1\frac{1}{4}$ ℳ
445. $6\frac{9}{40}$ kg à $3\frac{1}{5}$ ℳ
446. $412\frac{3}{10}$ m à $4\frac{1}{2}$ ℳ
447. $342\frac{3}{5}$ a à $43\frac{3}{5}$ ℳ
448. $74\frac{7}{25}$ hl à $28\frac{1}{2}$ fs.
449. $277\frac{3}{5}$ qm à $25\frac{1}{4}$ fs.
450. $93\frac{3}{4}$ Ztr. à $81\frac{7}{25}$ fl. ö.
451. $218\frac{4}{5}$ Arschin à $5\frac{1}{4}$ Rb.
452. $18\frac{7}{20}$ Yd. à $4\frac{1}{2}$ $.

Aehnlich der gelösten Aufgabe 392.

453. 532 l à $3\frac{3}{8}$ £.
454. 812,3 m à $1\frac{1}{5}$ ℳ
455. 24,8 kg à $3\frac{3}{4}$ fs.
456. $328\frac{1}{2}$ Dutzend à $1\frac{1}{2}$ fl. ö.
457. 36 Gross à $4\frac{4}{5}$ fl. holl.
458. 285 hl à $7\frac{7}{8}$ ℳ
459. $348\frac{3}{4}$ ℔ à $1\frac{1}{4}$ ℳ
460. 78,5 Pud à $2\frac{2}{5}$ Rb.
461. 78 qm à $3\frac{3}{5}$ fs.
462. 342 ℔ à $7\frac{7}{12}$ s.

Aehnlich der Aufgabe 393.

463. 948 kg à $\frac{3}{4}$ ℳ
464. $\frac{11}{16}$ Cwt. à 47 s.
465. $8\frac{5}{12}$ Dutzend à $12\frac{5}{8}$ ℳ
466. 456 Stück à $5\frac{2}{3}$ ₰.
467. $68\frac{1}{2}$ ℔ à $3\frac{7}{12}$ s.

Aehnlich der Aufgabe 394.

468. 543 kg à 99 ₰.
469. 4720 ℔ à 0,98 Rb.
470. 567,5 m à 9,93 fs.
471. 4 Ztr. 84 ℔ à 19 fl. 90 cs.
472. 37 hl 40 l à 69 fl. 95 xr.

Aehnlich der gelösten Aufgabe 395.

Aufgaben.

473. 526 ℔ à $9\frac{3}{4}$ ℳ

474. 2578 kg à $24\frac{9}{10}$ ℳ

475. 48,3 a à $59\frac{4}{5}$ ℳ

476. 32,4 Yd. à $3\frac{19}{20}$ £.

477. 234 Gall. à $5\frac{11}{12}$ s.

Aufgaben.

478. 36,4 Cwt. à $1\frac{7}{8}$ £.

479. 5842 Pud à $2\frac{3}{4}$ Rb.

480. 876 m à 87 ₰ Andeut. (90 — 3).

481. $66\frac{2}{3}$ Gross à 29 ℳ 40 ₰ Andeutung $\left(30 - \frac{3}{5}\right)$ oder $\left(100 - \frac{100}{3}\right)$.

482. 436 l à 63 xr. Andeut. (70 — 7).

Aehnlich der gelösten Aufgabe 396.

483. 563 kg à $3\frac{1}{2}$ ℳ

484. 28,3 Bktz. à $18\frac{9}{10}$ Rb.

485. $12\frac{3}{16}$ Cwt. à 48 s.

486. $7\frac{5}{8}$ Ztr. à 45,20 ℳ

487. $32\frac{3}{4}$ Dutzend à $7\frac{1}{4}$ ℳ

488. 482 ℔ à $3\frac{11}{20}$ ℳ

489. $96\frac{1}{2}$ m à $10\frac{5}{8}$ fs.

490. 582 kg 500 g à $2\frac{4}{5}$ ℳ pr. kg.

491. 25 Ztr. 60 ℔ à $3\frac{9}{20}$ fl. ö. pr. Ztr.

492. 42 Gross 10 Dutzend à $18\frac{19}{25}$ ℳ pr. Gross.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 397 und 398.

493. 451 hl à 71,94 fs.

494. 685 kg à 526 ℳ

495. 48 t 375 kg à 75 ₰ pr. kg.

496. 45 hl 64 l à 37,50 ℳ pr. hl.

497. 426 Yd. à £ 1. 10. 5.

498. 5 Ztr. $87\frac{1}{2}$ ℔ à 41,50 ℳ pr. Ztr.

499. 8 Ztr. $62\frac{1}{2}$ ℔ à 43,44 fs. pr. Ztr.

500. $612\frac{1}{2}$ m à 5,74 ℳ

501. 56 hl 28 l à 47,75 fl. holl. pr. hl.

502. $125\frac{25}{26}$ Cwt. à £ 13. 15. 2.

Aehnlich den gelösten Aufgaben 399 und 400.

Andeutungen.

503. 14 Cwt. $36\frac{3}{4}$ ℔ à 16 $ pr. Cwt. (New-York.)
$(10 + 4)$ Cwt. $+ \left(28 + 7 + \frac{7}{4}\right)$ ℔.

504. £ 123. 12. 6 à 12,04 fl. holl. pr. £.
$(120 + 3)$ £ $+ \left(10 + 2 + \frac{2}{4}\right)$ s.

505. 56 Pud 36 ℔ 24 Sol. à 73,18 Rb. pr. Pud.
$(55 + 1)$ Pud $+ (20 + 10 + 5 + 1)$ ℔ $+ \frac{1}{4}$ ℔.

506. 27 Bktz. 6 Pud $22\frac{1}{2}$ ℔ à 27,65 Rb. pr. Berkowetz.
$(25 + 2)$ Bktz. $+ (5 + 1)$ Pud $+ \left(10 + 10 + 2\frac{1}{2}\right)$ ℔.

507. 23 Quintals 3 Arrobas 15 Libras à 32 Pesetas 66 c. pr. Quintal.
$(20 + 3)$ Quint. $+ (2 + 1)$ Arr. $+ \frac{3}{5}$ Arr.

508. 73 Cwt. 2 Qrs. 16 ℔ à £ 13. 18. 4 pr. Cwt.
$(70 + 3)$ Cwt. $+ 2$ Qrs. $+ 2 \cdot 8$ ℔ $\left(\text{d. h. } 2 \cdot \frac{1}{7} \text{ von 2 Qrs.}\right)$.

Aufgaben.		**Andeutungen.**
509.	87 Dutz. 10 Stück à £ —. 17. 8 pr. Dutz.	87 Dutz. $+ (6 + 2 + 2)$ Stück.
510.	83 Cwt. 3 Qrs. 14 ℔ à £ 3. 15. 7 pr. Cwt.	$\left(81 + 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right)$ Cwt.
511.	121 Cwt. 3 Qrs. 16 ℔ à £ 2. 13. 7 pr. Cwt.	$\left(120 + 1 + \frac{1}{2}\right)$ Cwt. $+ \left(1 + \frac{1}{2}\right)$ Qrs. $+ 2$ ℔.
512.	65 Cwt. 3 Qrs. 12 ℔ à £ 12. 7. 4 pr. Cwt.	$(50 + 10 + 5)$ Cwt. $+ (2 + 1)$ Qrs. $+ (8 + 4)$ ℔.

---

b₂) Aufgaben verschiedenen Inhalts.

(Aehnlich den gelösten Aufgaben 401 und 402.)

Aufgabe 513. Der Schall legt in 1 Sekunde 332 m zurück. In welcher Entfernung fand ein Blitzschlag statt, wenn vom Aufleuchten des Blitzes bis zum Beginn des Donners 15,5 Sekunden verflossen sind?

Aufgabe 514. Ein Pendel mache in 1 Sekunde 2 Schwingungen; wieviel Schwingungen macht es in 3 Stunden 15 Minuten 18 Sekunden?

Aufgabe 515. Wenn man für 1 ℳ 0,780 kg fettes Rindfleisch oder 0,714 kg Schweinefleisch erhält, was enthält mehr eigentlichen Nahrungsstoff, d. h. was ist billiger, da 1 kg Rindfleisch 737 g und 1 kg Schweinefleisch 707 g Wasser enthält?

Aufgabe 516. 1 ℳ würde eine gewisse Zinsenmenge in 92 620 Tagen bringen. In welcher Zeit geben 526,25 ℳ denselben Zinsenertrag?

Aufgabe 517. Ein Kaufmann verpackte eine Ware zu je 1 kg in Düten und erhielt von einem Vorrate $97\frac{9}{10}$ Düten. Ein anderes Mal hatte er ein Kilogrammgewicht genommen, das um 10 g zu leicht war. Wieviel Düten erhielt er nun aus derselben Warenmenge?

Aufgabe 518. Ein Mann, der in 1 Sekunde 1 m zurücklegt, würde den Erdäquator in 463 Tagen 18 Stunden 33 Minuten 20 Sekunden umlaufen. Wie lange braucht dazu ein Schnellzug, der in 1 Sekunde $12\frac{1}{2}$ m zurücklegt?

Aufgabe 519. Meyers Konversationslexikon besteht aus 1036 Textbogen, deren jeder 0,13 qm Fläche bedeckt und 0,1 mm dick ist. a) Welche Fläche würden die bisher abgesetzten 140 000 Exemplare bedecken, wenn man die Bogen nebeneinander legen wollte? b) Welche Höhe würde man erreichen, wenn sie aufeinander gelegt werden würden?

Aufgabe 520. Zwischen England und Frankreich ist eine Brücke projektiert, zu der 27 Millionen Zentner Roheisen erforderlich sein würden. a) Wieviel Hohöfen wären nötig, diese Menge in 360 Tagen zu liefern, wenn 1 Hohofen täglich 1000 Zentner fertig bringt? b) Wieviel Arbeiter müssten dabei thätig sein, wenn man auf 1 Hohofen 100 Arbeiter rechnet?

Aufgabe 521. Eine Milchhändlerin goss zu 2,75 hl Milch, welche sie für 31,90 ℳ eingekauft hatte, 40 l Wasser. Wieviel gewann sie an der Milch bei einem Verkaufspreise von 16 ₰ für 1 l?

Aufgabe 522. Ein Bauunternehmer hat die Herstellung eines Weges, welchen 18 Arbeiter in 6 Wochen (1 Woche = 6 Arbeitstage) fertig bringen, für 2000 ℳ übernommen. Wieviel gewinnt er, wenn der tägliche Lohn eines Arbeiters 2,75 ℳ beträgt?

Anmerkung 37. Weitere Aufgaben hierzu sind aus Abschnitt E: No. 814, 815, 847, 877, 908, 942, 975, 999, 1000, 1026, 1053, 1079, 1106, 1134.

---

2) Ueber den Schluss von einer Zahl auf 1.

Frage 76. Wie schliesst man von einer Zahl (siehe Erkl. 229) auf 1 bei geradem Verhältnisse?

Erkl. 229. Die Zahl, von der aus geschlossen wird, kann eine ganze oder ein Decimalbruch oder ein gewöhnlicher Bruch oder auch eine gemischte Zahl sein, also jede beliebige Zahl.

Antwort. Bei geradem Verhältnisse schliesst man von einer Zahl auf 1, indem man die zur gegebenen Zahl gehörende zweite Sorte durch diese Zahl (ohne Benennung) dividiert, da bei geradem Verhältnisse einem Teile der ersten Sorte der ebensogrosse Teil der zweiten Sorte entspricht.

Frage 77. Wie schliesst man von einer Zahl auf 1 bei umgekehrtem Verhältnisse?

Erkl. 230. Der Grund, weshalb mit der betreffenden Zahl ohne Benennung zu multiplizieren, bezw. zu dividieren ist, liegt in den Regeln über das Rechnen mit benannten Zahlen (siehe Erkl. 29).

Antwort. Bei umgekehrtem Verhältnisse schliesst man von einer Zahl auf 1, indem man die zur gegebenen Zahl gehörende zweite Sorte mit dieser Zahl (ohne Benennung, siehe Erkl. 230) multipliziert, da bei umgekehrtem Verhältnisse einem Teile der ersten Sorte das ebensogrosse Vielfache der zweiten entspricht.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Anmerkung 38. Eine im kaufmännischen Leben ebenfalls (siehe Anmerkung 35) häufig vorkommende Aufgabe ist die, aus dem gegebenen Preise einer Warenmenge den der Einheit zu bestimmen. Bei den hier nötigen Divisionen sind ausser den in den Erkl. 52, 57, 58 erwähnten Vorteilen, keine weiteren bemerkenswert.

Aufgabe 523. 712 kg kosten 925,6 ℳ, wie teuer ist 1 kg?

Erkl. 231. Diese Division nach der sogenannten österreichischen Methode ausgeführt würde lauten:

925,6 ℳ : 712 = 1,3 ℳ
213 6
―――

Auflösung. 1 kg kostet den 712. Teil von 925,6 ℳ, also:

925,6 ℳ : 712 = 1,3 ℳ
712
―――
2136
2136
―――

1 kg kostet 1,30 ℳ (siehe Erkl. 231).

Aufgabe 524. Für 25 ℳ erhält man 41,25 m; wieviel für 1 ℳ?

Auflösung. Für 1 ℳ erhält man den 25. Teil von 41,25; also:

41,25 m : 25 = 1,65 m (siehe Erkl. 232).

Für 1 ℳ erhält man 1 m 65 cm.

Erkl. 232. 41,25 m : 25 = 1,65
```
 25
 ---
 162
 150
 ---
  125
```

Aufgabe 525. 876 kg 250 g kosten 1472,10 ℳ; wie teuer ist 1 kg?

Auflösung. 1 kg kostet den 876,25. Teil von 1472,10 ℳ; also:

1472,10 ℳ : 876,25 =
147210 ℳ : 87625 = 1,68 ℳ (s. Erkl. 233)
```
 87625
 ------
 595850
 525750
 ------
  701000
  701000
```

1 kg kostet 1,68 ℳ

Erkl. 233. Ein Decimalbruch wird durch einen andern dividiert, indem man den Divisor zu einer ganzen Zahl macht und im Dividenden das Komma ebensoviele Stellen nach rechts rückt als es im Divisor geschehen ist, dann dividiert und im Quotienten das Komma setzt, sobald in die Einerstelle des Dividenden dividiert worden ist. (Siehe Maier, Lehrbuch der gemeinen und Decimalbrüche.)

Aufgabe 526. 84 hl 48 l kosten 917,56 ℳ; wie teuer ist 1 hl?

Auflösung. 1 hl kostet den 84,48. Teil von 917,56 ℳ; also:

917,56 ℳ : 84,48 =

91756 ℳ : 8448 = 10,86 ℳ (s. Erkl. 234)
```
 8448
 ----
  7276
  6758
  ----
   518
   506
   ---
    12
```

1 hl kostet 10,86 ℳ

Erkl. 234. Da nur 2 Decimalstellen der Mark, d. s. die Pfennige, genau zu berechnen sind, so ist hier die abgekürzte Division benutzt worden (siehe Frömter, Lehrbuch der Grundrechnungsarten, I, Seite 166), welche bei einigermassen grossen Divisoren immer mit Vorteil angewendet wird. Die weggestrichenen Stellen sind durch darübergesetzte Punkte bezeichnet.

Aufgabe 527. $\frac{4}{5}$ Ztr. kostet $18\frac{1}{2}$ ℳ; wie teuer ist 1 Ztr.?

Auflösung. 1 Zentner kostet den $\frac{4}{5}$ Teil von $18\frac{1}{2}$ ℳ; also:

$$18\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{37}{2} : \frac{4}{5} = \frac{37}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{185}{8} = 23\frac{1}{8}$$

1 Zentner kostet $23\frac{1}{8}$ ℳ (siehe Erkl. 235).

Erkl. 235. Ein Bruch wird durch einen andern dividiert, indem man mit dem umgekehrten (reciproken) Werte des Divisors multipliziert. (Siehe Maier, Lehrbuch der gemeinen und Decimalbrüche.)

Aufgabe 528. Wenn $7\frac{1}{8}$ Yd. mit $19\frac{3}{4}$ s berechnet werden, was kostet dann 1 Yd.?

Auflösung. 1 Yd. kostet den $7\frac{1}{8}$ Teil von $19\frac{3}{4}$ s; also:

$$19\frac{3}{4}\,\text{s} : 7\frac{1}{8} = \frac{79}{4}\,\text{s} : \frac{57}{8} = \frac{79 \cdot \overset{2}{\mathbf{8}}}{\mathbf{4} \cdot 57}\,\text{s} = \frac{158}{57}\,\text{s}$$
$$= 2\frac{44}{57}\,\text{s (siehe Erkl. 236).}$$

Die fetten Zahlen 8 und 4 sind durchstrichen.

1 Yd. kostet $2\frac{44}{57}$ s.

Erkl. 236. Man kann dies auch mit Hilfe von Decimalbrüchen berechnen und erhält dann:

19,75 : 7,125 = 19750 : 7125 = 2,772

Aufgabe 529. 867 Cwt. kosten £ 10729. 2. 6; wie teuer ist 1 Cwt.?

Auflösung. 1 Cwt. kostet den 867. Teil von £ 10729. 2. 6; also:

```
   10729 £ : 867 = 12 £
    867
    2059
    1734
Rest 325 £ = 325. 20 s = 6500 s
                       +    2 s
                         6502 s : 867 = 7 s
                         6069
                    Rest  433 s = 433. 12 d
```

oder:

```
   5196 d
 +    6 d
   5202 d : 867 = 6 d (siehe Erkl. 237)
   5202
```

1 Cwt. kostet £ 12. 7. 6.

Erkl. 237. Ausser in der angegebenen Weise kann man derartige Aufgaben auch berechnen, indem man 1) die niederen Sorten in höhere verwandelt, dann dividiert und den Quotienten reduziert, hier:

10729,125 £ : 867 = 12,375 £

oder 2) die höheren Sorten in niedere verwandelt, dividiert und resolviert, hier:

2 574 990 d : 867 = 2970 d

oder 3) die höheren und niederen Sorten in die mittlere verwandelt, dividiert und zurückverwandelt, hier:

214582,5 s : 867 = 247,5 s

Aufgabe 530. 38 Cwt. 1 Qr. 26 ℔ kosten 96 £ 18 s $6\frac{3}{4}$ d. Wie teuer ist 1 Cwt?

Auflösung. Hier sind 96 £ 18 s $6\frac{3}{4}$ d durch 38 Cwt. 1 Qr. 26 ℔ zu dividieren. Bei diesen Aufgaben kommt man meistens am besten zum Ziele, wenn man sowohl den Dividenden als den Divisor auf eine Benennung bringt. Es sind:

96 £ 18 s $6\frac{3}{4}$ d = 96,928125 £

und

38 Cwt. 1 Qr. 26 ℔ = 38,482 Cwt.

(siehe Frömter und Neubüser, Grundrechnungsarten II).

Also hat man zu rechnen:

96,928125 £ : 38,482 =
96928,125 £ : 38482 = 2,5188 £

Nun sind 0,5188 £ = 10 s $4\frac{1}{2}$ d, also kostet 1 Cwt £ 2. 10. 4,5 (siehe Erkl. 238).

Erkl. 238. Da derartige Aufgaben ziemlich viel Rechuung erfordern, so empfiehlt es sich, auf das gefundene Ergebnis die Probe zu machen, hier also zu berechnen, wieviel 38 Cwt. 1 Qr. 26 ℔ kosten, wenn 1 Cwt. £ 2. 10. 4,5 kostet.

Probe		£			
	1 Cwt	£	2.	10.	4,5
	38 Cwt	£	76.	380.	171
	1 Qr. = $\frac{1}{4}$ Cwt.	£	—.	12.	7,125
	14 ℔ = $\frac{1}{2}$ Qr.	£	—.	6.	3,5625
	2 ℔ = $\frac{1}{7}$ von 14 ℔	£	—.	—.	10,7946
	10 ℔ = 2 ℔·5	£	—.	—.	53,9730
	38 Cwt. 1 Qr. 26 ℔	£	76.	398.	246,4551
oder		£	96.	18.	6,4551

Die Differenz von (6,75 — 6,4551) d = 0,2349 d erklärt sich aus der Vernachlässigung der weiteren Bruchteile bei der Division und der Probe.

Aufgabe 531. Als Urgewicht unseres Gewichtssystems gilt das im Besitze der preussischen Regierung befindliche Platinkilogramm No. 1. Es ist verglichen mit dem Pariser Urgewicht 0,999 999 842 kg befunden worden, enthält also einen kleinen Fehler. Bei welcher Gewichtsmenge macht dieser Fehler 1 kg aus?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Einen Fehler von 0,000 000 158 kg hat 1 kg.

Fgs.: Ein Fehler von 1 kg kommt auf x.

Ausrechnung.

Ein Fehler von 1 kg kommt auf

$$\frac{1}{0{,}000\,000\,158}\text{ kg} = 1\,000\,000\,000\text{ kg} : 158$$
$$= 6\,329\,113{,}9230\text{ kg}$$

der Fehler beträgt erst 1 kg bei:

6329 t 113 kg 923 g

Aufgabe 532. 175 Troypfund (siehe Erkl. 239) sind 144 ℔ engl. Handelsgewicht.

a) Wieviel Troypfund ist 1 ℔ Handelsgewicht?

b) Wieviel Handelsgewicht ist 1 Troypfund?

Erkl. 239. Das englische Troygewicht dient als Gold-, Silber-, Platin-, Münz-, Juwelen- und Medicinalgewicht, sowie für wissenschaftliche Bestimmungen. Das Troypfund (Imperial Troy Pound) hat 12 Unzen (Ounces, abgek. oz) zu 20 Pfenniggewicht (Pennyweight, abgek. dwt) zu 24 Grän (Grains). 100 Troypfund sind 37,324195 kg.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

a) Bds.: 144 Handelspfd. sind 175 Troypfd.
Fgs.: 1 „ ist x.

Ausrechnung.

1 Handelspfund ist der 144. Teil von 175 Troypfund, also:

175 Troypfund : 144 = 1,21527 Troypfund.

b) Bds.: 175 Troypfund sind 144 Handelspfd.
Fgs.: 1 Troypfund ist x.

Ausrechnung.

1 Troypfund ist der 175. Teil von 144 Handelspfund, also:

144 Handelspfund : 175 = 0,822857 Handelspfund.

Aufgabe 533. Ein Kapital von 526,25 ℳ brachte in 176 Tagen eine gewisse Zinsenmenge, in wieviel Tagen würde 1 ℳ denselben Zinsenertrag geben? (Siehe Erkl. 240.)

Erkl. 240. Diese Art Aufgaben kommen vielfach in der Zins-, Termin- und Kontokorrentrechnung vor (siehe Olbrichts Lehrbuch der Zinsrechnung).

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: 526,25 ℳ brachten die Zinsen in 176 Tagen.
Fgs.: 1 ℳ bringt sie in x.

Ausrechnung.

1 ℳ braucht dazu das 526,25-fache von 176 Tagen, also:

$$\frac{726{,}25 \cdot 176}{92\,620}$$

das heisst: 1 ℳ bringt dieselben Zinsen in 92 620 Tagen.

Aufgabe 534. Aus einer Menge Gold werden $1846\frac{1}{2}$ Stück Münzen geprägt, wenn jede $3\frac{2}{3}$ g Gold enthält. Wieviel Münzen einer anderen Art lassen sich aus derselben Goldmasse fertigen, wenn deren jede nur 1 g Gold enthalten soll?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bedingungssatz: Bei $3\frac{2}{3}$ g Goldgehalt erhält man $1846\frac{1}{2}$ Stück.

Fragesatz: Bei 1 g Goldgehalt erhält man x.

Ausrechnung.

Je weniger Gold eine Münze enthält, um so mehr Stück erhält man, also:

$$1846\frac{1}{2}\ \text{Stück} \cdot 3\frac{2}{3} = \left(1846{,}5 \cdot \frac{11}{3}\right)\ \text{Stück}$$

das sind:

$$6770\frac{1}{2}\ \text{Stück.}$$

---

b) Ungelöste Aufgaben.

b$_1$) Preisberechnungen.

Aufgaben. Aehnlich der gelösten Aufgabe 523.

535.	25 hl	kosten	183 ℳ,	wieviel	kostet	1 hl?
536.	71 l	„	383,40 ℳ,	„	„	1 l?
537.	84 kg	„	806,40 ℳ,	„	„	1 kg?
538.	125 Ztr.	„	12 625 ℳ,	„	„	1 Ztr.?
539.	748 m	„	2027,08 ℳ,	„	„	1 m?
540.	292 ℔	„	899,36 fs.,	„	„	1 ℔?
541.	739 Stück	„	731,61 ℳ,	„	„	1 Stück?
542.	17 627 m	„	1938,97 fl.,	„	„	1 m?
543.	8300 Pud	„	685 414 Rb.,	„	„	1 Pud?
544.	127 374 fl. ö.	„	222904,50 ℳ,	„	„	1 fl.?

Aehnlich der gelösten Aufgabe 524.

545.	Für 40 ℳ	erhielt	man	18 kg 240 g,	wieviel	für	1 ℳ?
546.	„ 207,60 fl.	„	„	352,92 ℳ,	„	„	1 fl.?
547.	„ 18,5 £	„	„	377,40 ℳ,	„	„	1 £?
548.	„ 2,48 ℳ	„	„	9,3 m,	„	„	1 ℳ?
549.	„ 8400 ℳ	„	„	17 417 kg,	„	„	1 ℳ?

Aehnlich der gelösten Aufgabe 525.

550.	6,54 Ztr.	kosten	81,75 ℳ,	wieviel	kostet	1 Ztr.?
551.	6,875 kg	„	660 fl. holl.,	„	„	1 kg?
552.	218,5 l	„	179,17 Kronen,	„	„	1 l?
553.	4273,6 Yd.	„	14743,92 $,	„	„	1 Yd?
554.	25 380 Ztr.	„	112534,92 £,	„	„	1 Ztr.?

Aehnlich der gelösten Aufgabe 526.

555.	135 kg 790 g	kosten	104,71 ℳ,	wieviel	kostet	1 kg?
556.	72 kg 738 g	„	251,67 fs.,	„	„	1 kg?
557.	98,75 Ztr.	„	1972,60 ℳ,	„	„	1 Ztr.?
558.	64,75 Cwt.	„	238,269 £,	„	„	1 Cwt.?
559.	41 Ztr. 26 ℔	„	3032,61 ℳ,	„	„	1 Ztr.?

Aehnlich den gelösten Aufgaben 527 und 528.

560. $12\frac{1}{5}$ ℔ kosten $19\frac{13}{25}$ ℳ, wieviel kostet 1 ℔?

Aufgaben.

561.	$9\frac{3}{5}$ ℔	kosten	136,32 fl.,	wieviel	kostet	1 ℔?
562.	$\frac{9}{10}$ kg Silber	„	$141\frac{3}{4}$ ℳ,	„	„	1 kg?
563.	$8\frac{3}{4}$ ℔	„	$32\frac{17}{25}$ ℳ,	„	„	1 ℔?
564.	$78\frac{1}{2}$ Pud	„	$1530\frac{3}{4}$ Rb.,	„	„	1 Pud?
565.	$\frac{13}{16}$ Cwt.	„	$45\frac{1}{2}$ s,	„	„	1 Cwt.?
566.	$219\frac{3}{4}$ m	„	$1054\frac{4}{5}$ fs.,	„	„	1 m?
567.	$9\frac{7}{12}$ Dutzend	„	106,93 ℳ,	„	„	1 Dutz.?
568.	$7\frac{15}{16}$ Cwt.	„	$92\frac{3}{40}$ £,	„	„	1 Cwt.?
569.	$355\frac{5}{8}$ Pud	„	7877,09 Rb.,	„	„	1 Pud?

Aehnlich der gelösten Aufgabe 529.

570.	3600 Bushels	kosten	2880 £,	wieviel	kostet	1 Bushel?
571.	1700 Yd.	„	106 £ 5 s,	„	„	1 Yd.?
572.	748 Yd.	„	283 £ 12 s 4 d,	„	„	1 Yd.?
573.	$18\frac{1}{4}$ Yd.	„	£ 7. 15. 2,	„	„	1 Yd.?
574.	7820 Qrs.	„	£ 179. 4. 2,	„	„	1 Qr.?
575.	218,7 ℔ engl.	„	£ 874. 16. —,	„	„	1 ℔?
576.	234 oz Standard Gold	„	£ 908. 14. —,	„	„	1 oz?
577.	23,9 Tons	„	£ 111. 14. 7,8,	„	„	1 Ton?
578.	719 Cwt.	„	£ 808. 17. 6,	„	„	1 Cwt.?
579.	43 Tons	„	£ 1630. 15. 6,	„	„	1 Ton?

Aehnlich der gelösten Aufgabe 530.

580.	69 Dutz. 9 Stück	kosten	351,54 ℳ,	wieviel	kostet	1 Stück?
581.	50 Gross 7 Dutz.	„	2610,10 ℳ,	„	„	1 Gross?
582.	4 Gross 5 Dutz. 8 Stück	„	96,60 ℳ,	„	„	1 Dutz.?
583.	34 Pud 18 ℔	„	690,72 Rb.,	„	„	1 Pud?
584.	163 £ 13 s 1 d	„	3353,25 ℳ,	„	„	1 £?
585.	3 Bktz. 7 Pud 23 ℔	„	3240,56 Rb.,	„	„	1 Bktz.?
586.	4 ℔ 39 Sol. 42 Doli Gold	„	1731,89 Rb.,	„	„	1 ℔?
587.	9 Cwt. 1 Qr.	„	£ 32. 12. 2,	„	„	1 Cwt.?
588.	213 Cwt. 2 Qrs.	„	£ 3849. 4. 7,	„	„	1 Cwt.?
589.	10 Cwt. 3 Qrs. 12 ℔	„	£ 26. 19. —,	„	„	1 Cwt.?

b_2) Aufgaben vermischten Inhalts.

(Aehnlich den gelösten Aufgaben 531 bis 534.)

Aufgabe 590. Ein Fabrikant zahlte am Ende der Woche an seine 147 Arbeiter 3932,25 ℳ Wochenlohn. Wieviel erhielt jeder Arbeiter im Durchschnitt?

Aufgabe 591. Wieviel Personen haben sich in 759,15 ℳ geteilt, wenn jede 84,35 ℳ erhalten hat?

Aufgabe 592. Das Triebrad einer Lokomotive hat auf einer Strecke von 2865,19 m 555,25 Umdrehungen gemacht. Wie gross ist sein Umfang?

Aufgabe 593. Für $129\frac{3}{5}$ £ waren $105\frac{3}{10}$ ℳ gerechnet worden; wieviel wurde für 1 £ bezahlt?

Aufgabe 594. Werden in einer Baumschule die Bäume 0,75 m auseinandergesetzt, so gehen auf einen bestimmten Raum 236 Stück. Wieviel Bäume lassen sich auf denselben Platz in ebensoviel Reihen pflanzen, wenn sie 1 m Entfernung erhalten sollen?

Aufgabe 595. Von zwei durch einen Treibriemen verbundenen Rädern, von denen das kleinere 1 m, das grössere 5,42 m Umfang besitzt, hat letzteres 108,5 Umdrehungen gemacht. Wie oftmal hat sich das kleinere in derselben Zeit umgedreht?

Aufgabe 596. Aus einem Garnvorrat können $220\frac{4}{5}$ m Leinwand gewebt werden, wenn dieselbe $1\frac{3}{8}$ m breit werden soll. Wieviel Meter können aus demselben Garn verfertigt werden, wenn sie 1 m breit werden soll?

Aufgabe 597. Das Licht gebraucht, um von der Sonne bis zur Erde zu gelangen, nahe 8,22 Minuten; die Entfernung der Sonne von der Erde beträgt 20 658 000 geogr. Meilen. Welchen Weg durchläuft das Licht in 1 Sekunde?

Aufgabe 598. Nach ungefährer Schätzung betragen die Sparkasseneinlagen im Deutschen Reiche mindestens 4541 Millionen Mark. Wieviel kommt durchschnittlich auf den Kopf, wenn die Bevölkerung Deutschlands 47,8 Millionen zählt?

Aufgabe 599. Ein frischer Schinken von 10,8 kg zu je 1,40 ℳ verliert durchs Räuchern 850 g an Gewicht. Wie teuer kommt 1 kg des geräucherten Schinkens?

Aufgabe 600. 1 Zwanzigmarkstück wiegt gesetzlich 7,96495 g. Wieviel Stück gehen auf 1 kg?

Anmerkung 39. Weitere Aufgaben hierüber sind aus Abschnitt E: No. 816, 848, 878, 909, 943, 976, 1001, 1027, 1054, 1080, 1107, 1135.

---

3) Ueber den Schluss von einer Mehrheit auf eine andere. (Allgemeinster Fall.)

Frage 78. Wie schliesst man von einer Mehrheit auf eine andere beim schriftlichen Rechnen?

Erkl. 241. Der Bruch $\frac{4}{5}$ bedeutet: 4 Ganze sind in 5 Teile zu teilen. Daraus ergiebt sich, dass jeder Bruch als eine Division angesehen werden kann, und umgekehrt, dass jede

Antwort. Beim schriftlichen Rechnen schliesst man von einer Mehrheit auf eine andere, indem man von der Mehrheit des Bedingungssatzes immer auf 1 und von 1 auf die Mehrheit des Fragesatzes schliesst. Dabei deutet man

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



929. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 928. — Seite 113—128.





Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. **sphärischen** Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken-** u. **Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar-** u. **Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)

nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 928. — Seite 113—128.

Inhalt:

Stuttgart 1891.

Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, **erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der **wichtigsten** und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere** Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann **auch alle Teile der reinen und angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten Aufgaben** beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden der Lösungen** derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber **auch** die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen geben.**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Division (z. B. 4:5) in Bruchform $\left(\frac{4}{5}\right)$ dargestellt werden kann.

Man deutet nun die Multiplikation dadurch an, dass man den Multiplikator als Faktor in den Zähler, und die Division, dass man den Divisor als Faktor in den Nenner setzt. Dieser Bruch wird sodann, wenn Zähler und Nenner gemeinschaftliche Faktoren haben, gekürzt und zuletzt ausgerechnet (siehe die gelösten Aufgaben 601 bis 603).

Kommen Decimalbrüche vor, so ist das Verfahren dasselbe, nur hat man beim Ausrechnen die in der Decimalbruchrechnung gegebenen Regeln für Multiplikation und Division (siehe Maier, Lehrbuch der Bruchrechnung) anzuwenden (siehe die gelösten Aufgaben 604 bis 606).

Am vorteilhaftesten ist die Anwendung dieses Satzes, wenn die Aufgabe selbst gewöhnliche Brüche enthält, weil sich durch ihn die in B_1, b, 5 angegebenen Schlussreihen auf zwei (Bruch — 1,1 — Bruch) beschränken. Dabei werden die in Maiers Lehrbuch angegebenen Regeln über Multiplikation, Division, Einrichten und Kürzen der Brüche in Anwendung gebracht (siehe die gelösten Aufgaben 607 bis 612).

die bei den einzelnen Gliedern der Schlussreihe nötigen Veränderungen zunächst nur in Form eines Bruches an und nimmt die wirkliche Ausrechnung erst am Ende vor, nachdem der Bruch auf die einfachste Form (siehe Erkl. 241) gebracht worden ist.

Für gerades Verhältnis sind während des Schliessens die in den Antworten zu den Fragen 76 und 74, für umgekehrtes Verhältnis die in den Antworten zu den Fragen 77 und 75 gegebenen Regeln zu beachten.

Frage 79. Wie nennt man die in vorstehender Antwort gegebene Regel?

Erkl. 242. Der Name Bruchsatz ist erst in der Mitte dieses Jahrhunderts aufgekommen. Der Satz selbst kommt in der heute gebräuchlichen Form zuerst bei Stern, Lehrgang des Rechenunterrichts nach geistbildenden Grundsätzen 1832, vor.

Antwort. Die in voriger Antwort gegebene Regel heisst der Bruchsatz, weil die auszuführende Multiplikation und Division in Form eines gewöhnlichen Bruches angedeutet werden (siehe Erkl. 242).

Frage 80. Wie macht man den Ansatz zum Bruchsatze?

Erkl. 243. Solche Anwendungen der einfachen Regeldetri sind vor allem die zusammengesetzte Regeldetri, die Prozent- und Zinsrechnung.

Antwort. Den Ansatz zum Bruchsatze macht man auf die in der Antwort zur Frage 7 gegebenen Weise, nur wird man in Hinsicht auf spätere Anwendungen (siehe Erkl. 243) die Unbekannte nicht immer an die letzte Stelle setzen (siehe die gelösten Aufgaben 602, 606, 608).

Frage 81. Wie kann man sich von der Richtigkeit des Ergebnisses einer Regeldetriaufgabe überzeugen, oder wie macht man die Probe?

Erkl. 244. Die Erfahrung lehrt, dass ein Rechenfehler, der einmal begangen worden ist, häufig nochmals gemacht wird, wenn die-

Antwort. 1) Die Probe auf ein gefundenes Ergebnis macht man dadurch, dass man die ausgeführte Multiplikation und Division, aber in umgekehrter Reihenfolge, wiederholt (siehe Erkl. 244). Dadurch findet man

selbe Rechnung in derselben Weise kurz darnach wiederholt wird. Man ist also durchaus nicht sicher, das Richtige gefunden zu haben, wenn die nochmalige Durchrechnung zu demselben Ergebnis führt. Darum wird z. B. eine Summe geprüft, indem man die Posten in umgekehrter Reihenfolge als vorher addiert. Darum wird auch das Ergebnis einer hierher gehörenden Aufgabe am besten auf die im Nebenstehenden angegebene Weise geprüft.

Erkl. 245. Diese Art der Probe muss als eine gute und jedem Anfänger sehr zu empfehlende Uebung bezeichnet werden; aber sie ist für den Gebrauch als zu umständlich zu verwerfen, 1) weil sie ebensoviel Aufwand an Arbeit erfordert als das Lösen der Aufgabe selbst, 2) weil man zwar findet, ob ein Fehler gemacht worden ist, aber nicht, an welcher Stelle er begangen wurde.

zwar Rechenfehler, aber nicht Fehler, die man beim Schliessen gemacht hat. Um solche nach Möglichkeit zu vermeiden, empfiehlt es sich, das Ergebnis, wenn auch nur ganz im groben, im voraus abzuschätzen (siehe die gelösten Aufgaben 603, 605).

2) Um ein gefundenes Ergebnis auf seine Richtigkeit zu prüfen, kann man auch mit Hilfe der gefundenen Zahl den Fragesatz zum Bedingungssatz einer neuen Aufgabe machen und den Bedingungssatz dadurch, dass man eines seiner Glieder als unbekannt annimmt, in einen Fragesatz verwandeln. Stimmt das Ergebnis dieser Aufgabe mit der als unbekannt gesetzten, aber gegebenen Grösse überein, so hat man beide Male richtig gerechnet; stimmt es nicht, so kann der Fehler bei der ersten oder zweiten Ausrechnung gemacht worden sein, und man muss dann die Rechnung nochmals durchführen (siehe Erkl. 245 und die gelösten Aufgaben 613, 614).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 601. Für ein Stück Tuch von 33 m Länge wurden 130 ℳ berechnet. Wie teuer ist ein Stück derselben Ware von 35 m Länge?

Erkl. 246. Der Bruch $\frac{130\cdot 35}{33}$ lässt sich nicht kürzen, also ist auszurechnen:

$130\cdot 35 = 4550$ und

$4550 : 33 = 137{,}878\cdots$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bedingungssatz: 33 m kosten 130 ℳ

Fragesatz: 35 m „ x.

Ausrechnung.

33 m kosten 130 ℳ, dann kostet 1 m den 33. Teil, $\frac{130}{33}$ ℳ, und 35 m kosten das 35-fache, $\frac{130\cdot 35}{33}$ ℳ, d. s. 137 ℳ 88 ₰, (siehe Erkl. 246).

Aufgabe 602. Was kosten 4360 kg Roggen à ℳ 204,50 pr. 1000 kg.?

Erkl. 247. Obwohl sich der Bruch $\frac{204{,}5\cdot 4360}{1000}$ ausser mit 10 noch weiter kürzen lässt, so empfiehlt es sich doch, dies nicht zu thun, da sich mit 100 sehr bequem dividieren lässt. Man rechnet also $204{,}5\cdot 436 = 89162$. Dividiert durch 100 ist dies 891,62.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Fragesatz: 4360 kg kosten x.

Bedingungssatz: 1000 kg „ 204,50 ℳ

Ausrechnung.

1000 kg kosten 204,50 ℳ, dann kostet 1 kg den 1000. Teil $= \frac{204{,}50}{1000}$ ℳ, und 4360 kg kosten das 4360-fache $= \frac{204{,}50\cdot 4360}{1000}$ ℳ, d. s. 891,62 ℳ (siehe Erkl. 247).

Aufgabe 603. Ein Futtervorrat reicht für 25 Kühe 44 Tage; wie lange reicht er für 22 Kühe?

Erkl. 248. Das Abschätzen des Ergebnisses (siehe Antwort 1 zu Frage 81) würde sich hier folgendermassen gestalten: 22 Kühe reichen länger als 25 Kühe, also kommen mehr als 44 Tage heraus. 22 ist um wenig kleiner als 25, also kommt wenig mehr als 44.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis

Bedingungssatz: 25 Kühe reichen 44 Tage.
Fragesatz: 22 „ „ x.

Ausrechnung.

25 Kühe reichen 44 Tage, dann reicht 1 Kuh das 25-fache davon, also 44·25 Tage, und 22 Kühe reichen den 22. Teil hiervon, also $\frac{44 \cdot 25}{22}$ Tage = 50 Tage (siehe Erkl. 248).

Aufgabe 604. Eine Sendung von 71,850 kg kam 21,25 *M.* zu stehen; wie hoch wird eine Sendung derselben Ware von 30,800 kg zu stehen kommen?

Erkl. 249. Mit 5 gekürzt giebt:

$$\frac{21{,}25 \cdot 30{,}8}{71{,}85} = \frac{4{,}25 \cdot 30{,}8}{14{,}37}$$

Nun ist zu rechnen:

$4{,}25 \cdot 30{,}8 = 130{,}900$

und $130{,}9 : 14{,}37 =$ } abgekürzt
$13090 : 1437 = 9{,}11$ } zu dividieren.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bedingungssatz: 71,850 kg kosten 21,25 *M.*
Fragesatz: 30,800 kg „ x.

Ausrechnung.

71,850 kg kosten 21,25 *M.*; dann kostet 1 kg den 71,85. Teil = $\frac{21{,}25}{71{,}85}$ *M.*, und 30,800 kg kosten das 30,8-fache hiervon, d. s.:

$$\frac{21{,}25 \cdot 30{,}8}{71{,}85} \text{ M.} = 9{,}11 \text{ M.}$$

(siehe Erkl. 249).

Aufgabe 605. An eine Landstrasse von 8,580 km Länge sollen zu beiden Seiten Obstbäume gepflanzt werden, die 5,5 m weit auseinanderstehen sollen. Wieviel Bäume sind nötig?

Erkl. 250. Das Abschätzen des Ergebnisses (siehe Antwort zu Frage 81) ergiebt: Steht alle 5 m 1 Baum, so stehen alle 100 m 20 Bäume und alle 1000 m 200 Bäume. 16 km (beide Seiten der Strasse sind zu bepflanzen) ergeben dann 200·16 Bäume oder 3200 Bäume. Man sieht, dass die beiden begangenen Fehler (das Vernachlässigen von 0,5 m und 0,580 m) sich ziemlich aufgehoben haben.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bedingungssatz: Auf 5,5 m kommt 1 Baum.
Fragesatz: Auf 8580 m kommen x.

Ausrechnung.

Auf 5,5 m kommt 1 Baum, dann kommt auf 1 m der 5,5. Teil = $\frac{1}{5{,}5}$ Baum und auf 8580 das 8580-fache hiervon,

d. i. $\frac{8580}{5{,}5}$ Bäume = 1560 Bäume.

Da aber zu beiden Seiten Bäume gepflanzt werden sollen, so braucht man doppelt soviel, d. s. 3120 Bäume; und da auf jeder Seite zu Anfang auch einer stehen muss, so braucht man noch 2; im ganzen also 3122 Stück (siehe Erkl. 250).

Aufgabe 606. Ein Personenzug braucht, um von A nach B zu kommen, 3,25 Stunden bei einer Geschwindigkeit von 9,44 m in der Sekunde. Wieviel Zeit braucht ein Güterzug zu derselben Strecke, wenn seine Geschwindigkeit 7,6 m beträgt?

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis (siehe Erkl. 251).

Fgs.: x braucht der Zug bei 7,6 m Geschwindigkeit.

Bds.: 3,25 Stunde braucht der Zug bei 9,44 m Geschwindigkeit.

Erkl. 251. Die Unbekannte ist hier an die 1. Stelle gesetzt worden, um zu zeigen, wie sich die Ausrechnung dann gestaltet.

Ausrechnung.

3,25 Stunde braucht der Zug bei 9,44 m Geschwindigkeit.

$3{,}25 \cdot 9{,}44$ Stunde braucht der Zug bei 1 m Geschwindigkeit.

$\frac{3{,}25 \cdot 9{,}44}{7{,}6}$ Stunde braucht der Zug bei 7,6 m Geschwindigkeit.

Die Ausrechnung ergiebt 4,037 Stunden oder 4 Stunden 2 Minuten 13 Sekunden.

Aufgabe 607. $3\frac{7}{8}$ Cwt. kosteten 93 \$; wie teuer sind 15 Cwt.?

Erkl. 252. $\frac{93 \cdot 8 \cdot 15}{31}$ wird durch 31 gekürzt. Die Ausrechnung geschieht im Kopfe.

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bedingungssatz: $3\frac{7}{8}$ Cwt. kosten 93 \$

Fragesatz: 15 Cwt. „ x.

Ausrechnung.

$3\frac{7}{8}$ Cwt. $= \frac{31}{8}$ Cwt. kosten 93 \$, dann kostet 1 Cwt. $93\,\$: \frac{31}{8} = \frac{93 \cdot 8}{31}$ \$, und 15 Cwt. kosten das 15-fache davon, also:

$$\frac{93 \cdot 8 \cdot 15}{31}\,\$ = 360\,\$$$ (s. Erkl. 252).

Aufgabe 608. Für $104\frac{3}{4}$ ℳ erhielt man 45 l Wein; wie teuer sind $12\frac{1}{2}$ l?

Erkl. 253. Die Unbekannte ist hier an die 3. Stelle gesetzt, um zu zeigen, wie sich die Ausrechnung in diesem Falle gestaltet:

$$\frac{104\frac{3}{4} \cdot 12\frac{1}{2}}{45}\,ℳ = \frac{419 \cdot 25}{4 \cdot 2 \cdot 45}\,ℳ = \frac{2095}{72}\,ℳ = 29{,}10\,ℳ$$

Auflösung. Gerades Verhältnis (siehe Erkl. 253).

Bds.: Für $104\frac{3}{4}$ ℳ erhält man 45 l

Fgs.: Für x „ „ $12\frac{1}{2}$ l

Ausrechnung.

Für $104\frac{3}{4}$ ℳ erhält man 45 l

„ $104\frac{3}{4}\,ℳ : 45$ „ „ 1 l

„ $\frac{104\frac{3}{4} \cdot 12\frac{1}{2}}{45}$ ℳ „ „ $12\frac{1}{2}$ l

Es folgt: $12\frac{1}{2}$ l kosten 29,10 ℳ (siehe Erkl. 253).

Aufgabe 609. Eine eiserne Schiene von $4\frac{1}{2}$ m Länge wiegt $104\frac{5}{8}$ kg. Wie schwer ist bei gleicher Stärke eine Schiene von 5 m Länge?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Bei $4\frac{1}{2}$ m Länge ist das Gewicht $104\frac{5}{8}$ kg

Fgs.: Bei 5 m Länge ist das Gewicht x.

Erkl. 254.

$$\frac{\overset{93}{\mathbf{837}}\cdot\mathbf{2}\cdot 5}{\mathbf{8}\cdot\underset{4}{\mathbf{9}}} = \frac{465}{4} = 116\frac{1}{4}$$

(die fetten Zahlen 837, 2, 8, 9 sind durchstrichen).

Ausrechnung.

Bei $\frac{9}{2}$ m Länge ist das Gewicht $\frac{837}{8}$ kg

„ 1 m „ „ „ „ $\frac{837\cdot 2}{8\cdot 9}$ kg

„ 5 m „ „ „ „ $\frac{837\cdot 2\cdot 5}{8\cdot 9}$ kg

d. s. 116,250 kg (siehe Erkl. 254).

Aufgabe 610. Eine Dampfmaschine hebt in gewisser Zeit 7200 cbm Wasser $27\frac{3}{10}$ m hoch. Wieviel Wasser würde diese Maschine bei gleichem Kohlenaufwande in derselben Zeit $54\frac{3}{5}$ m hoch heben?

Erkl. 255. Je höher das Wasser gehoben werden soll, um so weniger Kubikmeter können mit gleichem Kraftaufwande gehoben werden, daher umgekehrtes Verhältnis.

Auflösung. Umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: $27\frac{3}{10}$ m hoch werden 7200 cbm gehoben.

Fgs.: $54\frac{3}{5}$ m „ „ x „

Ausrechnung.

$\frac{273}{10}$ m hoch werden 7200 cbm gehoben

1 m „ „ $\frac{7200\cdot 273}{10}$ cbm gehoben

$\frac{273}{5}$ „ „ $\frac{7200\cdot 273\cdot 5}{10\cdot 273}$ cbm „

d. s. 3600 cbm (siehe Erkl. 255).

Aufgabe 611. $10\frac{5}{12}$ Gross Drahtstifte wiegen $3\frac{1}{6}$ ℔; wie schwer sind $15\frac{5}{8}$ Gross?

Erkl. 256. Beim Kopfrechnen würde diese Aufgabe in folgender Weise zu lösen sein:

$\frac{125}{12}$ —— $\frac{19}{6}$

$\frac{125}{4}$ —— $\frac{19}{2}$

$\frac{125}{8}$ —— $\frac{19}{4} = 4\frac{3}{4}$

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: $10\frac{5}{12}$ Gross wiegen $3\frac{1}{6}$ ℔

Fgs.: $15\frac{5}{8}$ „ „ x

Ausrechnung.

$\frac{125}{12}$ Gross wiegen $\frac{19}{6}$ ℔

1 „ wiegt $\frac{19\cdot 12}{6\cdot 125}$ ℔

$\frac{125}{8}$ „ wiegen $\frac{19\cdot 12\cdot 125}{6\cdot 125\cdot 8}$ ℔ $= 4\frac{3}{4}$ ℔

(siehe Erkl. 256).

Aufgabe 612. Welchen Querschnitt hat ein eiserner Stab von $6\frac{5}{6}$ m Länge, welcher gleiches Gewicht mit einem Stabe von $6\frac{14}{25}$ m Länge und $3\frac{3}{4}$ qcm Querschnitt hat?

Auflösung. Je länger der Stab ist, um so kleiner ist der Querschnitt bei gleichem Gewichte, daher umgekehrtes Verhältnis.

Bds.: Auf $6\frac{14}{25}$ m Länge kommen $3\frac{3}{4}$ qcm Querschnitt.

Fgs.: Auf $6\frac{5}{6}$ m Länge kommen x Querschnitt.

Ausrechnung.

Auf $\frac{164}{25}$ m Länge kommen $\frac{15}{4}$ qcm Querschnitt.

Auf 1 m Länge kommen $\frac{15 \cdot 164}{4 \cdot 25}$ qcm Querschnitt.

Auf $\frac{41}{6}$ m Länge kommen $\frac{15 \cdot 164 \cdot 6}{4 \cdot 25 \cdot 41}$ qcm Querschnitt $= 3\frac{3}{5}$ qcm

(siehe Erkl. 257).

Erkl. 257.

$$\frac{\overset{3}{\mathbf{15}} \cdot \overset{4}{\mathbf{164}} \cdot 6}{\mathbf{4} \cdot \underset{5}{\mathbf{25}} \cdot \mathbf{41}} = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

(die fetten Zahlen 4, 15, 164, 4, 25, 41 sind durchstrichen).

Aufgabe 613. Mache auf die Aufgabe 611 die Probe nach der Antwort 2 auf die Frage 81.

Auflösung. Es werde $10\frac{5}{12}$ Gross $= x$ gesetzt, dann lautet der

Bds.: Auf $4\frac{3}{4}$ ℔ gehen $15\frac{5}{8}$ Gross Stifte.

Fgs.: „ $3\frac{1}{6}$ ℔ „ x „

Ausrechnung.

Auf $\frac{19}{4}$ ℔ gehen $\frac{125}{8}$ Gross Stifte,

„ 1 ℔ „ $\frac{125 \cdot 4}{8 \cdot 19}$ Gross Stifte,

„ $\frac{19}{6}$ ℔ „ $\frac{125 \cdot 4 \cdot 19}{8 \cdot 19 \cdot 6}$ Gross Stifte

$= 10\frac{5}{12}$, wie zu erwarten war (s. Erkl. 258).

Erkl. 258. Im Kopfe gerechnet

$$\frac{19}{4} \text{ —— } \frac{125}{8}$$
$$\frac{19}{2} \text{ —— } \frac{125}{4}$$
$$\frac{19}{6} \text{ —— } \frac{125}{12} = 10\frac{5}{12}$$

Aufgabe 614. Mache auf die Aufgabe 612 die Probe nach der Antwort 2 auf die Frage 81.

Auflösung. Es sei $3\frac{3}{4}$ qcm $= x$, dann heisst der

Bds.: Auf $6\frac{5}{6}$ m Länge kommen $3\frac{3}{5}$ qcm Querschnitt.

Fgs.: Auf $6\frac{14}{25}$ m Länge kommen x Querschnitt.

Ausrechnung.

Auf $\frac{41}{6}$ m Länge kommen $\frac{18}{5}$ qcm Querschnitt.

Auf 1 m Länge kommen $\frac{18 \cdot 41}{5 \cdot 6}$ qcm Querschnitt.

Auf $\frac{164}{25}$ m Länge kommen $\frac{18 \cdot 41 \cdot 25}{5 \cdot 6 \cdot 164}$ qcm Querschnitt.

$= 3\frac{3}{4}$ qcm, was erwartet wurde (s. Erkl. 259).

Erkl. 259. Setzt man $6\frac{5}{6}$ m $= x$, so hat man:
- Zu $3\frac{3}{5}$ qcm gehört x,
- „ $3\frac{3}{4}$ qcm „ $6\frac{14}{25}$ m.

Setzt man $6\frac{14}{25}$ m $= x$, so ergiebt sich die Aufgabe:
- Zu $3\frac{3}{5}$ qcm gehört $6\frac{5}{6}$ m,
- „ $3\frac{3}{4}$ qcm „ x.

Aufgabe 615. Der Droguist M. Lambert in Berlin stellt dem Gastwirt Fischer daselbst am 18. Juli Rechnung aus über folgende Waren: Den 5. Mai 6 Pakete Stearinkerzen à 1,30 ℳ; d. 12. Mai ein Fässchen Rum $18\frac{1}{2}$ l à 2,65 ℳ; d. 2. Juni 850 Stück Weinkorke à 1,25 ℳ pr. 100 Stück; d. 7. Juni 150 Flaschen Selterswasser à 1,10 ℳ pr. 1 Dtz.; d. 21. Juni 375 g Morcheln à 1,60 ℳ pr. 100 g; d. 12. Juli 28 kg Seife à 5,50 ℳ pr. 10 kg.

Auflösung. Jeder einzelne Posten wird für sich ausgerechnet und in das Schema der Rechnung an seiner Stelle eingetragen. Dabei wird der geübte Rechner nicht jedesmal den Ansatz machen, sondern sofort die Ausrechnung vornehmen, zumal da es sich hier immer nur um gerade Verhältnisse handelt.

Fol. 77. **Berlin,** *am 18. Juli 1891.*

Rechnung

für Herrn Gastwirt **Hermann Fischer**, hier

von **Max Lambert**, Droguist.

1891			ℳ	₰
Mai	5	6 Pakete Stearinkerzen à 1,30 ℳ	7	80
„	12	$18\frac{1}{2}$ l Rum à 2,65 ℳ	49	03
Juni	2	850 Stück Weinkorke à 1,25 ℳ pr. 100 Stück . . .	10	63
„	7	150 Flaschen Selterswasser à 1,10 ℳ pr. Dtz. . . .	13	75
„	21	375 g Morcheln à 1,60 ℳ pr. 100 g	6	—
Juli	12	28 kg Seife à 5,50 ℳ pr. 10 kg	15	40
		Summa	102	61

b) Ungelöste Aufgaben.

b$_1$) Preisberechnungen.

Anmerkung 40. Diese Aufgaben sind ähnlich zu lösen wie No. 601, 602, 604, 607, 608.

Aufgaben.

616. Wie teuer sind 875 kg Weizen à ℳ 210,50 pr. 1000 kg?
617. „ „ „ 1250 kg Roggen à ℳ 195 pr. 1000 kg?
618. „ „ „ 4775 kg Gerste à ℳ 164,75 pr. 1000 kg?
619. „ „ „ 18340 kg Hafer à ℳ 145,50 pr. 1000 kg?
620. „ „ „ 490 kg Mais à ℳ 144 pr. 1000 kg?
621. „ „ „ 550 kg Erbsen à ℳ 210,20 pr. 1000 kg?
622. „ „ „ 6780 kg Weizenmehl No. 0 à ℳ 28,75 pr. 100 kg?
623. „ „ „ $825\frac{1}{2}$ kg Roggenmehl No. I à ℳ 27,75 pr. 100 kg?
624. Was kosten 1 kg 275 g fein Gold à ℳ 1391,20 pr. 500 g fein?
625. „ kosten 3 kg 564 g fein Silber à ℳ 69,35 pr. 500 g fein?
626. Wie teuer sind in Leipzig 5380,75 fl. ö. à ℳ 176,30 pr. 100 fl. ö.?
627. „ „ „ „ „ 48,50 Rb. à ℳ 243 pr. 100 Rb.?
628. „ „ „ „ „ £ 18.10.— à ℳ 102,20 pr. 5 £?

Aufgaben.

629. Wie teuer sind in Amsterdam 424,40 fs. à 55 $\frac{3}{4}$ fl. h. pr. 120 fs.?

630. „ „ „ „ Wien 83 $\frac{4}{5}$ £ à 114,60 fl. ö. pr. 10 £?

631. „ „ „ „ Warschau 4728,70 ℳ à 112,65 Rb. pr. 300 ℳ?

632. „ „ „ „ „ 876,10 fl. ö. à 99,90 Rb. pr. 150 fl. ö.?

633. „ „ „ „ Genua 14 750 Reïs à 6 £ pr. 1000 Reïs?

634. „ „ „ „ London 3469,75 fs. à 1 £ pr. 25,40 fs.?

635. Wieviel kosten 627 $\frac{1}{2}$ kg à ℳ 327,50 pr. 50 kg?

636. „ „ 3250 kg à ℳ 30,50 pr. 150 kg?

637. „ „ 783,5 ℔ à ℳ 546,50 pr. t (1 t = 2000 ℔)?

638. „ „ 173 Cwt. 1 Qr. 16 ℔ à £ 9. 12. 7 pr. Ton (20 Cwt.)?

639. „ „ 5840 Stück à ℳ 15,30 pr. Schock (60 Stück)?

640. „ „ 368 Stück à ℳ 2,84 pr. Dtz. (12 Stück)?

641. „ „ 176 Stück à ℳ 0,75 pr. Mandel (15 Stück)?

642. „ „ 436 Flaschen Wein à ℳ 81,75 pr. Anker (48 Flaschen)?

643. „ „ 3 Gross, wenn 7 Gross 8,96 ℳ kosten?

644. „ „ 36 Stück, wenn 64 Stück 55,50 ℳ kosten?

645. „ „ 118 $\frac{3}{4}$ ℔, wenn 56 $\frac{1}{4}$ ℔ 103,80 ℳ kosten?

646. „ „ 237 $\frac{1}{2}$ kg, wenn 162 $\frac{1}{2}$ kg 141 $\frac{3}{4}$ ℳ kosten?

---

b_2) Rechnungen.

Anmerkung 41. Diese Aufgaben sind ähnlich der gelösten Aufgabe 615 zu fertigen.

Aufgabe 647. Stelle in Form einer Rechnung auf: Lübeck, den 10. September für Tischlermeister Sander vom Holzhändler Sack. Den 5. Aug. 42 Stück Latten à 22 ₰; d. 12. Aug. 5 buchene Pfosten à ℳ 5,60; d. 20. Aug. 12 Stück Bretter à ℳ 2,50; den 1. Sept. 10 quadratisch geschnittene Pfähle à ℳ 2,25; d. 3. Sept. 250 Stück Zaunstangen à ℳ 3,60 pr. Schock; d. 9. Sept. 28 Bretter à ℳ 1,20.

Aufgabe 648. Fleischermeister Schultze, Aachen, fertigt den 1. Januar Rechnung aus für Herrn Müller daselbst über: Den 28. Nov. 2,270 kg Blutwurst à ℳ 1,90 pr. kg; den 3. Dez. 12 ℔ Hammelfleisch à 62 ₰; d. 7. Dez. 1 Rindszunge ℳ 3,50; d. 13. Dezember 5 $\frac{1}{2}$ kg Rindsfleisch à ℳ 1,30; d. 15. Dez. 1 Schinken von 11 $\frac{3}{4}$ ℔ à ℳ 1,85 pr. kg; d. 22. Dez. 8 $\frac{1}{4}$ ℔ Schweinefleisch à 58 ₰; d. 23. Dezember 1 Kalbskeule von 6 $\frac{1}{2}$ kg à ℳ 1,20; d. 28. Dez. 4 ℔ Lendenbraten à ℳ 1.

Aufgabe 649. Rechnung der Konservenhandlung von E. Kiessig, Leipzig, für Kaufmann Neumann in Halle über eine Sendung Konserven am 25. Okt.: 25 Dosen Riesenspargel à ℳ 3,50; 40 Dosen Stangenspargel à ℳ 1,60; 35 kg Zuckererbsen à 65 ₰; 54 kg Schnittbohnen à 57 ₰; 25 Dosen zu $\frac{1}{8}$ kg Morcheln à 45 ₰ pr. $\frac{1}{8}$ kg; 1 Anker Sardellen ℳ 92,50; 15 Dosen $\frac{1}{1}$ à ℳ 2,90 und 55 Dosen $\frac{1}{4}$ à 95 ₰ Sardinen à l'huile; 12 $\frac{1}{2}$ kg Braunschw. Mettwurst à ℳ 1,40 pr. $\frac{1}{2}$ kg; 18 $\frac{1}{2}$ kg Braunschw. Cervelatwurst à ℳ 1,70 pr. $\frac{1}{2}$ kg; 3 $\frac{1}{8}$ kg Kapern à ℳ 1,30 pr. $\frac{1}{2}$ kg.

Aufgabe 650. Die Ziegelei von M. Baumann stellt am 30. Mai dem Baumeister R. Schumann Rechnung aus über: Den 26. März 12500 Mauerziegel I à 1000 ℳ 30; 6250 Mauerziegel II à 1000 ℳ 25; 8500 Mauerziegel III à 1000 ℳ 21,50; d. 5. Mai 8750 Dachziegel à 1000 ℳ 26; d. 7. Mai 2350 Walmziegel à 1000 ℳ 200; den 8. Mai 6000 russ. Essenziegel à 1000 ℳ 34.

Aufgabe 651. Stelle in Form einer Rechnung auf: Kaufmann Taubert in Stuttgart hat an den Fabrikanten Wetzig daselbst geliefert: 3. Januar 41 ℔ Reis à 45 ₰; 12. Jan. 1 Hut Zucker ff. Raffinad von 13 ℔ à ℳ 63 pr. Zentner; 25. Jan. 1 Sack Mokkakaffee von $\frac{1}{4}$ Ztr. à ℳ 3,12 pr. Kilogramm; 25. Jan. 15 ℔ Portorico Kaffee à ℳ 1,35; 8. Febr. $\frac{1}{2}$ Fass Smyrnaer Rosinen von $\frac{3}{4}$ Ztr. à ℳ 54,60 pr. Zentner; 18. Febr. $15\frac{3}{4}$ ℔ süsse Mandeln à ℳ 1,40; 17. Febr. 1 Ballon Petroleum von 25 ℔ à 27 ℳ pr. Ztr.; 3. März 2 Kisten Zigarren à 250 Stück à ℳ 77,25 pr. Mille; 20. März 3,75 ℔ Maccaroni à 60 ₰.

Aufgabe 652. Rechnung der Zigarrenhandlung von W. in Bremen an S. in Leisnig über eine Sendung Zigarren und Tabak am 17. Aug. $2\frac{1}{2}$ Mille Kongo à ℳ 36 pro Mille; $1\frac{7}{10}$ Mille Superiores à ℳ 45 pro Mille; $1\frac{4}{10}$ Mille El Valido à ℳ 63 pro Mille; $\frac{8}{10}$ Mille Gloria à ℳ 74 pro Mille; $\frac{17}{20}$ Mille Gazeta à ℳ 112 pro Mille; $\frac{5}{40}$ Mille Punch à ℳ 190 pro Mille; 45 ℔ Varinas Canaster No. 00 à ℳ 4,85; 20 ℔ desgl. No. 1 à ℳ 1,29; 20 ℔ Portorico No. 1 à ℳ 1,05; 75 ℔ Maryland No. 1 à 88 ₰.

---

b_3) Aufgaben mit ganzen Zahlen.

Anmerkung 42. Diese Aufgaben sind zu rechnen wie die gelösten Beispiele 601 bis 603.

Aufgabe 653. Beim Ausbruche eines Krieges lagen in einer Festung 15000 Mann, welche für 4 Monate Lebensmittel hatten. Der Kommandant will mit dem Vorrat 1 Jahr reichen, um wieviel Mann muss er die Besatzung vermindern?

Aufgabe 654. A, B und C kauften zusammen 5 hl 35 l Wein, das Liter zu 1,12 ℳ A nahm $\frac{2}{10}$, B $\frac{3}{10}$ und C $\frac{5}{10}$; wieviel hatte jeder zu bezahlen?

Aufgabe 655. Eine Gesellschaft von 18 Personen bestellte sich in einem Gasthofe 18 Portionen Kaffee, die Portion zu 35 ₰. Als sie anfingen zu trinken, gesellten sich noch 3 Personen hinzu; wieviel musste jeder bezahlen?

Aufgabe 656. Ein Fuhrmann übernahm für ein bestimmtes Frachtgeld 27 Zentner 28 Meilen weit zu fahren, als er aber 23 Meilen weit gekommen war, erhielt er den Auftrag 12 Zentner abzuladen. Wie weit musste er nun den Rest für das bedungene Fahrgeld fahren?

Aufgabe 657. Bei einer Erbschaft von 4900 ℳ erhält jeder der Erben 612,50 ℳ Wieviel würde jeder bekommen haben, wenn das Erbe 34300 ℳ betragen hätte?

Aufgabe 658. 3 Arbeiter erhalten zusammen 148,84 ℳ Lohn für 54 Tage Arbeit. A hat 12 Tage, B 18 Tage und C den Rest der Zeit gearbeitet. Wieviel erhält jeder?

Aufgabe 659. Eine Lokomotive legt 146 300 m in 3 Stunden 10 Minuten zurück; welchen Weg wird sie bei derselben Geschwindigkeit in 3 Stunden 6 Minuten durchlaufen?

Aufgabe 660. Wieviel Liter Weingeist und wieviel Liter Wasser sind in a) 2,35 hl 60 prozentigem, b) 76 l 75 prozentigem, c) 7,40 hl 85 prozentigem Spiritus enthalten.

Andeutung. 60 prozentiger Spiritus bedeutet: in 100 l Spiritus sind 60 l Weingeist und 40 l Wasser.

Aufgabe 661. A kaufte 26 hl Korn und B zu demselben Preise 37 hl. B zahlte 214,50 ℳ mehr als A; wieviel hatte jeder zu zahlen?

Aufgabe 662. Ein Landmann hat für seine 33 Kühe bei Eintritt des Winters für 26 Wochen Futter. Er verkauft aber 9 Stück; wie lange wird nun sein Vorrat reichen?

Aufgabe 663. In ein Dorf soll aus der nächsten Stadt, welche 12 km entfernt ist, ein Arzt geholt werden. Der Bote ist im stande 1 km in 9 Minuten zurückzulegen; er kann aber ein Fahrrad benutzen, mit Hilfe dessen er 8 km in 30 Minuten zurücklegen könnte, freilich müsste er dann des unfahrbaren Weges halber einen Umweg von 18 km machen. Was ist zu wählen?

Aufgabe 664. Der Tuchhändler P soll 570 m 1 m breites Manteltuch für Soldaten liefern. Er bietet aber statt dessen 85 cm breites Tuch an. Man nimmt sein Anerbieten an; wieviel Meter hat P zu liefern?

Aufgabe 665. A kauft für seinen Garten 56 Obstbäumchen, das Stück zu 1,35 ℳ 13 Stück wachsen aber nicht an; wie teuer kommt ihm nun jedes der übrigen Bäumchen zu stehen?

Aufgabe 666. Zwei Personen beziehen eine Doppelladung böhmischer Braunkohlen, welche auf dem Werke 45 ℳ kostet, während die Fracht 82,75 ℳ, Anfuhre und Arbeitslohn zusammen 18,50 ℳ betragen. Die Kohlen werden auf 9 Fuhren verteilt, von denen die erste Person 5, die zweite 4 erhält. Wieviel hat jeder zu bezahlen?

Aufgabe 667. Die Schweiz zählte nach der letzten Volkszählung 2 933 612 Einwohner. Von 1000 Einwohnern sprachen 713 deutsch, 218 französisch, 53 italienisch, 13 romanisch. Wieviel a) Deutsche, b) Franzosen, c) Italiener, d) Romanen gab es in der Schweiz?

Aufgabe 668. Mache auf die Aufgaben 653—656 die Probe nach der Antwort 2 auf Frage 81.

Anmerkung 43. Aehnliche Aufgaben sind aus Abschnitt E No.: 818, 819, 849 bis 851, 879 bis 884, 910 bis 912, 944 bis 948, 977 bis 979, 1002, 1003, 1028 bis 1033, 1055 bis 1058, 1081 bis 1083, 1111 bis 1114, 1136.

---

b_4) Aufgaben mit Decimalbrüchen.

Anmerkung 44. Diese Aufgaben sind zu rechnen wie die gelösten Aufgaben 604 bis 606.

Aufgabe 669. Ein gebrannter Kalkstein von 2,028 kg Gewicht wog vor dem Brennen 3.900 kg. a) Wieviel werden $7\frac{1}{2}$ Tonnen solcher ungebrannten Steine nach dem Brennen wiegen? b) Wieviel Steine muss man brennen, um 1 Tonne gebrannter Steine zu erhalten? (Bis auf ganze Kilogramm zu berechnen.)

Aufgabe 670. In einer Stadt wird der einfache Steuersatz für Gemeindeanlagen 6,1 mal, für Schulanlagen 4,8 mal, für Kirchenanlagen 1,5 mal erhoben. A zahlt an Gemeindeanlagen 41,48 ℳ; wieviel hat er im ganzen städtische Steuer zu zahlen?

Aufgabe 671. Ein Garnvorrat reicht für 187,68 m Tuch, wenn dasselbe 1,25 m breit sein soll. Wie breit darf man das Tuch machen, wenn die Länge desselben 340 m betragen soll?

Aufgabe 672. Ein Fuhrmann hat übernommen, 7,36 Ztr. 8,400 km weit zu fahren. Beim Aufladen findet sich, dass die Ware 10,50 Ztr. wiegt. Wie weit wird er diese Ware für dasselbe Geld fahren?

Aufgabe 673. Mache zu den Aufgaben 669 bis 672 die Probe nach der Antwort 2 auf die Frage 81.

Aufgabe 674. An eine Landstrasse von 8,580 km Länge sollen zu beiden Seiten Obstbäume gepflanzt werden, die a) 6,5, b) 7,8 m weit auseinanderstehen. Wieviel Bäume sind nötig?

Andeutung. Aehnlich der gelösten Aufgabe 605.

Aufgabe 675. Wie weit müssen an einer Landstrasse von 8,580 km Länge die Bäume auseinander gepflanzt werden, wenn man 1718 Bäume hat?

Andeutung. Beachte, dass am Anfange ein Paar stehen muss.

Aufgabe 676. Als 1 Sack Kaffee 190,50 ℳ kostete, konnte 1 ℔ für 1,75 ℳ verkauft werden. Wieviel Gramm wird man für 1,75 ℳ geben können, wenn der Sack um 15,25 ℳ teurer geworden ist?

Aufgabe 677. 1889 kam auf den Kopf der Bevölkerung in Berlin 194 l Bier und der Verbrauch bezifferte sich insgesamt auf 2 898 492 hl. Wie gross war hiernach die Einwohnerzahl Berlins? (Bis auf die Tausender abzurunden.)

Aufgabe 678. Ein Arbeiter verdiente täglich 3,25 ℳ; er brauchte wöchentlich 18 ℳ 7 ₰. Nach einiger Zeit hatte er sich 23,69 ℳ gespart; in wieviel Wochen hatte er dies erübrigt?

Aufgabe 679. A erhält 16 Flaschen Wein, das Dutzend zu 22,20 fs, 30 Flaschen das Dutzend zu 29,28 fs, und 6 Flaschen, das Dutzend zu 35 fs. Er bezahlt 100 ℳ; wieviel erhält er zurück?

Andeutung. Die Francs sind entweder in Mark oder die Mark in Francs umzurechnen (1 fs. = 80 ₰).

Aufgabe 680. Ein Kaufmann erhielt 4 Kisten Waren, deren Bruttogewicht war: 166,89 kg; 198,578 kg; 205,9 kg und 236,08 kg; die Tara betrug für die einzelnen Kisten 16,8 kg; 10,1 kg; 12 kg; 18,12 kg. Für 100 kg Netto wurden ℳ 23,25 gerechnet. Wieviel betrug die ganze Rechnung?

Aufgabe 681. Ein Beamter gab wöchentlich 37,50 ℳ aus und reichte mit seinem Gelde 52 Wochen. Wie lange würde er gereicht haben, wenn seine wöchentliche Ausgabe nur 35,25 ℳ betragen hätte?

Aufgabe 682. Wenn die Unkosten auf 89 Ztr. 57,5 ℔ 517,875 ℳ betragen, wieviel kommt davon a) auf 27 Ztr. 18,5 ℔, b) auf 36 Ztr. 87,5 ℔?

Aufgabe 683. 1888 betrug die Einfuhr von Gewürznelken über Hamburg 118 200 kg im Werte von 189 160 ℳ. Wie hoch beläuft sich der Bruttoertrag jener Warenmenge, wenn 0,5 kg im Kleinverkauf 1,75 ℳ zu stehen kommen?

Aufgabe 684. Wenn A täglich 7,50 ℳ ausgiebt, so macht er jährlich 237,50 ℳ Schulden. Wieviel muss er täglich ausgeben, um noch 310 ℳ zu ersparen?

Andeutung. Es ist erst zu berechnen, wieviel er bei 7,50 ℳ täglicher Ausgabe jährlich braucht.

Anmerkung 45. Aehnliche Aufgaben sind aus Abschnitt E No.: 820 bis 822, 852, 885 bis 887, 913, 914, 949, 950, 980, 981, 1004 bis 1006, 1034, 1035, 1059, 1060, 1084, 1085, 1115, 1116, 1137, 1138.

---

b_5) Aufgaben mit gewöhnlichen Brüchen.

Anmerkung 46. Diese Aufgaben sind zu rechnen wie die gelösten Aufgaben 607 bis 612.

Aufgabe 685. Aus $21\frac{3}{4}$ l Milch erhält man $\frac{3}{4}$ kg Butter. Wieviel Butter geben $159\frac{1}{2}$ l Milch?

Aufgabe 686. Aus 10 kg rohem Kaffee erhält man nur $8\frac{1}{2}$ kg gebrannten; wieviel rohen Kaffee braucht man sonach zu $13\frac{3}{5}$ kg gebrannten?

Aufgabe 687. Mache zu den Aufgaben 685 und 686 die Probe nach der Antwort 2 zu Frage 81.

Aufgabe 688. Wieviel Stück Tapeten braucht man, wenn die Wände eines Zimmers 78 qm haben, und 1 Stück Tapete $\frac{4}{5}$ m breit und $6\frac{1}{2}$ m lang ist?

Aufgabe 689. Eine chemische Anstalt zu Darmstadt hat festgestellt, dass ein Brot 1. Sorte, welches frisch gebacken $2\frac{1}{2}$ kg wog, nach 1 Tage $\frac{1}{20}$ kg und nach 6 Tagen $\frac{3}{20}$ kg an Gewicht durch Verdunstung von Wasser verloren hatte. Wie schwer wird demnach ein Brot sein, welches frisch gebacken 8 ℔ wiegt, wenn man es a) nach 1 Tage, b) nach 6 Tagen kauft?

Aufgabe 690. Bezahlt jemand monatlich $16\frac{1}{2}$ ℳ, so trägt er seine Schuld in $5\frac{1}{3}$ Jahren ab; in welcher Zeit aber, wenn er monatlich $19\frac{1}{5}$ ℳ bezahlt?

Aufgabe 691. Setzt man an eine Strasse die Bäume $4\frac{1}{4}$ m weit auseinander, so braucht man 8932 Stück. Wieviel sind nötig, wenn man sie in einer Entfernung von $3\frac{17}{20}$ m setzt?

Aufgabe 692. A verkaufte $\frac{5}{12}$ seines Feldgrundstückes für $3705\frac{3}{10}$ ℳ an B und in demselben Preise $\frac{2}{9}$ an C. Wieviel hatte C zu zahlen?

Aufgabe 693. Wenn $152\frac{1}{4}$ Ztr. frisches Heu nach $\frac{1}{2}$ Jahre noch $131\frac{19}{20}$ Ztr. wiegen, um wieviel nehmen nach derselben Zeit $123\frac{3}{4}$ Ztr. an Gewicht ab?

Aufgabe 694. Ein Landmann besitzt 12 Pferde. Giebt er jedem täglich $6\frac{1}{2}$ l Hafer, so reicht sein Vorrat $5\frac{1}{6}$ Monate. a) Wie lang kommt er mit dem Vorrat aus, wenn er jedem täglich $7\frac{3}{4}$ l giebt? b) Wieviel darf er täglich jedem Pferde geben, wenn er $10\frac{5}{6}$ Monat reichen will? c) Wieviel hl betrug sein Vorrat? d) Welchen Wert hatte der Hafer, das Hektoliter zu $6\frac{3}{4}$ ℳ gerechnet?

Aufgabe 695. Aus einem Garnvorrat können $79\frac{1}{5}$ m Leinwand gewebt werden, wenn dieselbe $1\frac{3}{8}$ m breit sein soll. Wieviel Meter können aus demselben Garn verfertigt werden a) von $2\frac{1}{5}$ m, b) von $1\frac{1}{8}$ m Breite?

Aufgabe 696. A in Barmen sendet 5 Fässer Waren nach Frankfurt, das 1. wiegt 185 kg, das 2. $165\frac{1}{2}$ kg, das 3. 485,15 kg, das 4. $784\frac{7}{20}$ kg, das 5. 235,39 kg. Für 1 Doppelzentner zahlt er $11\frac{3}{10}$ ℳ Fracht. Wieviel beträgt die ganze Fracht?

Anmerkung 47. Aehnliche Aufgaben sind aus Abschnitt E No.: 823, 824, 853 bis 855, 888, 915, 916, 951, 952, 982, 1007, 1036, 1061, 1086, 1117, 1139.

B3. Ueber das Lösen von Regeldetriaufgaben vermittelst Proportionen.

Anmerkung 48. Der Bruchsatz hat im Kampfe mit der Proportion nur allmählich an Boden gewonnen. Wurde zu Beginn dieses Jahrhunderts die letztere fast ausschliesslich zum Lösen von Regeldetriaufgaben verwendet, so finden sich gegen die Mitte beide Arten nebeneinander behandelt (z. B. in den für die Methodik der Arithmetik so wichtigen Rechenbüchern von Diesterweg und Heuser, Praktisches Rechenbuch für Schulen, 17. Aufl. 1848, Seite 102 ff.). Erst nach der Einigung Deutschlands im Jahre 1870 erschienen ministerielle Verordnungen, (in Sachsen am 7. Nov. 1878) welche bestimmten, dass in den Volksschulen zum Lösen der Regeldetri der Einheitsschluss, also der Bruchsatz, anzuwenden sei, worauf dann für die höheren Schulen bald ähnliche Bestimmungen folgten. Heute findet der Bruchsatz in den Schulen wohl allgemeine Anwendung, obwohl wir den Proportionen noch in einigen als gut anerkannten Lehrbüchern der kaufmännischen Arithmetik begegnen.

Ein Lehrbuch aber, welches, wie das vorliegende, die Schlussrechnung in ausführlicher Weise behandelt, muss auch die Lösung durch Proportionen erwähnen, sei es auch nur, um dem geschichtlichen Interesse Rechnung zu tragen. Dadurch ist die Aufnahme und die Kürze dieses Abschnittes gerechtfertigt.

Dem Anfänger wird geraten, diesen Abschnitt zu überschlagen.

Frage 82. Was versteht man unter einer Proportion im allgemeinen?

Erkl. 260. Von den verschiedenen Arten der Verhältnisse (siehe Erkl. 10) kommt hier nur das geometrische in Betracht. Die Lehre der Proportionen ist ausführlicher behandelt in Staudachers Lehrbuch der Elemente der Buchstabenrechnung, der Verhältnisse u. Proportionen.

Antwort. Eine Proportion ist die Gleichsetzung zweier Verhältnisse (siehe Erkl. 260) durch das Gleichheitszeichen.

Frage 83. Was versteht man unter dem geometrischen Verhältnisse zweier Grössen?

Erkl. 261. Hier kommen nur Verhältnisse gleichbenannter Grössen in Betracht. Verhältnisse sind immer reine, d. h. unbenannte Zahlen.

Antwort. Das geometrische Verhältnis zweier Grössen ist der Quotient derselben. Daher müssen beide Grössen entweder unbenannt oder gleichbenannt sein (siehe Erkl. 29 No. 4 und Erkl. 261).

Frage 84. Wie schreibt und liest man a) ein Verhältnis, b) eine Proportion?

Erkl. 262. Die Höhe der Schneekoppe verhält sich zu der des Montblanc wie 1 : 3 bedeutet: Beträgt die Höhe der Schneekoppe 1 Längeneinheit, so hat die des Montblanc 3 solche Einheiten. Die Flächen zweier Felder verhalten sich wie 2 : 7 heisst: Hat das eine Feld 2 Flächeneinheiten, so kommen dem andern 7 solche Einheiten zu.

Antwort. a) Das geometrische Verhältnis zweier Zahlen z. B. 7 und 9 wird geschrieben „7 : 9" und wird gelesen „7 verhält sich zu 9" oder „7 zu 9" (siehe Erkl. 262).

b) Eine Proportion, z. B. die zwischen den beiden gleichen Verhältnissen 7 : 9 und 14 : 18 wird geschrieben:

$$7 : 9 = 14 : 18$$

und wird gelesen: „7 verhält sich zu 9 wie 14 : 18".

Frage 85. Welche Beziehung findet zwischen den 4 Gliedern einer Proportion immer statt?

Erkl. 263. Für die Proportion:

$7 : 9 = 14 : 18$ gilt $9 \cdot 14 = 7 \cdot 18$

für $a : b = c : d$ gilt $b \cdot c = a \cdot d$.

Antwort. Das Produkt der inneren Glieder einer Proportion ist gleich dem Produkte der äusseren Glieder (siehe Erkl. 263).

Frage 86. Wie bildet man zu einer Regeldetriaufgabe die Proportion?

Erkl. 264. In das 1. und 2. Glied der Proportion kommen die Ursachen zu stehen, wenn nach der Wirkung gefragt ist, oder die Wirkungen, wenn die Ursache ermittelt werden soll.

Antwort. Man setzt das unbekannte Glied an die 4. und das gegebene Glied des Fragesatzes an die 2. Stelle. Die Glieder des Bedingungssatzes setzt man an die 1. und 3. Stelle, so dass die beiden ersten und die beiden letzten Glieder gleiche Benennungen erhalten (siehe Erkl. 264).

Frage 87. Wie findet man aus einer solchen Proportion bei direktem Verhältnisse das Ergebnis?

Erkl. 265. Der Grund für die Richtigkeit dieses Verfahrens liegt in dem in der Antwort zur Frage 85 angeführten Satze.

Antwort. Das Ergebnis findet man bei direktem Verhältnisse, wenn man das Produkt des 2. und 3. Gliedes durch das 1. Glied dividiert (siehe Erkl. 265).

Frage 88. Wie findet man aus einer nach der Antwort zur Frage 86 aufgestellten Proportion das Ergebnis bei indirektem Verhältnisse?

Antwort. Ist das Verhältnis ein indirektes, so muss das erste Verhältnis der Proportion umgekehrt werden, d. h. das zweite Glied ist zum 1. und das erste zum 2. zu machen. Die Ausrechnung erfolgt dann in der in voriger Antwort angegebenen Weise (siehe Erkl. 266).

Es empfiehlt sich, die Ausrechnung ohne Benennung vorzunehmen und dieselbe erst am Schlusse dem Ergebnisse beizufügen.

Erkl. 266. Ist in einer Proportion das 1. Verhältnis ein steigendes, z. B. 5 : 7, so muss auch das 2. ein steigendes sein; ist das 1. ein fallendes, z. B. 7 : 5, so muss auch das 2. ein fallendes sein. Da nun beim umgekehrten Verhältnisse einem steigenden (fallenden) Verhältnisse der ersten Sorte ein fallendes (steigendes) der zweiten Sorte entspricht, so muss eben, um das zweite Verhältnis richtig bestimmen zu können, das erste umgekehrt werden. (Betreffs weiterer Erklärung siehe Staudachers Lehrbuch der Elemente der Buchstabenrechnung, der Verhältnisse u. Proportionen.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 697. Eine Summe soll so unter zwei Personen geteilt werden, dass die zweite 3 ℳ erhält, wenn die erste 5 ℳ bekommt. Wieviel Mark erhält die zweite Person, wenn der Anteil der ersten 525 ℳ beträgt?

Auflösung. Gerades Verhältnis.

Bds.: Auf je 5 ℳ kommen im ganzen 525 ℳ
Fgs.: „ „ 3 ℳ „ „ „ x.

Ausrechnung.

1. 2. 2. 4. Stelle

$$5 : 3 = 525 : x$$

$$x = \frac{525 \cdot 3}{5} = 315$$

Die zweite Person erhält 315 ℳ (s. Erkl. 267).

Erkl. 267. Vermittelst des Einheitsschlusses findet man:

$$5 - 1 - 3 \;\Big|\; 525 - \frac{525}{5} - \frac{525 \cdot 3}{5}$$

Aufgabe 698. Die Länge des Rheins verhält sich zur Länge der Elbe wie 76 : 55. Wie lang ist der Rhein, wenn die Stromlänge der Elbe 990 km beträgt?

Auflösung. Das Verhältnis 76 : 55 bedeutet (siehe Erkl. 262): Hat die Länge des Rheins 76 Einheiten, so hat die der Elbe 55 solcher Einheiten. Also:

Bedingungssatz: 55 Einheiten sind 990 km.
Fragesatz: 76 „ „ x.

Ausrechnung.

1. 2. 3. 4. Stelle.

55 : 76 = 990 : x; gerades Verhältnis,

also: $x = \frac{990 \cdot 76}{55} = 1368.$

Die Stromlänge des Rheins beträgt 1368 km (siehe Erkl. 268).

Erkl. 268. Nach dem Bruchsatze findet man:

$$55 \text{ ——— } 990$$

$$1 \text{ ——— } \frac{990}{55}$$

$$76 \text{ ——— } \frac{990 \cdot 76}{55} = 1368$$

Aufgabe 699. Wenn sich der englische Fuss zum Meter verhält wie 13 : 4, wieviel Meter sind dann 669,5 engl. Fuss?

Erkl. 269. Der Bruchsatz ergiebt:

$$13 \text{ ——— } 4$$

$$1 \text{ ——— } \frac{4}{13}$$

$$669{,}5 \text{ ——— } \frac{4 \cdot 669{,}5}{13} = 206$$

Auflösung. Das Verhältnis 13 : 4 bedeutet (siehe Erkl. 262): 13 engl. Fuss sind 4 m.

Bedingungssatz: 13 Fuss sind 4 m.
Fragesatz: 699,5 „ „ x.

Ausrechnung.

1. 2. 3. 4. Stelle.

13 : 4 = 669,5 : x; gerades Verhältnis,

also: $x = \frac{669{,}5 \cdot 4}{13} = 206.$

669,5 engl. Fuss sind 206 m (s. Erkl. 269).

Aufgabe 700. Ein Goldarbeiter will 360 g $\frac{900}{1000}$ feines Münzgold durch Kupferzusatz auf 500 g bringen. Wie fein wird die Legierung (siehe Erkl. 270) nun sein?

Erkl. 270. Legierung nennt man überhaupt das Zusammenschmelzen zweier oder mehrerer Metalle und dann auch das dadurch entstandene gemischte Metall. Hauptsächlich aber bedient man sich dieses Wortes für die Vermischung des Goldes und Silbers mit Kupfer, welches denselben sowohl zu den Münzen als auch zu jeder andern Art von Verarbeitung zugesetzt wird. (Die Vermischung des Goldes mit Kupfer nannte man früher Karatierung.)

Auflösung. Man hat als Ansatz:

Bds.: 360 g Mischung sind $\frac{900}{1000}$ fein.
Fgs.: 500 g „ „ x fein.

Ausrechnung. Je mehr Kupfer einer Goldlegierung zugesetzt wird, um so geringer ist der Feingehalt, daher umgekehrtes Verhältnis.

1. 2. 3. 4. Stelle.

$$360 : 500 = \frac{900}{1000} : x,$$

da umgekehrtes Verhältnis stattfindet, muss das 1. Verhältnis der Proportion umgekehrt werden. Man findet:

$$500 : 360 = \frac{900}{1000} : x \text{ und daraus}$$

$$x = \frac{900 \cdot 360}{1000 \cdot 500} = \frac{648}{1000}$$

Die Legierung wird $\frac{648}{1000}$ fein.

Aufgabe 701. Der deutsche Einfuhrzoll von Zigarren und Tabak verhält sich wie 54 : 17. Wieviel Tabak muss eingeführt werden, um denselben Zollertrag zu liefern als 8500 Ztr. Zigarren?

Erkl. 271. Kürzer lässt sich die Proportion in folgender Weise aufstellen: Das eine Verhältnis ist 54 : 17, das andere 8500 : x. Da letzteres ein steigendes sein muss (denn mehr Zentner Tabak liefern denselben Zollertrag wie 8500 Ztr. Zigarren), muss das erstere auch ein steigendes sein, also umgekehrt werden. Man hat also:

17 : 54 = 8500 : x u. s. f.

Auflösung. Das Verhältnis 54 : 17 bedeutet nach der Erkl. 262: Wenn für eine bestimmte Gewichtsmenge Zigarren 54 Geldeinheiten Zoll entrichtet werden, so sind für dieselbe Gewichtsmenge Tabak nur 17 Geldeinheiten Zoll zu bezahlen. Also:

Bds.: 54 Geldeinheiten gehören zu 8500 Ztr. Zigarren.
Fgs.: 17 Geldeinheiten gehören zu x Tabak.

Ausrechnung.

1. 2. 3. 4. Stelle

54 : 17 = 8500 : x

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

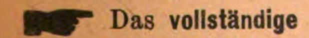
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.


Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

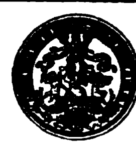
Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

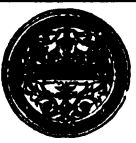


940. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 929. — Seite 129—144.
Mit 4 Figuren.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

System Kleyer bearbeitet von Dr. R. Olbricht.

… v. Heft 929. — Seite 129—144. Mit 4 Figuren.

Inhalt:

Stuttgart 1891.

…rlag von Julius Maier.

Nach dem Bruchsatze gerechnet:

Ist der Zoll 54, so geben 8500 Ztr. einen best. Ertrag.

Ist der Zoll 1, so geben 8500·54 Ztr. denselben Ertrag.

Ist der Zoll 17, so geben $\frac{8500 \cdot 54}{17}$ Ztr. denselben Ertrag.

Da dieselbe Gewichtsmenge Tabak weniger Zoll liefert, so muss ich, um denselben Zollertrag zu erhalten, mehr Tabak einführen, also indirektes Verhältnis. Somit ist das 1. Verhältnis umzukehren:

$$17 : 54 = 8500 : x$$

daraus folgt:

$$x = \frac{8500 \cdot 54}{17} = 27\,000$$

27 000 Ztr. Tabak liefern denselben Zollertrag wie 8500 Ztr. Zigarren (s. Erkl. 271).

Aufgabe 702. Das deutsche Zwanzigmarkstück verhält sich zum englischen Pfund Sterling dem Goldwerte nach wie 500 : 513. Wieviel Pfund Sterling haben denselben Goldwert als 342 Zwanzigmarkstücke?

Erkl. 272. Kürzer findet man die Proportion, wenn man das gegebene Verhältnis gleich benutzt:

$$500 : 513 = 342 : x$$

Da aber das 2. Verhältnis ein fallendes sein muss (denn weniger Pfund Sterling haben denselben Wert, wie 342 Zwanzigmarkstücke), so muss das 1. Verhältnis auch ein fallendes sein, also umgekehrt werden, daher:

$$513 : 500 = 342 : x$$

wie vorhin.

Nach dem Bruchsatze findet man:

Hat 1 Stück 500 Teile, so geben 342 Stück eine best. Goldmenge.

Hat 1 Stück 1 Teil, so geben 342·500 Stück dieselbe Goldmenge.

Hat 1 Stück 513 Teile, so geben $\frac{342 \cdot 500}{513}$ St. dieselbe Goldmenge.

Auflösung. Das Verhältnis 500 : 513 bedeutet (siehe Erkl. 262): Sind in 1 Zwanzigmarkstück 500 Teile Gold, so sind in 1 Pfund Sterling 513 solcher Teile. Also ist der

Bds.: 342 Zwanzigmarkstücke enthalten eine bestimmte Menge Gold, jedes 500 Teile.

Fgs.: x Pfund Sterling enthalten dieselbe Menge Gold, jedes 513 Teile. Das Pfund Sterling enthält mehr Gold, also liefern weniger Pfund Sterling dieselbe Goldmenge. Daher indirektes Verhältnis.

Ausrechnung.

1. 2. 3. 4. Stelle

$$500 : 513 = 342 : x.$$

Erstes Verhältnis umgekehrt, giebt:

$$513 : 500 = 342 : x$$

und daraus folgt:

$$x = \frac{342 \cdot 500}{513} = 333\frac{1}{3}$$

$333\frac{1}{3}$ Pfund Sterling haben denselben Goldgehalt wie 342 Zwanzigmarkstücke (siehe Erkl. 272).

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 703. $6\frac{1}{2}$ Arroba (span.) sind 104,89 l; wieviel Liter geben a) $9\frac{3}{4}$, b) $8\frac{2}{3}$, c) $5\frac{5}{12}$ Arroba?

Aufgabe 704. Wenn $3\frac{3}{4}$ Bogen $131\frac{17}{20}$ ℳ zu drucken kosteten, wie hoch werden a) $5\frac{1}{4}$, b) $4\frac{1}{2}$, c) $3\frac{1}{4}$ solche Bogen kommen?

Aufgabe 705. Eine Dampfmaschine von 25 Pferdekräften braucht zu einer Arbeit 21 Tage; wieviel eine andere von 15 Pferdekräften?

Aufgabe 706. Eine Besatzung von 1200 Mann hat Lebensmittel für $10\frac{1}{2}$ Monate; sie kann aber erst nach 14 Monaten neue Zufuhr erwarten. Wieviel Mann müssen ausmarschieren, wenn kein Mangel eintreten soll?

Aufgabe 707. Die Höhe der Schneekoppe verhält sich zu der des Montblanc wie 1 : 3. Wie hoch ist die Schneekoppe, wenn die Höhe des Montblanc 4810 m beträgt?

Aufgabe 708. Das deutsche Fünfmarkstück verhält sich zum französischen Fünffrankstück dem Silberwert nach wie 10 : 9. Welche Summe in silbernen Fünffrankstücken hat demnach den gleichen Wert wie a) 540, b) 17190, c) 5310 ℳ in silbernen Fünfmarkstücken?

Aufgabe 709. Die Längen zweier Landstrassen verhalten sich wie 16 : 23. Wie gross ist die längere, wenn die kürzere ist a) 8,880 km, b) 12,560 km, c) 32,960 km?

Aufgabe 710. Der deutsche Einfuhrzoll von Kaffee und Thee verhält sich wie 2 : 5. Wieviel Kaffee muss eingeführt werden, um denselben Zollertrag zu liefern wie 12 760 Zentner Thee?

Aufgabe 711. Die Arbeitsleistungen von Pferd und Ochse verhalten sich wie 75 : 47. In welcher Zeit würde ein Ochsengespann den Acker umpflügen, der durch ein Pferdegespann in a) 2 St. 21 Min., b) 3 St. 55 Min., c) 3 St. 8 Min. umgepflügt wird?

Aufgabe 712. Die Heizkraft des Fichtenholzes verhält sich zu der des Buchenholzes wie 15 : 17. Wieviel Raummeter des letzteren würden 100 Raummeter des ersteren ersetzen?

Aufgabe 713. Die Einnahmen einer Gesellschaft in zwei aufeinander folgenden Monaten verhielten sich wie 133 : 143. Im ersten Monat betrug die Einnahme 59 850 ℳ. Wie hoch war sie im folgenden Monat?

Aufgabe 714. Der deutsche Zentner verhält sich zum englischen Hundredweight wie 125 : 127. Wieviel Cwt. sind a) 174 Ztr. $62\frac{1}{2}$ ℔, b) 114 Ztr. 30 ℔? Wieviel Zentner sind c) 93 Cwt. 3 Qrs., d) 109 Cwt. 1 Qr. 14 ℔?

Anmerkung 49. Weitere Aufgaben mit Verhältnisbestimmungen finden sich ausser in Staudachers Lehrbuch der Proportionen im Abschnitt E No.: 825, 856, 889, 890, 917, 934, 969, 989, 1007, 1014, 1043, 1062, 1072, 1087, 1118, 1140.

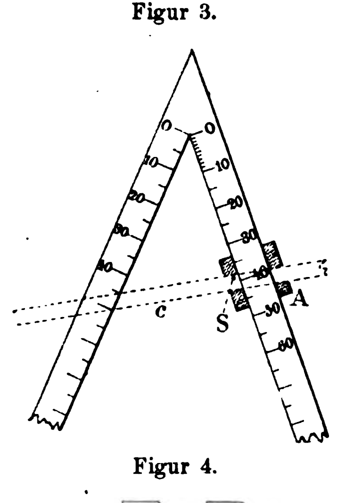
B₄. Ueber ein mechanisches Hilfsmittel zum Lösen von Regeldetriaufgaben mit geradem Verhältnisse.

Frage 89. Welches mechanische Hilfsmittel kann man sich anfertigen, das die Ergebnisse von Regeldetriaufgaben mit geradem Verhältnisse ohne Rechnung auffinden lässt? (siehe Erkl. 273.)

Antwort. Man lasse sich 2 Lineale anfertigen und unter einem spitzen Winkel fest mit einander verbinden (siehe Figur 3). Sodann klebe man auf

Erkl. 278. Die Beschreibung dieser Maschine ist entnommen aus Braun, der junge Mathematiker und Naturforscher, Leipzig 1876, p. 194, nur ist dem Klötzchen A eine die Brauchbarkeit erhöhende Form gegeben worden.

Figur 3.



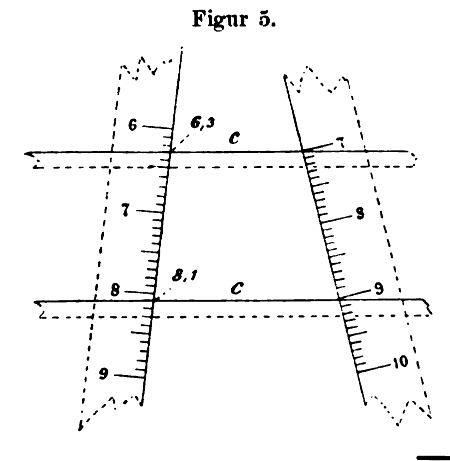
Figur 4.

S

c

A

Figur 5.



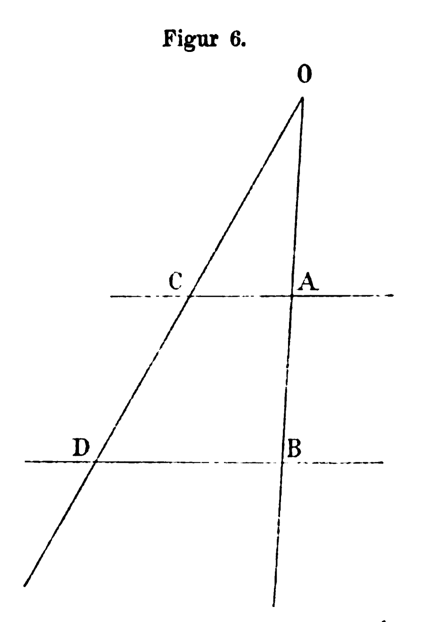
jedes derselben eine ganz beliebige Teilung (etwa eine Millimeterteilung aus Papier, welche überall zu kaufen ist), so dass sie an den inneren Rand der Lineale zu liegen kommen, und ihre Anfangspunkte im Scheitel des Winkels zusammenstossen. Auf einem Holzklötzchen A (siehe Fig. 3 und 4), welches einen Einschnitt hat, in den der eine jener Massstäbe genau hineinpasst, so dass es an ihm fortgeschoben werden kann, dreht sich mit Reibung ein 3. Lineal (c) um einen Stift (S). Dieser muss möglichst nahe dem Massstabe liegen und möglichst nahe am Rande (in der Figur der obere) des Lineals c dasselbe durchsetzen.

Soll nun eine Aufgabe gelöst werden, z. B. 7 kg kosten 6,30 ℳ; was kosten 9 kg, so wird das bewegliche Lineal c auf die Zahlen des Bedingungssatzes (hier 7 und 6,3) eingestellt, und dann das Klötzchen A mit dem Lineal so weit auf der zur gleichbenannten Zahl des Bedingungssatzes (hier 7) entsprechenden Seite verschoben, bis letzteres auf die gegebene Zahl des Fragesatzes (hier 9) zeigt, wobei das Lineal immer mit sich parallel bleiben muss (siehe Fig. 5). An der Stelle nun, wo das Lineal den anderen Schenkel schneidet, ist unmittelbar der gesuchte Preis abzulesen. Dabei muss beachtet werden, dass für das Ablesen der innerste (und hier der oberste) Schnittpunkt des Lineals mit dem Massstabe zu wählen ist. (Für das angeführte Beispiel ergiebt sich 8,1; also 8 ℳ 10 ₰.)

Frage 90. Worauf beruht die Richtigkeit dieses Hilfsmittels?

Antwort. Die Geometrie lehrt (siehe Kleyers Lehrbuch der Planimetrie), dass 2 parallele Linien auf den Schenkeln eines Winkels Stücke abschneiden,

Figur 6.



die in gleichem Verhältnisse stehen (siehe Fig. 6). Es verhält sich also:

$$OA:OB = OC:OD.$$

Sind nun die Strecken OA, OB und OC gegeben, so findet man die zu OC gehörende Strecke OD, welche in demselben Verhältnisse steht wie $OA:OB$, indem man durch B die Parallele zu AC legt.

Dieser Satz findet bei der beschriebenen Maschine Anwendung.

Mit Hilfe dieses Satzes haben die alten Griechen, bei denen die Rechenkunst infolge ihrer mangelhaften Zahlbezeichnung wenig ausgebildet war, Regeldetriaufgaben gelöst.

C. Ueber die zusammengesetzte Schlussrechnung.

(Zusammengesetzte Regeldetri, regula multiplex.)

Anmerkung 50. Wie für die einfache Regeldetri, so ist auch für die zusammengesetzte der Ursprung in uralter Zeit in den Forderungen des praktischen Lebens zu suchen. Die eigentliche wissenschaftliche Lehre dieser Rechnungsarten aber begegnet uns zuerst bei den Indern Aryabhatta (geb. 476 n. Chr.), Bramagupta (geb. 598), Cridhara (geb. unbek.) und Bhaskara (geb. 1114). Sie hat von da den Weg zu den Arabern gefunden, welche sie zugleich mit dem indischen Ziffernsystem nach Europa brachten.

In den deutschen Rechenbüchern des 16. Jahrhunderts ist die zusammengesetzte Regeldetri oft gar nicht erwähnt oder findet sich bei manchen nur in der einfachsten Form als „Regula duplex“ oder „zwiefach Regeldetri“, z. B. bei Petrus Apianus (geb. 1495), wobei ohne weitere Erklärungen nach einem gewissen Schema Aufgaben gerechnet werden. Erst Cristoph Clavius (1537 bis 1612) spricht in seinem Werke Epitome Arithmeticae practicae 1584 von einer regula trium composita und behandelt sie, wie alles, was er vorbringt, klar und gründlich. In der folgenden Zeit beherrschte die Kettenregel (siehe Anmerkung 55) durch ihren festen Mechanismus das praktische Rechnen, bis Basedow (1763) durch die nach ihm benannte „Basedowsche Regel“ den Uebergang zu dem Bruchsatze, nach welchem heutzutage die Aufgaben der zusammengesetzten Regeldetri gelöst werden, anbahnte. Diese Regel, von der noch Heuser in seinem methodischen Handbuche 1845 erwähnt, sie gebe die beste und verständlichste Behandlung der betreffenden Aufgaben, lautet: „1) Bemühe dich, den Zielpunkt oder den Fragefall der Aufgabe zu finden. 2) Suche immer 2 Glieder gleicher Art auf. 3) Stelle jedes, aus diesen beiden Gliedern gebildete Verhältnis zunehmend oder abnehmend, je nachdem es der Fragefall erfordert, senkrecht unter einander. 4) Das Verhältnis, in welchem der Fragefall x vorkommt, stehe entweder zuerst oder zuletzt.“ Die Ausrechnung geschieht dann durch Multiplikation der unter einander stehenden Zahlen und Division der Produkte, wie bei der Kettenregel.

Anmerkung 51. Die Aufgaben, welche vermittelst der zusammengesetzten Schlussrechnung zu lösen sind, sind für das Kopfrechnen infolge der mehrfachen Ab-

hängigkeitsbestimmungen ungeeignet. Darum haben wir hier nur einen Abschnitt, den für schriftliches Rechnen.

Frage 91. Was versteht man unter zusammengesetzter Schlussrechnung?

Erkl. 274. Es war bei der einfachen Schlussrechnung eine notwendige Voraussetzung (siehe Erkl. 13), dass für die Frage genau dieselben anderen Umstände stattfinden mussten, wie für die Bedingung. Aendern sich aber diese und zwar so, dass diese Veränderung in geradem oder umgekehrtem Verhältnisse (siehe Frage 14 und 15) vor sich geht, so entsteht eine Aufgabe, die durch die zusammengesetzte Schlussrechnung zu lösen ist.

Hieraus folgt mit Notwendigkeit, dass sich jede Aufgabe der zusammengesetzten Schlussrechnung in mehrere Aufgaben der einfachen Schlussrechnung zerspalten lassen muss und auf diese Weise gelöst werden kann (siehe Antwort zu Frage 93).

Erkl. 275. Vielfach, besonders in früherer Zeit, wurden die Regula quinque, septem u. s. f. als gesonderte Regeln behandelt, auch unterschied man, ob nur gerade oder auch umgekehrte Verhältnisse vorkamen. Diese Unterscheidung ist jedoch nicht nötig. Wenn der Anfänger einmal die Reihenfolge der ihm aus Abschnitt B bekannten Schlüsse erkannt hat, wird er finden, dass es keine Schwierigkeiten macht, wenn die Aufgabe aus vielen Gliedern besteht, oder wenn bald gerade bald umgekehrte Verhältnisse vorkommen.

Antwort. Die zusammengesetzte Schlussrechnung ist diejenige Rechnungsart, vermittelst deren man eine unbekannte benannte Grösse findet, welche durch mehrfache Abhängigkeitsverhältnisse (gerade oder umgekehrte) bestimmt ist.

Jede Aufgabe zerfällt wie bei der einfachen Schlussrechnung (siehe Frage 2 bis 6) in 2 Teile, in den Bedingungssatz und in den Fragesatz, nur mit dem Unterschiede, dass jeder dieser Sätze nicht nur zwei, sondern drei oder mehrere Glieder enthält (s. Erkl. 274). Durch jedes neue Verhältnis nämlich kommen zu den gegebenen 3 Gliedern einer Aufgabe der einfachen Schlussrechnung 2 neue gegebene Glieder hinzu, so dass 5, 7, 9 oder mehr gegebene Glieder vorkommen. Daher nennt man diese Rechnungsart nach der Zahl der Glieder auch Regula quinque (septem, novem) d. i. Regel von fünf (sieben, neun) Gliedern oder bezeichnet sie mit dem gemeinsamen Namen Regula multiplex, d. i. Regel von vielen Gliedern (siehe Erkl. 275).

Frage 92. Wie bildet man zu einer durch zusammengesetzte Schlussrechnung zu lösenden Aufgabe den Ansatz?

Erkl. 276. Das unbekannte Glied wird wie bei der einfachen Schlussrechnung mit x bezeichnet und auch so gelesen, damit man nicht einen undeutschen Fragesatz erhält. (Bekanntlich steht in jedem deutschen Fragesatz das Fragewort am Anfang. Es muss heissen: „Wieviel kosten 7 kg?“ aber nicht: „7 kg kosten wieviel?“ dagegen kann man sagen? „7 kg kosten x“.)

Die Verwandlung der Benennungen geschieht durch Reduktion oder Resolution (siehe Erkl. 8).

Antwort. Man schreibt in die eine Zeile den Bedingungssatz und darunter den Fragesatz, der, das unbekannte Glied mitgerechnet, ebensoviel Glieder wie jener enthalten muss. Gleichbenannte Glieder kommen unter einander zu stehen, wobei zu beachten ist, dass ungleich benannten Gliedern dieselbe Benennung verschafft werden muss und dass mehrfache Benennungen auf eine zurückzuführen sind (siehe Erkl. 276).

Frage 93. In welcher Weise kann die Berechnung des unbekannten Gliedes geschehen?

Antwort. Die Berechnung des unbekannten Gliedes kann auf drei Weisen geschehen, entweder dadurch, dass man

Erkl. 277. Im Grunde genommen stimmen alle drei Arten der Auflösung überein. Sie unterscheiden sich nur durch die Anordnung der vorkommenden Multiplikationen und Divisionen. Dass die Reihenfolge derselben auf das Endergebnis ohne Einfluss ist, ist schon öfters betont worden (z. B. in Erkl. 104).

1) die Aufgabe in eine einfache verwandelt (s. Aufgabe 715, 716, 717) oder

2) sie in mehrere einfache Aufgaben zerlegt (s. Aufgabe 718 bis 727) oder

3) sie durch eine zusammenhängende Schlussreihe auflöst (s. Aufgabe 728 bis 735 und Erkl. 277).

Frage 94. Worin besteht das Wesen dieser Lösungsweisen, und welche von ihnen verdient den Vorzug?

Erkl. 278. Am vorteilhaftesten beobachtet man folgende Arten der Reihenfolge: Man schliesst entweder vom 1. Gliede des Bedingungssatzes beginnend jedesmal auf 1 und dann dieselbe Ordnung wiederholend auf die entsprechenden Grössen des Fragesatzes [s. Aufgabe 727 a)], oder man schliesst vermittelst der 1 vom 1. Gliede des Bedingungssatzes auf das 1. Glied des Fragesatzes u. s. f. [siehe Aufgabe 727 b)]. Diese letztere Ordnung wird um deswillen für die entgültige Auflösungsart massgebend sein, weil man dabei die Ueberlegung, ob gerades oder umgekehrtes Verhältnis stattfindet, bei jedem Gliede der Bedingung nur einmal vorzunehmen hat, während sie bei der andern Reihenfolge doppelt zu machen ist.

Es braucht wohl kaum hervorgehoben zu werden, dass man, anstatt vom ersten zum letzten Gliede vorzuschreiten, auch den umgekehrten Weg einschlagen kann.

Erkl. 279. Es ist sehr wichtig, während der Ausrechnung darauf zu achten, auf welcher Stufe der Auflösung man steht, wie weit man also im Schliessen vorgeschritten ist, oder welche Bedingungen erledigt sind, und wohin man noch vorzuschreiten hat, d. h. welche Bedingungen erst noch zu erfüllen sind, weil erst dadurch Klarheit in das Denken gebracht wird. Ist der Anfänger genugsam darin geübt, die gestellte zusammengesetzte Aufgabe in lauter einfache aufzulösen, wozu die vorgerechneten Beispiele 718 bis 727 dienen sollen, so wird er mit Leichtigkeit die in den gelösten Aufgaben No. 728 bis 735 vorgeführten zusammenhängenden Schlussreihen verstehen und auf die ungelösten Aufgaben anwenden können.

Erkl. 280. Die Benennung des Bruches ist die des gesuchten Gliedes.

Bei den einzelnen Schlüssen wird stets auf die Eins zurückgegangen ohne Rücksicht auf den Zahlenzusammenhang entsprechender Glieder des Bedingungs- und Fragesatzes, da dieser beim Kürzen des am Ende erhaltenen Bruches die gehörige Berücksichtigung findet.

Antwort. 1) Soll die Aufgabe in eine der einfachen Schlussrechnung verwandelt werden, so muss man die Glieder des Bedingungssatzes mit Ausnahme desjenigen, welches dem gesuchten Gliede entspricht, in einer geeigneten Weise in ein Glied zusammenfassen und ebenso mit den gegebenen Gliedern des Fragesatzes verfahren.

2) Die Zerlegung in mehrere einfache Aufgaben kann auf mehrfache Weise geschehen. Man nimmt, von dem gesuchten Gliede und dem ihm entsprechenden ausgehend, irgend ein Glied der Bedingung hinzu und schliesst auf 1 bezw. durch 1 auf das entsprechende Glied des Fragesatzes. Das jeweilig gefundene Ergebnis bildet die Bedingung der nächsten Aufgabe, indem man noch ein weiteres Glied hinzunimmt. Um hierbei zumal bei der Auflösung grösserer zusammengesetzter Aufgaben keine der gegebenen Bedingungen zu übersehen, ist es notwendig, eine gewisse Reihenfolge der Schlüsse zu beobachten (siehe Erkl. 278).

3) Die Lösung durch eine zusammenhängende Schlussreihe vereinigt die bei 2) gemachten Schlüsse in der bequemsten Reihenfolge und Form.

Die Lösung 1) lässt sich mit Leichtigkeit nur bei einer gewissen Klasse von Aufgaben anwenden, sie dient also nur dazu, den Anfänger besser in das Wesen der Sache einzuführen. (Deswegen zeigen wir diese Lösungsart nur an drei Beispielen No. 715 bis 717.)

Wie aus der Beschreibung hervorgeht, wird bei den Lösungsarten 2) und 3) jedesmal die zusammengesetzte Aufgabe in eine Anzahl einfacher Auf-

Für Brüche und gemischte Zahlen kommen die aus Maiers Lehrbuch der Bruchrechnungen über Multiplikation und Division mit Brüchen bekannten Regeln zur Anwendung.

gaben aufgelöst, insofern als bei jedem einzelnen Schlusse immer nur eine Bedingung in Betracht gezogen wird (siehe Erkl. 279). Die letzte Methode verdient aber deshalb den Vorzug, weil sie die Auflösung in der für die Reihenfolge der Schlüsse und die Rechnung bequemsten Form vornimmt.

Die gemachten Schlüsse werden bei der Rechnung nur in Form eines Bruches angedeutet. Nach Beendigung der Schlussreihe wird der erhaltene Bruch gekürzt und ausgerechnet. Darum heisst diese Methode Anwendung des Bruchsatzes (s. Erkl. 280).

Frage 95. Wie macht man auf ein gefundenes Ergebnis die Probe?

Erkl. 281. Da jedes der gegebenen Glieder als unbekannt gesetzt werden kann, so lassen sich soviel neue Aufgaben bilden, als gegebene Glieder vorhanden sind. Es muss dies als eine sehr gute Uebung bezeichnet werden (siehe Aufgabe 741).

Antwort. Um die Richtigkeit eines Ergebnisses zu prüfen, bildet man mit Hilfe des gefundenen Gliedes aus der gegebenen Aufgabe eine neue dadurch, dass irgend ein gegebenes Glied als unbekannt gesetzt wird (s. Erkl. 281 und Antwort zu Frage 81).

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 715. Ein Arbeiter erhält nach 3 Tagen bei 10 stündiger Arbeitszeit 6 ℳ Lohn; wieviel erhält er bei 8 stündiger Arbeitszeit nach 4 Tagen?

Erkl. 282. Der Ansatz nach Antwort auf Frage 92 lautet:

Bds.: Nach 3 Tagen verdient er bei 10 stünd. Arbeitszeit 6 ℳ

Fgs.: „ 4 „ „ er bei 8 stünd. Arbeitszeit x.

In der Auflösung sind die gegebenen Glieder des Fragesatzes und die entsprechenden des Bedingungssatzes je in eins vereinigt worden (siehe Antwort zu Frage 93, No. 1).

Auflösung. Wenn der Arbeiter 3 Tage lang jeden Tag 10 Stunden arbeitet, so ist er 30 Stunden thätig und bekommt 6 ℳ Lohn dafür.

Bds.: Für 30 Stunden erhält er 6 ℳ

Arbeitet er 4 Tage je 8 Stunden, so hat er für 32 Stunden Lohn zu beanspruchen.

Fgs.: Für 32 Stunden erhält er x.

Ausrechnung.

Für 30 Stunden erhält er 6 ℳ,

„ 1 Stunde „ „ $\frac{6}{30}$ ℳ,

„ 32 Stunden „ „ $\frac{6 \cdot 32}{30}$ ℳ

Er erhält 6,40 ℳ (siehe Erkl. 282).

Aufgabe 716. Wenn 12 Arbeiter in 10 Tagen bei $12\frac{1}{2}$ stündiger Arbeitszeit 480 ℳ Lohn erhalten; was verdienen 9 Arbeiter in 25 Tagen bei 10 stündiger Arbeitszeit?

Auflösung. Wenn jeder der 12 Arbeiter 10 Tage lang täglich $12\frac{1}{2}$ Stunden arbeitet,

Erkl. 283. Nach Antwort auf Frage 92 erhält man folgenden Ansatz:

12 Arbeiter erhalten in 10 Tagen bei $12\frac{1}{2}$ stünd. Arbeitsz. 480 ℳ
9 Arbeiter erhalten in 25 Tagen bei 10 stünd. Arbeitsz. x. } 8 Glieder.

Die Zusammenziehung der Glieder in beistehender Auflösung lässt sich in folgender Weise übersichtlich darstellen:

12 Arb. erhalt. jeder für $12\frac{1}{2}\cdot 10$ St. Arbeit zusammen 480 ℳ
9 Arb. erhalten für $10\cdot 25$ Stunden Arbeit zusammen x. } 6 Glieder.

Für $12\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 12$ Std. Arbeit werden 480 ℳ bezahlt.
Für $10\cdot 25\cdot 9$ Stunden Arbeit werden x bezahlt. } 4 Glieder.

Für 1 Std. Arbeit werden $\dfrac{480}{12\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 12}$ ℳ bez.

Für $10\cdot 25\cdot 9$ St. Arb. werd. $\dfrac{480\cdot 10\cdot 25\cdot 9}{12\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 12}$ ℳ bez.

giebt 720 ℳ

so arbeitet er im ganzen $12\frac{1}{2}\cdot 10$ Stunden. Jedem ist also für $12\frac{1}{2}\cdot 10$ Stunden Lohn zu zahlen. 12 Arbeiter sind es, somit ist dieser Lohn 12 mal zu zahlen, d. h. es ist für $12\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 12$ Stunden $=$ 1500 Stunden Lohn zu zahlen. Dieser beträgt aber 480 ℳ

Bds.: Für 1500 Arbeitsst. werd. 480 ℳ bez.

9 Arb. arbeiten 25 Tage lang je 10 Stunden, jeder arbeitet also $25\cdot 10$ Stunden $=$ 250 Stunden; und im ganzen arbeiten sie $250\cdot 9$ Stunden $=$ 2250 Stunden.

Fgs.: Für 2250 Arbeitsst. werden x bezahlt.

Ausrechnung.

Für 1500 Arbeitsst. werden 450 ℳ bezahlt,

„ 1 Arbeitsst. werden $\frac{450}{1500}$ ℳ bezahlt,

„ 2250 Arbeitsst. werd. $\frac{480\cdot 2250}{1500}$ ℳ bez.

Die 9 Arbeiter erhalten 720 ℳ (siehe Erkl. 283).

Aufgabe 717. Für 3 Pferde sind in 5 Tagen 40 kg Hafer nötig. Wieviel Hafer brauchen dann 4 Pferde in 8 Tagen?

Erkl. 284. Auch hier ist die zusammengesetzte Aufgabe in eine einfache verwandelt worden. Man hätte auch in folgender Weise verfahren können:

3 Pferde erhalten in 5 Tagen 40 kg
4 „ „ „ 8 „ x } 6 Glieder

15 Pferde erhalten in 1 Tag 40 kg
32 „ „ „ 1 „ x } 4 Glieder.

Denn 15 Pferde verzehren an 1 Tage soviel wie 3 Pferde in 5 Tagen etc.

Auflösung. 3 Pferde brauchen in 5 Tagen ebensoviel wie 1 Pferd in 15 Tagen.

Bds.: 1 Pferd erhält in 15 Tagen 40 kg.

4 Pferde brauchen für 8 Tage ebensoviel wie 1 Pferd in 32 Tagen.

Fgs.: 1 Pferd erhält in 32 Tagen x.

Ausrechnung.

1 Pferd erhält in 15 Tagen 40 kg,

„ 1 Tage $\frac{40}{15}$ kg,

„ 32 Tagen $\frac{40\cdot 32}{15}$ kg.

Ein Pferd braucht in 32 Tagen, oder 4 Pferde brauchen in 8 Tagen $85\frac{1}{3}$ kg (siehe Erkl. 284).

Aufgabe 718. 3 Arbeiter verdienen an 1 Tage $9\frac{3}{4}$ ℳ, wieviel verdienen 3 Arbeiter in 4 Tagen?

Erkl. 285. Hier stimmen die ersten Glieder beider Sätze überein: das ist so gut, als ob sie nicht da wären, d. h. die 6-gliedrige Aufgabe wird wie eine 4-gliedrige ausgerechnet.

Auflösung. Der Ansatz heisst:

Bds.: 3 Arb. verdienen an 1 Tage $9\frac{3}{4}$ ℳ

Fgs.: 3 „ „ „ 4 Tagen x.

Ausrechnung.

3 Arbeiter verdienen an 1 Tage $9\frac{3}{4}$ ℳ, somit verdienen sie an 4 Tagen das 4-fache davon, also $9\frac{3}{4}\cdot 4$ ℳ $=$ 39 ℳ (siehe Erkl. 285).

Aufgabe 719. 3 Arbeiter verdienen in 5 Tagen $48\frac{3}{4}$ ℳ, wieviel erhalten 3 Arbeiter in 7 Tagen?

Erkl. 286. Auch hier ist die 6-gliedrige Aufgabe so gut wie eine 4-gliedrige. Andere Form der Ausrechnung:

3 Arb. verd. in 5 Tagen $\frac{195}{4}$ ℳ

3 „ „ „ 1 Tag $\frac{195}{4 \cdot 5}$ ℳ

3 „ „ „ 7 Tagen $\frac{195 \cdot 7}{4 \cdot 5}$ ℳ $= 68\frac{1}{4}$ ℳ

Auflösung. Man findet als Ansatz:

Bds.: 3 Arb. verd. in 5 Tagen $48\frac{3}{4}$ ℳ

Fgs.: 3 „ „ „ 7 „ x.

Ausrechnung.

3 Arbeiter verdienen in 5 Tagen $48\frac{3}{4}$ ℳ,

3 „ „ „ 1 Tage den 5. Teil, d. s. $9\frac{3}{4}$ ℳ,

3 „ „ „ 7 Tagen das 7-fache, d. s. $68\frac{1}{4}$ ℳ (siehe Erkl. 286).

Aufgabe 720. 1 Arbeiter erhält an 1 Tage 3,25 ℳ Lohn; wieviel bekommen 5 Arbeiter an 8 Tagen?

Erkl. 287. Die 6-gliedrige Aufgabe ist in zwei (Nr. I und II) 4-gliedrige zerlegt worden. Bei Bedingung von II ist das Ergebnis von I (in der unausgerechneten Form) benutzt worden.

Auflösung. (Siehe Erkl. 287.)

Bds.: 1 Arbeiter erhält an 1 Tage 3,25 ℳ

Fgs.: 5 „ erhalten „ 8 Tagen x.

I { 1 Arbeiter erh. an 1 Tage 3,25 ℳ,
5 „ „ „ 1 „ $3{,}25 \cdot 5$ ℳ

II { 5 Arbeiter erh. an 1 Tage $3{,}25 \cdot 5$ ℳ,
5 „ „ „ 8 Tagen $3{,}25 \cdot 5 \cdot 8$ ℳ $= 130$ ℳ

Aufgabe 721. Für eine Fahrt von 43 km müssen 18 Personen 38,70 ℳ bezahlen. Wie teuer ist hiernach 1 km für 1 Person?

Erkl. 288. Die andere Zerlegung ist:

I { 43 km für 18 Personen kosten 38,70 ℳ,
43 km „ 1 Person „ $\frac{38{,}70}{18}$ ℳ

II { 43 km für 1 Pers. kosten $\frac{38{,}70}{18}$ ℳ,
1 „ „ 1 „ kostet $\frac{38{,}70}{18 \cdot 43}$ ℳ $= 5$ ₰.

Auflösung. (Siehe Erkl. 287 und 288.)

Bds.: 43 km für 18 Personen kosten 38,70 ℳ

Fgs.: 1 „ „ 1 Person kostet x.

I { 43 km für 18 Pers. kosten 38,70 ℳ,
1 „ „ 18 „ kostet $\frac{38{,}70}{43}$ ℳ

II { 1 km für 18 Pers. kost. $\frac{38{,}70}{43}$ ℳ,
1 „ „ 1 „ „ $\frac{38{,}70}{43 \cdot 18}$ ℳ $= 5$ ₰.

Aufgabe 722. In Europa werden alltäglich 86 Millionen Stecknadeln gefertigt.

a) Wieviel Stecknadeln kann ein Mensch in 360 Tagen verlieren, damit der Verbrauch der gefertigten Nadeln gedeckt wird, die Bevölkerung Europas zu 240 Millionen gerechnet?

b) Wie gross ist der tägliche Verlust, der durch das Verlieren der Stecknadeln entsteht, wenn man für 2150 Stück 50 ₰ bezahlen muss?

Auflösung. (Siehe Erkl. 287.)

a) 240 Mill. Menschen brauchen an 1 Tage 86 Mill. Stück.

1 Mensch braucht an 360 Tagen x.

I { 240 Mill. Menschen brauchen 86 Mill. St.,
1 Mensch braucht —— $\frac{86 \text{ Mill.}}{240 \text{ Mill.}}$ „

An 1 Tage braucht er $\frac{86}{240}$ Stück,
„ 360 Tagen „ „ $\frac{86 \cdot 360}{240}$ Stück. } II

1 Mensch verliert in 360 Tagen 129 Stecknadeln.

b) 2150 Stück kosten 50 ₰,
86 Millionen St. kosten x; x = 20000 ℳ

Aufgabe 723. Ein Fabrikant fertigt aus einem Stücke Stoff von 150 m Länge und 75 cm Breite 9 Kleider. Wieviel Meter Stoff von 1,25 m Breite braucht er zu einem solchen Kleide?

Erkl. 289. Aufgabe I enthält umgekehrtes, Aufgabe II gerades Verhältnis.

$$\frac{150 \cdot \mathbf{75}}{\mathbf{125} \cdot \mathbf{9}} = 10 \quad \left(\begin{matrix}\text{gekürzt durch} \\ 25,\ 3 \text{ und } 3 \cdot 5.\end{matrix}\right)$$

(über dem Zähler: 3; unter dem Nenner: 5 3)

(die fetten Zahlen 3, 75, 125, 9 sind durchstrichen).

Auflösung.

Bei 75 cm Breite und 150 m Länge erhält er 9 Kleider.
„ 125 cm „ „ x Länge erhält er 1 Kleid.

I { Bei 75 cm Breite und 150 m Länge erhält er 9 Kleider,
„ 125 cm „ und x Länge erhält er 9 Kleider,

Bei 75 cm Breite und 150 m Länge erhält er 9 Kleider,
„ 1 cm „ „ 150·75 m Länge erhält er 9 Kleider,
„ 125 cm „ „ $\frac{150 \cdot 75}{125}$ m Länge erhält er 9 Kleider.

II { $\frac{150 \cdot 75}{125}$ m Länge geben 9 Kleider.
x „ „ 1 Kleid.

Zu einem Kleide ist der 9. Teil der Länge erforderlich, also $\frac{150 \cdot 75}{125 \cdot 9}$ m = 10 m (siehe Erkl. 289).

Aufgabe 724. In einem Garten kann man 30 Beete anlegen, wenn jedes 12 m lang und 0,80 m breit gemacht wird. Wieviel Beete ergeben sich, wenn sie 10 m lang und 1,20 m breit werden sollen?

Auflösung.

Bei 12 m Länge und 0,8 m Breite 30 Beete,
„ 10 m „ „ 1,2 m „ x „

I { Bei 12 m Länge u. 0,8 m Breite 30 Beete,
„ 10 m „ „ 0,8 m „ x „

Bei 12 m Lg. und 0,8 m Br. 30 Beete,
„ 1 m „ „ 0,8 m „ 30·12 Beete,
„ 10 m „ „ 0,8 m „ $\frac{30 \cdot 12}{10}$ „

II { Bei 10 m Lg. u. 0,8 m Br. 3·12 Beete,
„ 10 m „ „ 1,2 m „ x.

Erkl. 290.
$\frac{3 \cdot 12 \cdot 0{,}8}{1{,}2}$ mit 10 erweitert ist:
$\frac{3 \cdot 12 \cdot 8}{12} = 3 \cdot 8 = 24.$

Bei 10 m Lg. u. 0,8 m Br. $3 \cdot 12$ Beete,
„ 10 m „ „ 1 m „ $3 \cdot 12 \cdot 0{,}8$ Beete,
„ 10 m „ „ 1,2 m „ $\frac{3 \cdot 12 \cdot 0{,}8}{1{,}2}$ „
d. s. 24 Beete (siehe Erkl. 290).

Aufgabe 725. Ein Kubikmeter Wasser wiegt 1 Tonne. Wieviel wiegt das Wasser, das einen Graben von 12 m Länge und $\frac{3}{4}$ m Breite und $\frac{4}{5}$ m Höhe füllt?

Auflösung. 1 Kubikmeter ist 1 m hoch, 1 m breit und 1 m lang, also heisst der

Bds.: Ein Raum von 1 m Höhe 1 m Breite und 1 m Länge wiegt 1 t.
Fgs.: „ „ „ $\frac{4}{5}$ m „ $\frac{3}{4}$ m „ „ 12 m „ „ x.

I { Ein Raum von 1 m Höhe 1 m Breite und 1 m Länge wiegt 1 t,
„ „ „ $\frac{4}{5}$ m „ 1 m „ „ 1 m „ „ $\frac{4}{5}$ t.

II { Ein Raum von $\frac{4}{5}$ m Höhe 1 m Breite und 1 m Länge wiegt $\frac{4}{5}$ t,
„ „ „ $\frac{4}{5}$ m „ $\frac{3}{4}$ m „ „ 1 m „ „ $\frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 4}$ t.

III { Ein Raum von $\frac{4}{5}$ m Höhe $\frac{3}{4}$ m Breite und 1 m Länge wiegt $\frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 4}$ t,
„ „ „ $\frac{4}{5}$ m „ $\frac{3}{4}$ m „ „ 12 m „ „ $\frac{4 \cdot 3 \cdot 12}{5 \cdot 4}$ t $= 7\frac{1}{5}$ t.

Aufgabe 726. 15 Arbeiter verdienen in 13 Tagen bei täglich $6\frac{1}{2}$ stündiger Arbeit zusammen $97\frac{1}{2}$ fl.; wieviel wurde jedem für 1 Stunde bezahlt?

Auflösung. Die Frage heisst mit anderen Worten: Wieviel erhält 1 Arbeiter an 1 Tage für 1 Stunde Lohn?

Bds.: 15 Arbeiter verdienen in 13 Tagen bei tägl. $6\frac{1}{2}$ std. Arbeit $97\frac{1}{2}$ fl.
Fgs.: 1 „ verdient „ 1 Tage „ „ 1 „ „ x.

I { 15 Arbeiter verdienen in 13 Tagen bei tägl. $6\frac{1}{2}$ std. Arbeit $97\frac{1}{2}$ fl.,
15 „ „ „ 13 „ „ „ 1 „ „ $\frac{195}{13}$ fl.

II { 15 Arbeiter verdienen in 13 Tagen bei tägl. 1 std. Arbeit $\frac{195}{13}$ fl.,
15 „ „ „ 1 Tage „ „ 1 „ „ $\frac{195}{13 \cdot 13}$ fl.

III { 15 Arbeiter verdienen in 1 Tage bei tägl. 1 std. Arbeit $\frac{195}{13 \cdot 13}$ fl.,
1 „ verdient „ 1 „ „ „ 1 „ „ $\frac{195}{13 \cdot 13 \cdot 15}$ fl. $= \frac{1}{13}$ fl.

Aufgabe 727. Ein rechtwinkliger Steinblock von 63 cm Länge, 25 cm Breite und 21 cm Dicke wog 98 kg; wie schwer war ein Block aus demselben Gestein a) von

198 cm Länge, 180 cm Breite und 55 cm Dicke; b) von 1,75 m Länge, 36 cm Breite und 45 cm Dicke?

Auflösung. a) lösen wir, indem wir erst jedesmal auf die Einheit schliessen, um an einem Beispiele diese Art der Zerlegung zu zeigen, die zwar eine gute Uebung ist, aber bei jedem Gliede der Bedingung doppeltes Ueberlegen fordert (siehe Erkl. 278):

Bds.: Wenn ein Block von 63 cm Länge 25 cm Breite 21 cm Dicke 98 kg wiegt,
Fgs.: so wiegt „ „ „ 198 cm „ 180 cm „ 55 cm „ x.

I { Wenn ein Block von 63 cm Lg. 25 cm Br. 21 cm Dicke 98 kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 1 cm „ 25 cm „ 21 cm „ $\frac{98}{63}$ kg.

II { Wenn ein Block von 1 cm Lg. 25 cm Br. 21 cm Dicke $\frac{98}{63}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 1 cm „ 1 cm „ 21 cm „ $\frac{98}{63 \cdot 25}$ kg.

III { Wenn ein Block von 1 cm Lg. 1 cm Br. 21 cm Dicke $\frac{98}{63 \cdot 25}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 1 cm „ 1 cm „ 1 cm „ $\frac{98}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg.

IV { Wenn ein Block von 1 cm Lg. 1 cm Br. 1 cm Dicke $\frac{98}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 1 cm „ 1 cm „ 55 cm „ $\frac{98 \cdot 55}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg.

V { Wenn ein Block von 1 cm Lg. 1 cm Br. 55 cm Dicke $\frac{98 \cdot 55}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 1 cm „ 180 cm „ 55 cm „ $\frac{98 \cdot 55 \cdot 180}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg.

VI { Wenn ein Block von 1 cm Lg. 180 cm Br. 55 cm Dicke $\frac{98 \cdot 55 \cdot 180}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 198 cm „ 180 cm „ 55 cm „ $\frac{98 \cdot 55 \cdot 180 \cdot 198}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg $= 5808$ kg.

b) Bds.: Wenn ein Block von 63 cm Länge 25 cm Breite 21 cm Dicke 98 kg wiegt.
Fgs.: so wiegt „ „ „ 175 cm „ 36 cm „ 45 cm „ x.

I { Wenn ein Block von 63 cm Lg. 25 cm Br. 21 cm Dicke 98 kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 1 cm „ 25 cm „ 21 cm „ $\frac{98}{63}$ kg, und dann
„ „ „ „ 175 cm „ 25 cm „ 21 cm „ $\frac{98 \cdot 175}{63}$ kg.

II { Wenn ein Block von 175 cm Lg. 25 cm Br. 21 cm Dicke $\frac{98 \cdot 175}{63}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 175 cm „ 1 cm „ 21 cm „ $\frac{98 \cdot 175}{63 \cdot 25}$ kg, und dann
„ „ „ „ 175 cm „ 36 cm „ 21 cm „ $\frac{98 \cdot 175 \cdot 36}{63 \cdot 25}$ kg.

III { Wenn ein Block von 175 cm Lg. 36 cm Br. 21 cm Dicke $\frac{98 \cdot 175 \cdot 36}{63 \cdot 25}$ kg wiegt,
so wiegt „ „ „ 175 cm „ 36 cm „ 1 cm „ $\frac{98 \cdot 175 \cdot 36}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg und dann
„ „ „ „ 175 cm „ 36 cm „ 45 cm „ $\frac{98 \cdot 175 \cdot 36 \cdot 45}{63 \cdot 25 \cdot 21}$ kg $= 840$ kg.

Anmerkung 52. Bei der Auflösung a) gehören zusammen die Aufgaben I und VI; II und V; III und IV.

Anmerkung 53. Während die bisher vorgeführten Aufgaben dem Lernenden den Zusammenhang der einzelnen Glieder jeder Aufgabe und die Zerlegung in viergliedrige Aufgaben klar machen sollten, dienen die gelösten Beispiele 728 bis 735 dazu, ihm die Art und Weise zu zeigen, in welcher er die ungelösten Aufgaben ausrechnen soll. Dabei mag noch besonders hervorgehoben werden, dass in Wirklichkeit die Veränderungen an demselben Bruche vorgenommen werden, dass es also, wie beim Druck der Deutlichkeit halber geschehen musste, nicht nötig ist, den Bruch jedesmal von neuem zu schreiben.

Aufgabe 728. 45 Gasflammen verzehren in 16 Stunden 90 cbm Gas à 40 ₰. Wieviel wird ein Fabrikbesitzer wöchentlich (6 Tage) für Gasverbrauch zahlen müssen, wenn in den Fabrikräumen täglich 144 Flammen 5 Stunden lang brennen?

Auflösung. (Siehe Erkl. 291.)

Bds.: 45 Flammen verz. in 16 St. 90 cbm.
Fgs.: 144 „ „ „ 30 „ x.

45 Flammen verz. in 16 St. 90 cbm,

45 „ „ „ 1 „ $\frac{90}{16}$ cbm,

45 „ „ „ 30 „ $\frac{90 \cdot 30}{16}$ cbm,

1 „ „ „ 30 „ $\frac{90 \cdot 30}{16 \cdot 45}$ cbm,

144 „ „ „ 30 „ $\frac{90 \cdot 30 \cdot 144}{16 \cdot 45}$ cbm.

= 540 cbm. 1 cbm kostet 40 ₰, also kosten 540 cbm 40 ₰ · 540 = 216 ℳ.

Erkl. 291. Die 144 Flammen brennen 6 Tage lang je 5 Stunden, im ganzen also 30 Stunden.
Diese Aufgabe enthält nur gerade Verhältnisse.

Aufgabe 729. Zu 288 m $\frac{8}{9}$ m breitem Stoffe hat man $55\frac{5}{9}$ kg Garn gebraucht. Wie breit würde der Stoff geworden sein, wenn man zu 9,6 m Länge 1 kg $562\frac{1}{2}$ g Garn gebraucht hätte?

Auflösung.

Bds.: $55\frac{5}{9}$ kg geben 288 m von $\frac{8}{9}$ m Breite.
Fgs.: 1,5625 „ „ 9,6 m „ x „

$\frac{500}{9}$ kg gb. 288 m von $\frac{8}{9}$ m Breite,

1 kg „ 288 m „ $\frac{8 \cdot 9}{9 \cdot 500}$ m Breite,

1,5625 kg „ 288 m „ $\frac{8 \cdot 9 \cdot 1{,}5625}{9 \cdot 500}$ m Br.

1,5625 kg „ 1 m „ $\frac{8 \cdot 9 \cdot 1{,}5625 \cdot 288}{9 \cdot 500}$ m Br.

1,5625 kg „ 9,6 m „ $\frac{8 \cdot 9 \cdot 1{,}5625 \cdot 288}{9 \cdot 500 \cdot 9{,}6}$ m Br.

$= \frac{3}{4}$ m (siehe Erkl. 292).

Erkl. 292.

$$\frac{8 \cdot 9 \cdot 1{,}5625 \cdot 288}{9 \cdot 500 \cdot 9{,}6}$$

gekürzt mit 9, 8 und 12 giebt es:

$$\frac{1{,}5625 \cdot 24}{500 \cdot 0{,}1} = \frac{1{,}5625 \cdot 24}{50}$$

(gekürzt mit 25 und 2) $0{,}0625 \cdot 12 = 0{,}75$.

Diese Aufgabe enthält ein gerades und ein umgekehrtes Verhältnis.

Aufgabe 730. Ein Teich kann durch einen Abzugsgraben von 1,30 m Breite und 2,4 m Tiefe in 4 Tagen und 4 Stunden abgelassen werden. Wie breit ist ein anderer Abzugsgraben von 1,6 m Tiefe, der das Wasser in 5 Tagen 10 Stunden, gleiche Abflussgeschwindigkeit angenommen, ableitet?

Auflösung. Wir geben diese Auflösung in vollständiger Form, indem wir die zu machenden Schlüsse ausführen und die jeweiligen Veränderungen durch fettgedruckte Ziffern hervorheben.

4 Tage 4 St. $= (4 \cdot 24 + 4)$ St. $= 100$ St.

5 „ 10 „ $= (5 \cdot 24 + 10)$ St. $= 130$ St.

Bds.: Ein Graben von 2,4 m Tiefe und 1,3 m Breite leitet den Teich ab in 100 Stunden.
Fgs.: „ „ „ 1,6 m „ „ x „ „ „ „ „ „ 130 „

Zu einer Tiefe von **2,4** m gehört eine Breite von . . . . **1,3** m.

„ „ „ „ **1** m „ bei gleichem Inh. das 2,4-fache d. Breite $1{,}3 \cdot \mathbf{2{,}4}$ m.

„ „ „ „ **1,6** m „ „ „ „ der 1,6. Teil „ „ $\frac{1{,}3 \cdot 2{,}4}{\mathbf{1{,}6}}$ m.

Diese Breite ist erforderlich, wenn der Teich in **100** Stunden abgeleitet werden soll, soll er aber in **1** Stunde abgeleitet werden, so ist das 100-fache der Breite nötig . . . . $\frac{1{,}3 \cdot 2{,}4 \cdot \mathbf{100}}{1{,}6}$ m.

Die Zeit der Ableitung soll aber **130** Stunden betragen, also ist nur der 130. Teil nötig . . . . $\frac{1{,}3 \cdot 2{,}4 \cdot 100}{1{,}6 \cdot \mathbf{130}}$ m.

Die Breite beträgt also: $\frac{1{,}3 \cdot 2{,}4 \cdot 100}{1{,}6 \cdot 130}$ m, multipliziert man im Zähler den 1. Faktor mit 10 und den 2. mit 10, im ganzen also mit 100 und im Nenner 1,6 mit 10, so kommt: $\frac{13 \cdot 24}{16 \cdot 13}$ m $= 1\frac{1}{2}$ m.

Aufgabe 731. Aus 854 kg Metall wurden 42 700 Münzen von 3 cm Durchmesser und 8 mm Dicke geprägt, wieviel Münzen von $3\frac{1}{2}$ cm Durchmesser und 6 mm Dicke können aus 728 kg geprägt werden.

Auflösung. Auch diese Aufgabe lösen wir auf, indem wir die zu machenden Schlüsse ausführen. Es kommen zwei umgekehrte und ein gerades Verhältnis vor.

Bds.: 854 kg Metall geben 42 700 Münzen von 3 cm Durchmesser und 8 mm Dicke.
Fgs.: 728 kg „ „ x „ „ $3\frac{1}{2}$ cm „ „ 6 mm „

854 kg Met. geben . . . . **42 700** Münzen.

1 kg „ giebt unter sonst gleichen Umständen den 854. Teil davon $\frac{42\,700}{\mathbf{854}}$ „

728 kg Met. geb. „ „ „ „ das 728-fache „ $\frac{42\,700 \cdot \mathbf{728}}{854}$ Münzen.

Diese Anzahl Münzen würde man erhalten, wenn jede **3** cm Durchmesser erhielte, gäbe man jeder aber nur **1** cm Durchmesser, so würde man die 3-fache Anzahl erhalten . . . . . . $\frac{42\,700 \cdot 728 \cdot \mathbf{3}}{854}$ Mz.

Da nun aber jede $\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{2}}$ cm Durchmesser bekommen soll, so bekommt man von dieser Anzahl den $\frac{7}{2}$ten Teil. . . . . $\frac{42\,700 \cdot 728 \cdot 3 \cdot \mathbf{2}}{854 \cdot \mathbf{7}}$ Mz.

So gross ist die Anzahl der Münzen, falls eine jede **8** mm dick gemacht wird, giebt man jeder nur **1** mm Dicke, so erhält man die 8-fache Anzahl . . . . $\frac{42\,700 \cdot 728 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \mathbf{8}}{854 \cdot 7}$ Mz.

Es soll aber eine jede 6 mm dick werden, demzufolge erhält man nur den 6. Teil dieser Zahl . . . . $\frac{42700 \cdot 728 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8}{854 \cdot 7 \cdot 6}$ Mz.

Die Anzahl der Münzen beträgt $\frac{42700 \cdot 728 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 8}{854 \cdot 7 \cdot 6}$ Stück, gekürzt mit 427, 7, 3, 2, 2 findet man 41 600 Stück.

Aufgabe 732. Zur Ausfüllung einer Grube, welche $4\frac{1}{2}$ m tief, $18\frac{3}{4}$ m lang, $7\frac{3}{5}$ m breit ist, wurden $42\frac{2}{3}$ Fuder Erde gebraucht. Wieviel solche Fuder sind erforderlich, um eine Grube von $14\frac{1}{4}$ m Tiefe, $10\frac{1}{5}$ m Länge und $5\frac{5}{8}$ m Breite mit Erde zuzuschütten?

Auflösung. Diese Aufgabe enthält nur gerade Verhältnisse. Beim Bilden des Ansatzes sind die gemischten Zahlen einzurichten.

Bds.: Zu $\frac{9}{2}$ m Tiefe, $\frac{75}{4}$ m Länge, $\frac{38}{5}$ m Breite sind $\frac{128}{3}$ Fuder erforderlich.

Fgs.: „ $\frac{57}{4}$ m „ $\frac{51}{5}$ m „ $\frac{45}{8}$ m „ „ x „

Zu $\frac{9}{2}$ m Tiefe . . . . braucht man $\frac{128}{3}$ Fuder,

„ 1 m „ . . . . „ „ $\frac{128 \cdot 2}{3 \cdot 9}$ Fuder,

„ $\frac{57}{4}$ m „ . . . . „ „ $\frac{128 \cdot 2 \cdot 57}{3 \cdot 9 \cdot 4}$ Fuder,

zu 1 m Länge . . . . „ „ $\frac{128 \cdot 2 \cdot 57 \cdot 4}{3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 75}$ Fuder,

„ $\frac{51}{5}$ m „ . . . . . „ „ $\frac{128 \cdot 2 \cdot 57 \cdot 4 \cdot 51}{3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 75 \cdot 5}$ Fuder,

zu 1 m Breite „ „ $\frac{128 \cdot 2 \cdot 57 \cdot 4 \cdot 51 \cdot 5}{3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 75 \cdot 5 \cdot 38}$ Fuder,

„ $\frac{45}{8}$ m „ „ „ $\frac{128 \cdot 2 \cdot 57 \cdot 4 \cdot 51 \cdot 5 \cdot 45}{3 \cdot 9 \cdot 4 \cdot 75 \cdot 5 \cdot 38 \cdot 8}$ Fuder.

Dieser Bruch giebt gekürzt $\frac{16 \cdot 17}{5}$ Fuder $= 54\frac{2}{5}$ Fuder.

Aufgabe 733. Für ein zu druckendes Werk braucht man $34\frac{1}{2}$ Bogen in Oktav (den Bogen zu 8 Blättern), wenn auf jeder Seite 35 Zeilen und auf der Zeile durchschnittlich 38 Buchstaben stehen. Wieviel Bogen würde man zu demselben Werke nötig haben a) in Duodez (den Bogen zu 12 Blättern), die Seite zu 28 Zeilen, die Zeile durchschnittlich mit 23 Buchstaben; b) in Quart (den Bogen zu 4 Blättern), die Seite zu 57 Zeilen, die Zeile durchschnittlich mit 56 Buchstaben?

Auflösung. Diese Aufgabe besteht aus 8 Gliedern und enthält nur umgekehrte Verhältnisse. b) ist ähnlich wie a) zu rechnen und ergiebt:

$$x = \frac{69 \cdot 8 \cdot 35 \cdot 38}{2 \cdot 4 \cdot 57 \cdot 56} \text{ Bogen} = 28\frac{3}{4} \text{ Bogen.}$$

Bds.: Bei 8 Blättern zu 35 Zeilen zu 38 Buchstaben braucht man $\frac{69}{2}$ Bogen.

Fgs.: „ 12 „ „ 28 „ „ 23 „ „ „ x.

Bei 8 Blättern . . . . braucht man $\frac{69}{2}$ Bogen,

„ 1 Blatt . . . . „ „ $\frac{69 \cdot 8}{2}$ Bogen,

„ 12 Blättern . . . . „ „ $\frac{69 \cdot 8}{2 \cdot 12}$ „

zu 1 Zeile . . . . „ „ $\frac{69 \cdot 8 \cdot 35}{2 \cdot 12}$ Bogen,

„ 28 Zeilen . . . . „ „ $\frac{69 \cdot 8 \cdot 35}{2 \cdot 12 \cdot 28}$ Bogen,

zu 1 Buchstaben . „ „ $\frac{69 \cdot 8 \cdot 35 \cdot 38}{2 \cdot 12 \cdot 28}$ Bogen,

„ 23 „ . „ „ $\frac{69 \cdot 8 \cdot 35 \cdot 38}{2 \cdot 12 \cdot 28 \cdot 23}$ Bogen,

gekürzt mit 2, 4, 3, 7, 2, 23 giebt der Bruch $47\frac{1}{2}$ Bogen.

Aufgabe 734. Von einer Fabrik werden für 68 Gasflammen, die täglich 7 Stunden brennen und in dieser Zeit 85 cbm Gas brauchen, 19,04 ℳ bezahlt. Wieviel hat ein anderer Fabrikant für Gasverbrauch zu zahlen, wenn jede seiner Flammen 5 Stunden lang brennt und stündlich $\frac{1}{14}$ cbm weniger Gas verzehrt, und wenn sich die Anzahl der Flammen zur ersteren wie 7 : 4 (s. Erkl. 262) verhält?

Erkl. 293. Zur Beantwortung der Frage b) sind folgende zwei Ansätze nötig:

{ 68 Flammen brauchen in 7 Stunden 85 cbm,
{ 1 „ „ „ 1 Stunde x.

{ 1 Flamme braucht in 1 Stunde $\frac{3}{28}$ cbm,
{ 119 Flammen brauchen in 5 Stunden x.

Auflösung. Diese Aufgabe erfordert einige Vorberechnungen. Es ist zu finden:

a) Wie gross ist die Flammenzahl?

b) Wieviel Kubikmeter Gas braucht diese?

a) Auf 4 Flammen der 1. Fabrik kommen 7 Flammen der 2.

Auf 68 Flammen der 1. kommen x.

$x = 119$ Flammen.

b) In der 1. Fabrik braucht 1 Flamme in 1 Stunde $\frac{85}{68 \cdot 7}$ cbm $= \frac{5}{28}$ cbm.

In der 2. Fabrik braucht 1 Flamme $\left(\frac{5}{28} - \frac{1}{14}\right)$ cbm $= \frac{3}{28}$ cbm. 119 Flammen brauchen somit in 5 Stunden $\frac{3 \cdot 119 \cdot 5}{28}$ cbm (siehe Erkl. 293).

Nun lässt sich ansetzen:

85 cbm kosten 19,04 ℳ

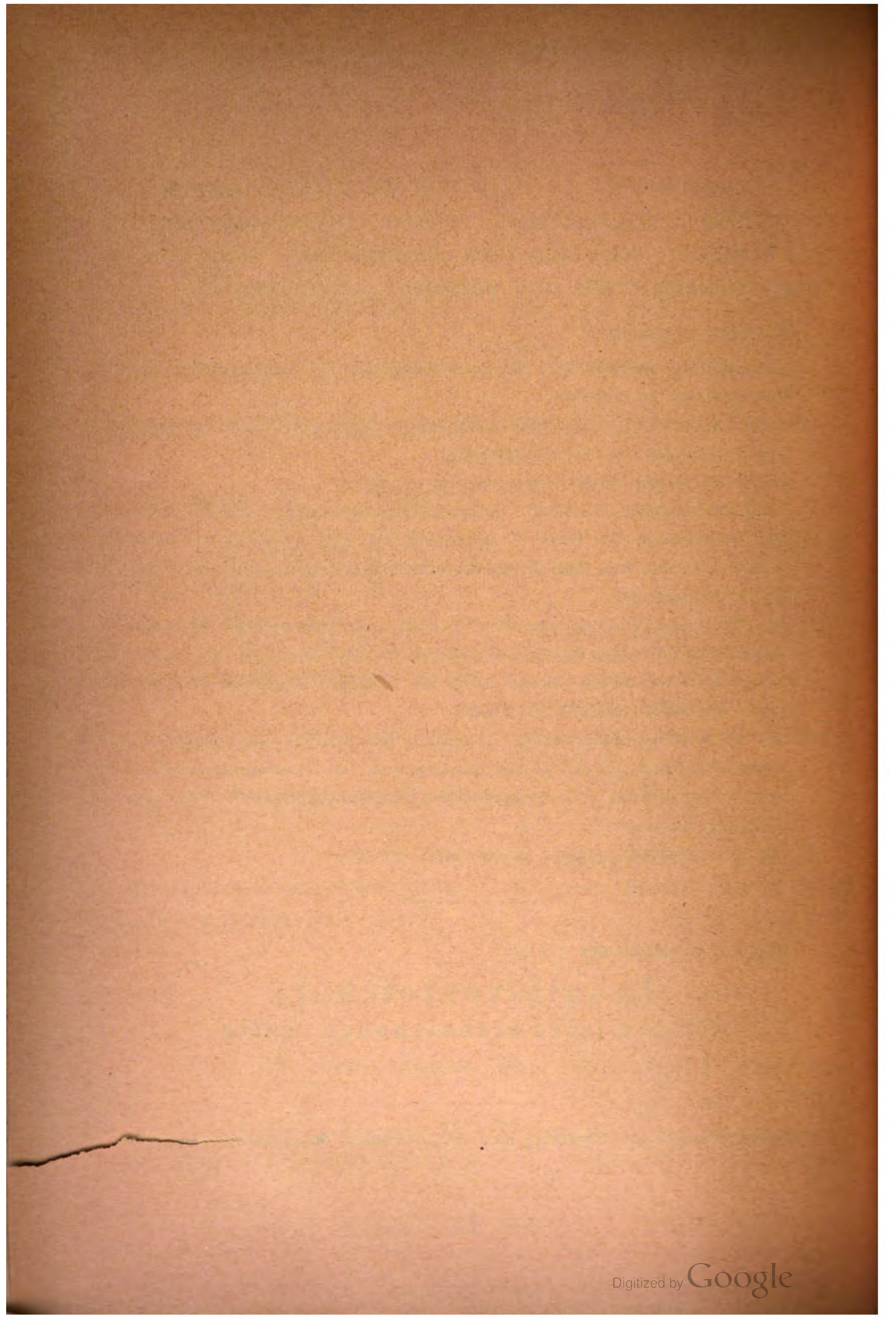
$\frac{3 \cdot 119 \cdot 5}{28}$ cbm „ x

$$x = \frac{3 \cdot 119 \cdot 5 \cdot 19{,}04}{28 \cdot 85} \text{ ℳ} = 14{,}28 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 735. 12 Arbeiter brauchen zu einer Arbeit 50 Tage, wenn sie täglich $10\frac{1}{2}$ Stunden arbeiten. Nach 6 Tagen werden noch 4 Arbeiter angenommen, nach 25 Tagen gehen jedoch 8 Arbeiter ab. Von dieser

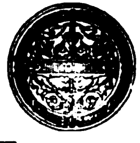
Druck von Carl Hammer in Stuttgart.





941. Heft. | Preis des Heftes 25 Pf. | Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Forts. v. Heft 940. — Seite 145—160.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)

nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 940. — Seite 145—160.

Inhalt:

Stuttgart 1891.

Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen**, etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen**, die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, **Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16,** entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Zeit an arbeiten die übrigen nur 9 Stunden. Wieviel Tage haben sie noch an der Arbeit zu thun?

Auflösung. Diese Aufgabe zerfällt in mehrere Teile. Erst ist festzustellen, wieviel Tage die 16 Arbeiter zu thun hätten, unter Berücksichtigung, dass die 12 Arbeiter schon 6 Tage gearbeitet haben. Dann ist zu berechnen, wie lange der Rest von 8 Arbeitern bei 9 stündiger Arbeitszeit noch zu thun hat.

Die 12 Arbeiter arbeiten 6 Tage, würden also in (50 — 6) Tagen = 44 Tagen die Arbeit vollenden.

12 Arbeiter brauchen bei tägl. $10\frac{1}{2}$ st. Arbeitszeit noch 44 Tage.
16 „ „ „ „ $10\frac{1}{2}$ „ „ „ x „

$$x = \frac{12 \cdot 44}{16} \text{ Tg.} = 33 \text{ Tg.}$$

Die 16 Arbeiter würden in 33 Tagen fertig werden, sie arbeiten aber nur (25 — 6) Tage = 19 Tage, weil dann 8 Arbeiter abgehen und nur 8 zurückbleiben. Diese arbeiten täglich 9 Stunden und haben die Arbeit zu vollenden, die von 16 Arbeitern in (33 — 19) Tagen = 14 Tagen fertig gestellt würde.

16 Arbeiter würden bei $10\frac{1}{2}$ stündiger Arbeitszeit in 14 Tagen fertig.
8 „ werden „ 9 „ „ „ x „

$$x = \frac{14 \cdot 16 \cdot 21}{2 \cdot 8 \cdot 9} \text{ Tage} = \frac{98}{3} \text{ Tage} = 32\frac{2}{3} \text{ Tage.}$$

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 736. Ein Bauplatz, welcher 60 m lang und 36 m breit ist, kostet 1080 ℳ. Wie teuer ist unter sonst gleichen Umständen ein anderer Bauplatz von 48 m Länge und 52 m Breite?

Aufgabe 737. In einem Obstgarten, der die Form eines Rechteckes von 162 m Länge und 48 m Breite hat, stehen 150 Obstbäume. Wie breit muss ein anderer Garten von derselben Form und 180 m Länge sein, wenn, in gleicher Weise gepflanzt, 375 Bäume darin Platz haben?

Aufgabe 738. In einer Mühle haben 4 Gänge in $1\frac{1}{2}$ Tagen 120 Zentner Roggen gemahlen. Es wird ein Gang unbrauchbar, und es sollen 300 Zentner gemahlen werden. In welcher Zeit kann dies geschehen?

Aufgabe 739. Ein Maurermeister ist im stande mit 75 Arbeitern einen Rohbau in 80 Tagen bei 9 stündiger Arbeitszeit fertig zu stellen. Wieviel Arbeiter muss er haben, wenn ein Bau, der 4-fache Arbeit erfordert, bei 10 stündiger Arbeitszeit in 4 Monaten (zu 30 Tagen) fertig werden soll?

Aufgabe 740. 6 mechanische Webstühle fertigen in $3\frac{3}{4}$ Tagen bei täglich 12 stündiger Arbeitszeit 756 m Stoff. a) Wieviel Meter fertigen 5 Webstühle in $10\frac{1}{2}$ Tagen bei 11 stündiger Arbeitszeit? b) Wieviel Webstühle müssen in Gang gesetzt werden, wenn in 5 Tagen bei 9 stündiger Arbeitszeit 882 m fertig werden sollen? c) Wieviel Stunden müssen 8 Webstühle täglich arbeiten, um in $7\frac{1}{2}$ Tagen 1680 m fertig zu bringen?

Aufgabe 741. 6 Arbeiter werfen in 3 Tagen bei $10\frac{1}{2}$ Stunden Arbeitszeit 255,15 cbm Erde aus. a) Wieviel Arbeiter werfen in 4 Tagen bei $10\frac{3}{4}$ stündiger Arbeitszeit 406,35 cbm

aus? b) In wieviel Tagen werfen 7 Arbeiter bei $10\frac{3}{4}$ stündiger Arbeitszeit 406,35 cbm aus? c) Wieviel Stunden müssen 7 Arbeiter 4 Tage lang täglich arbeiten, um 406,35 cbm auszuwerfen? d) Wieviel Kubikmeter werfen 7 Arbeiter in 4 Tagen bei $10\frac{3}{4}$ Stunden Arbeitszeit aus?

Aufgabe 742. Die Herstellungskosten für ein Tuch von 1,26 m Breite und 15,12 m Länge betrugen 142,80 ℳ. Wie teuer würde von demselben Tuche ein Stück a) von 1,05 m Breite und 18,9 m Länge, b) von 1,62 m Breite und 36,54 m Länge zu stehen kommen?

Aufgabe 743. Auf einem Gute wurden in 6 Monaten für 15 Dienstboten $562\frac{1}{2}$ 6-Pfundbrote gebraucht. Wieviel 8-Pfundbrote würden dann a) für 16 Dienstboten in 5 Monaten; b) für 21 Dienstboten in $5\frac{1}{3}$ Monaten nötig sein?

Aufgabe 744. Zum Heizen von 8 Oefen brauchte man in 7 Tagen $118\frac{1}{8}$ hl Steinkohlen, wenn $10\frac{4}{5}$ Stunden täglich geheizt wurde. Wieviel Hektoliter würde man nötig haben, wenn unter sonst gleichen Umständen a) 12 Oefen 16 Tage lang jeden Tag $6\frac{2}{3}$ Stunden, b) 10 Oefen 14 Tage lang jeden Tag $8\frac{4}{5}$ Stunden gefeuert würden?

Aufgabe 745. 17 Arbeiter verdienen in 8 Tagen bei 12 stündiger Arbeitszeit 516,80 ℳ. Wieviel Lohn erhalten dann a) 6 Arbeiter in 5 Tagen bei 11 stündiger Arbeitszeit; b) 24 Arbeiter in 15 Tagen bei $11\frac{1}{2}$ stündiger Arbeitszeit?

Aufgabe 746. In einer Mühle werden auf 5 Gängen bei 108 Umdrehungen in der Minute in 10 Stunden 130 hl gemahlen. In wieviel Stunden können in derselben a) auf 3 Gängen bei 135 Umdrehungen $112\frac{1}{8}$ hl, b) auf 4 Gängen bei 81 Umdrehungen 143 hl gemahlen werden?

Aufgabe 747. Ein Wasserbehälter wird in 10 Stunden gefüllt, wenn man ein Gefäss, das 5 l fasst, alle 10 Minuten 3 mal hineingiesst. Wieviel Stunden braucht man, um den Behälter zu füllen, wenn man a) ein Gefäss von 3 l Inhalt alle 7 Minuten 6 mal, b) ein Gefäss von 8 l Inhalt alle 14 Minuten 9 mal hineingiesst?

Aufgabe 748. Eine Chokoladentafel von 12 cm Länge, 7 cm Breite und 6 mm Dicke wiegt 80 g. Wie dick muss eine von derselben Sorte gemacht werden, wenn sie a) bei $10\frac{1}{2}$ cm Länge und $5\frac{1}{3}$ cm Breite 72 g und b) bei $8\frac{2}{5}$ cm Länge und $5\frac{1}{2}$ cm Breite 66 g wiegen soll?

Aufgabe 749. 21 Weber weben in $4\frac{1}{2}$ Wochen, die Woche zu 5 Tagen, den Tag zu 10 Stunden, 150 Stücke Tuch, von welchen jedes 45 m lang und $1\frac{1}{2}$ m breit ist. Wieviel Stück werden 25 Weber in 12 Wochen, die Woche zu 6 Tagen, den Tag zu 12 Stunden weben, wenn das Stück 36 m lang und $2\frac{1}{4}$ m breit sein soll?

Aufgabe 750. 38 Arbeiter würden einen Graben von 740 m Länge, 50 cm Tiefe, 1,20 m Breite in 25 Tagen vollenden. Wieviel Arbeiter müssen angestellt werden, um bei sonst gleichen Verhältnissen einen Graben von 370 m Länge, 80 cm Tiefe und 90 cm Breite in 19 Tagen fertig zu stellen?

Aufgabe 751. Ein Fabrikant, welcher während 4 Wochen an 96 Arbeiter bei 6tägiger Arbeit, täglich zu 12 Stunden, 4838 ℳ 40 ₰ Lohn ausgezahlt hat, will die Fabrikation beschränken und vermindert deshalb die Arbeitszeit auf 5 Tage wöchentlich und 10 Stunden täglich. a) Wieviel Arbeiter kann er nun beschäftigen, wenn er wöchentlich 840 ℳ Arbeitslohn bezahlt? b) Wieviel Mark Lohn hat er wöchentlich für 60 Arbeiter zu zahlen?

Aufgabe 752. Zum Decken eines Daches von 15 m Länge und 8 m Breite werden 2400 Schieferplatten gebraucht, wenn dieselben 30 cm lang und 24 cm breit sind. Wieviel Platten von 34 cm Länge und 27 cm Breite sind dann zu einem Dache nötig, welches 17 m lang und 12 m breit ist?

Aufgabe 753. An 25 Arbeiter, die wöchentlich 5 Tage und täglich 12 Stunden gearbeitet hatten, wurde nach 7 Wochen 2800 ℳ Lohn gezahlt. Im Winter wurden, da täglich nur 9 Stunden gearbeitet werden konnte, 11 Arbeiter mehr genommen. Wieviel wurde an alle Arbeiter nach 6 Wochen bezahlt, wenn in der Woche an 6 Tagen gearbeitet wurde, und jeder Arbeiter im Winter $\frac{1}{10}$ Lohn mehr als im Sommer bekam?

Aufgabe 754. Zu einer Mauer von $14\frac{1}{2}$ m Länge, $2\frac{1}{4}$ m Breite und $4\frac{4}{5}$ m Höhe sind 27 318 Steine von 25 cm Länge und 21 cm Breite erforderlich. Wieviel Steine von $17\frac{1}{2}$ cm Länge und 12 cm Breite braucht man dann zu einer Mauer von 27 m Länge, $1\frac{2}{5}$ m Breite und $4\frac{2}{3}$ m Höhe?

Aufgabe 755. Im Winter verdienen 6 Arbeiter in 21 Tagen 277,20 ℳ. Wieviel bekommen 7 Arbeiter im Sommer nach 13 Tagen, wenn sie da in 11 Tagen soviel verdienen wie im Winter in 14 Tagen?

Aufgabe 756. Im Sommer verdienen 6 Arbeiter in 35 Tagen 525 ℳ. Wie gross ist der Verdienst von 28 Arbeitern in 18 Tagen zur Winterszeit, wenn sie da in 7 Tagen soviel verdienen, wie im Sommer in 5 Tagen?

Aufgabe 757. 11 Männer verdienen in 26 Tagen 858 ℳ. Wieviel verdienen dann 31 Frauen in 16 Tagen, wenn sich ihr Lohn zu dem der Männer wie 4 : 5 verhält?

Aufgabe 758. Die Mannschaft eines Schiffes betrug 330 Mann und war mit Lebensmitteln, von denen jeder täglich $2\frac{5}{8}$ kg erhalten sollte, für eine Fahrt von 75 Tagen versorgt. Nach 15 Tagen verliessen 30 Personen das Schiff, und die übrigen erhielten täglich $2\frac{3}{4}$ kg. 45 Tage später wurden 96 Schiffbrüchige aufgenommen. Welche Portion erhält nun jeder täglich, wenn der Vorrat für alle bis zum Ende der Fahrt ausreichen soll?

Andeutung. Ist zu rechnen wie Aufgabe 735.

Aufgabe 759. Der Bau eines Eisenbahndammes lässt sich durch 60 Arbeiter in 25 Tagen bei 12 Stunden täglicher Arbeitszeit vollenden. Es können aber bei Beginn der Arbeit nur 36 Mann angestellt werden, die täglich 10 Stunden arbeiten. Nach

16 Tagen kommen 15 Arbeiter und 2 Tage später noch 17 Arbeiter hinzu. Von da ab wird die Arbeitszeit um 1 Stunde verlängert. Wieviel Tage später wird der Bau fertig, als wenn 60 Arbeiter gearbeitet hätten?

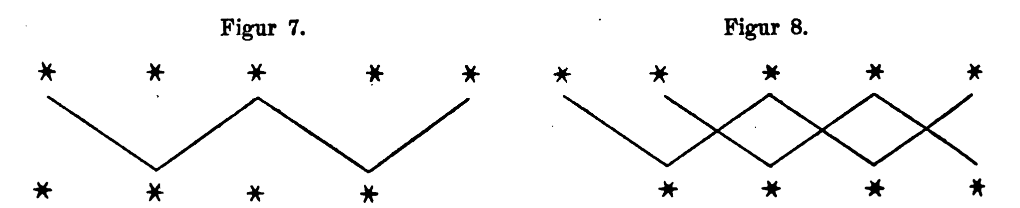
Andeutung. Ist wie Aufgabe 735 zu lösen.

Anmerkung 54. Weitere Aufgaben zur zusammengesetzten Schlussrechnung sind aus Abschnitt E: No. 827 bis 830, 857 bis 860, 918 bis 925, 953 bis 958, 984, 985, 1010, 1063, 1088 bis 1090, 1141.

D. Ueber die Kettenrechnung (den Reesischen Satz).

Anmerkung 55. Die Methode, Aufgaben mit mehreren Verhältnissen durch kettenartige Verbindung ihrer Glieder zu lösen, führt in ihrem Ursprunge zu den Indern zurück; Brameguptas Arithmetik aus dem 7. Jahrhundert enthält bereits einen ähnlichen Ansatz. Weiter begegnet man ihr im 13. Jahrhundert im liber abbaci des Italieners Leonardo da Pisa. Hier sind die gegebenen Zahlen in zwei wagrechten Reihen, entsprechende Glieder unter einander, angeordnet. Es wird im Zickzack multipliziert und dabei die in Figur 7, in der die Sterne die gegebenen Zahlen bedeuten, wiedergegebene Darstellung gebraucht. In deutschen Rechenbüchern tritt der Kettensatz zuerst auf bei Christoff Rudolff 1526 (Künstliche Rechnung mit der Ziffer vnd mit den Zalpfennigen sampt der Wellischen Praktica | vnd allerley vortheyl auff die Regel de Tri . . .) und bei Apian 1527 (Eyn newe vnd wolgegründte vnderweysung aller Kauffmannssrechnung in dreyen Büchern mit schönen Regeln vnd fragstucken begriffen. . . . Durch Petrum Apianum von Leyssnick). Während der erstere den Ansatz in der heute gebräuchlichen Form lehrt, nur dass das Gliederpaar mit der Frage zuletzt steht, benutzt der letztere eine der Leonardoschen ähnliche Form (siehe Figur 8). Rudolff weiss, dass der Satz auf der Regeldetri beruht, giebt jedoch keine Herleitung, eine Lücke, die sich bei Apian in vollständig klarer Weise ausgefüllt findet.

Figur 7. Figur 8.



Die allmähliche Vervollkommnung der Kettenregel geschah im 16. Jahrhundert, ihre Verbreitung, welche insbesondere dem Kaspar Franz de Rees (siehe Anm. 2) zuzuschreiben ist, und ihre allgemeine Anwendung erlangte sie im 18. Jahrhundert, aus welcher Zeit auch der Name Kettensatz stammt. Vorher trug man diesen Ansatz unter dem Titel „Vom Wechsel“ oder „Vergleichung von Mass und Gewicht“ vor. Widman 1489 nennt ihn Regula pagamenti. Von Deutschland aus fand der Satz seinen Weg nach England, wo er unter dem Namen German rule (deutsche Regel) gelehrt wird.

Der Kettensatz und die Reesische Regel, die man eine Zeit lang für verschiedene Ansätze hielt, vermutlich, weil man beim Zurückgehen auf den Ursprung nicht auf dieselbe Quelle kam, beherrschten bis in unser Jahrhundert herein das gesamte praktische Rechnen, indem alle Aufgaben der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri auch die mit umgekehrten Verhältnissen nach ihm gerechnet wurden. Heutzutage jedoch beschränkt sich ihre Anwendung auf die im folgenden angeführten Fälle.

Anmerkung 56. Der leicht zu erlernende Kettensatz ist eine mechanische, an geistbildenden Momenten wenig reiche Regel, aber in seiner Anwendung besonders auf Verhältnisse des kaufmännischen Lebens so vorteilhaft, dass der Lernende nicht ohne grossen Nutzen diesen Abschnitt durcharbeiten wird.

Frage 96. Was versteht man unter Kettensatz?

Antwort. Der Kettensatz (siehe Erkl. 294) lehrt, wie die Bestimmung des Verhältnisses zweier Grössen von verschiedener Einheit durch beliebig viele Mittelgrössen mit Hilfe eines Ansatzes geschehen kann.

Erkl. 294. Für Kettensatz findet man vielfach die Bezeichnung „Strichrechnung", einen Namen, der von dem beim Ansatze benutzten senkrechten Striche herkommt.

Frage 97. Welche Arten von Aufgaben werden nach dem Kettensatze gelöst?

Antwort. Aufgaben, welche aus zwei oder mehreren Sätzen bestehen, von denen einige mehr als zwei Glieder enthalten, die selbständig neben einander und zu der Aufgabe in demselben Range stehen, werden durch die zusammengesetzte Schlussrechnung (siehe Abschnitt C) gelöst.

Aufgaben jedoch, die aus nur zweigliedrigen Sätzen mit lauter geraden Verhältnissen bestehen, und deren Auflösung vermittelst der einfachen Schlussrechnung durch fortgesetzte Anwendung zu geschehen hätte, werden am besten durch den Kettensatz gelöst.

Diese zweigliedrigen Sätze können doppelter Art sein:

1) Das Abhängigkeitsverhältnis hat die Form einer Gleichung (s. Erkl. 295) oder lässt sich in Form einer Gleichung darstellen.

2) Das Abhängigkeitsverhältnis lässt sich nicht in Form einer Gleichung ausdrücken (siehe Erkl. 296).

Die erste Art kommt hauptsächlich bei solchen Aufgaben vor, in welchen Münzen, Masse oder Gewichte des einen Landes in die entsprechenden Grössen des anderen Landes umgewandelt werden sollen, die zweite insbesondere bei solchen Aufgaben, die Prozentbestimmungen enthalten (siehe Erkl. 297).

Erkl. 295. Unter Gleichung versteht man die Verbindung zweier gleichwertigen Ausdrücke durch das Gleichheitszeichen =. Bei dieser Begriffsbestimmung ist zunächst an unbenannte Grössen gedacht, sie gilt aber auch für benannte Zahlen, nur muss man streng unterscheiden, ob das Zeichen = „gleich" oder „gleichwertig" bedeutet.

5 fs. = 4 ℳ

ist zu lesen: „5 fs sind gleich 4 ℳ;

aber

3 hl Weizen = 4 hl Roggen

ist zu lesen: „Der Wert von 3 hl Weizen ist gleich dem Werte von 4 hl Roggen, oder 3 hl Weizen sind gleichwertig mit 4 hl Roggen".

7 kg = 5 ℳ

heisst: 7 kg sind gleichwertig mit 5 ℳ. Dagegen lässt sich der zweigliedrige Satz „je 100 ℳ im Einkaufe sind 110 ℳ im Verkaufe nicht in die Form einer Gleichung bringen.

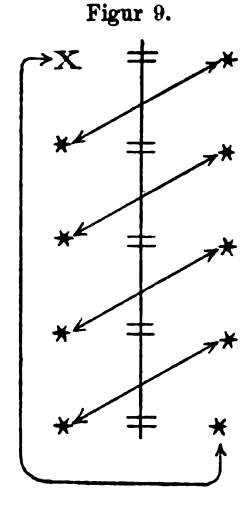
Erkl. 296. Vielfach werden die unter 1) bezeichneten Fälle mit dem Namen „Kettensatz" belegt, während man für die Fälle 2) den Ausdruck „Reesischen Satz" braucht. Es ist aber kein Grund vorhanden, zwischen beiden Sätzen zu unterscheiden, da sie in Form und Bildung übereinstimmen.

Erkl. 297. Die Kettenrechnung findet ihre hauptsächliche Anwendung in der Waren-, Gold-, Silber-, Münz-, Wechsel- und Effektenrechnung. Da aber die daraus entnommenen Beispiele immer Prozentbestimmungen (siehe Olbrichts Lehrbuch der Prozentrechnung) enthalten, so können sie erst an späterer Stelle behandelt werden. Die Ketten-

rechnung selbst aber gehört hierher, da sie sich an die Schlussrechnung am natürlichsten anschliesst und später als ein wesentliches Hilfsmittel zur Lösung schwieriger Aufgaben als bekannt vorausgesetzt werden wird.

Frage 98. Wie wird der Kettensatz aufgestellt?

Figur 9.



Erkl. 298. Die Gleichheitszeichen in der Figur bedeuten gleich oder gleichwertig. Die Glieder, hier mit Sternen bezeichnet, auf welche die Pfeilspitzen desselben Striches hindeuten, sind gleichbenannt.

Erkl. 299. Es wird empfohlen, im Anfange zu jedem Gliede die zugehörige Benennung zu schreiben; später aber schreibe man nur auf die rechte Seite die Benennungen, da sie ja auf der linken in entsprechender Weise wiederkehren müssen.

Antwort. Der Ansatz wird jedesmal in folgender Form aufgestellt:

1) Man zieht einen vertikalen Strich und stellt an die Spitze den Fragesatz, links die gesuchte Grösse x, rechts die Grösse, für welche x als gleichwertige Grösse gesucht wird.

2) Die übrigen Gleichungen oder gleichwertigen Grössen folgen so kettenartig aufeinander, dass jedes Glied rechts und das darunter folgende Glied links genau dieselbe Benennung haben (siehe Figur 9 und Erkl. 298).

3) Die Kette gilt dann als geschlossen, wenn unter Benutzung aller zweigliedrigen Sätze der Aufgabe das Endglied rechts mit dem Anfangsglied links (also mit x) gleiche Benennung hat (siehe Erkl. 299).

4) Sollten in der Aufgabe Bestimmungen fehlen, welche für den kettenartigen Aufbau erforderlich sind, so müssen dieselben aus Bekanntem eingefügt werden (siehe Aufgabe 762).

Frage 99. Wie geschieht die Ausrechnung des Kettensatzes?

Erkl. 300. Mit anderen Worten: Die Glieder rechts kommen in den Zähler, die Glieder links in den Nenner eines Bruches mit der Benennung des letzten Gliedes rechts. Daraus folgen von selbst die unter 1) bis 3) angegebenen Regeln über Behandlung der gemischten Zahlen und Brüche und über das Kürzen.

Es liegt auf der Hand, dass dasselbe herauskommen muss, wenn die Reihenfolge der Glieder rechts und die der Glieder links vertauscht wird, ohne dass ein Glied von der einen Seite auf die andere gerückt wird.

Antwort. 1) Etwa vorhandene gemischte Zahlen werden eingerichtet und die Nenner als Faktoren auf die andere Seite gebracht. Von Brüchen behält man den Zähler auf derselben Seite und setzt den Nenner auf die andere.

2) Decimalstellen gleicht man vor der Kürzung am besten in beiden Seiten dadurch aus, dass man beiderseits mit 10 oder 100 oder 1000 u. s. f. multipliziert.

Es ist also der kettenartige Aufbau nicht erforderlich, sondern es kann Willkür in der Reihenfolge herrschen, wenn nur jeder Benennung rechts eine gleiche an irgend einer Stelle links entspricht. In dieser Weise lehrte Franz de Rees den Satz. Man wird aber erkennen, dass durch die Forderung der kettenartigen Verbindung ein Weglassen irgend einer Benennung nicht möglich ist, dass man also unter allen Umständen den Kettensatz der willkürlichen Ordnung vorziehen wird.

3) Gemeinsame Faktoren der rechten und linken Seite werden gegen einander gehoben.

4) Das Produkt der rechtsstehenden Glieder dividiert durch das Produkt der linksstehenden ergiebt das gesuchte Glied x, welches immer die Benennung des letzten Gliedes rechts erhält (siehe Erkl. 300).

Frage 100. Worauf beruht die Richtigkeit dieser Rechnung?

Antwort. Da das Ergebnis nach Antwort auf Frage 99 nur durch Multiplikation und Division gefunden wird, so muss es sich auch aus mehreren Ansätzen der Schlussrechnung ergeben. Wie aus der Zerlegung in den gelösten Aufgaben 760 bis 762 folgt, wird durch jede der einzelnen Aufgaben der einfachen Schlussrechnung jedesmal das gegebene Glied des Fragesatzes der folgenden Aufgabe gefunden (siehe Erkl. 301). Der Kettensatz ordnet nun die einzelnen Aufgaben der Schlussrechnung in der Weise an, dass der Ansatz und die Ausrechnung in der gezeigten einfachen Weise geschehen kann (siehe Erkl. 302).

Erkl. 301. Die Aufgaben der zusammengesetzten Schlussrechnung hatten wir auch in einzelne Aufgaben der einfachen Schlussrechnung zerlegt (siehe Aufgaben 718 bis 727). Dort aber wurde durch jede einzelne Aufgabe ein Glied des folgenden Bedingungssatzes gefunden.

Erkl. 302. Der Kettensatz ist gar nicht dazu angethan, ihn im strengen mathematischen Sinne zu beweisen, sondern es genügt, wenn man sich von seiner Richtigkeit durch die in den Aufgaben 760 bis 762 vorgenommene Ableitung überzeugt.

---

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 760. Wieviel Mark sind 532 fs., wenn 5 fs. = 4 ℳ sind?

Auflösung. Nach der einfachen Schlussrechnung hat man:

Bds.: 5 fs. sind 4 ℳ

Fgs.: 532 fs. „ x.

1 fs. ist $\frac{4}{5}$ ℳ

532 fs. sind $\frac{4 \cdot 532}{5}$ ℳ = 425,60 ℳ

Nach dem Kettensatz findet man:

x ℳ	532 fs.
5 fs.	4 ℳ

$$x = \frac{4 \cdot 532}{5} \text{ ℳ} = 425{,}60 \text{ ℳ}$$

Beide Ergebnisse stimmen überein (siehe Erkl. 303).

Erkl. 303. Setzt man im Regeldetriansatze x an die 1. Stelle, so hat man:

x sind 532 fs.
4 ℳ „ 5 fs.

Die Ausrechnung ergiebt $\frac{532 \cdot 4}{5}$ ℳ, also $\frac{\text{2. Glied} \times \text{3. Glied}}{\text{4. Glied}}$; dies gilt allgemein bei geradem Verhältnisse, welche Zahlen auch gegeben sein mögen. Vertauscht man nun im Regeldetriansatze das 4. mit dem 3. Gliede:

x sind 532 fs.
5 fs. „ 4 ℳ,

so muss man rechnen $\frac{\text{2. Glied} \times \text{4. Glied}}{\text{3. Glied}}$.

Und dies ist eben die Anordnung, welche der Kettensatz verlangt.

Aufgabe 761. Wieviel Mark kosten 7 kg, wenn 5 kg 8 fs. kosten? (4 ℳ = 5 fs.)

Erkl. 804. Wir stellen unter Berufung auf Erkl. 303 die Zerlegung gegenüber:

Kettensatz:

y fs.	7 kg
5 kg	8 fs.

$$y = \frac{7 \cdot 8}{5} \text{ fs.}$$

x ℳ	$\frac{7 \cdot 8}{5}$ fs.
5 fs.	4 ℳ

$$x = \frac{7 \cdot 8 \cdot 4}{5 \cdot 5} \mathcal{M}$$

Bruchsatz:

y ——— 7 kg
8 fs. ——— 5 kg

$$y = \frac{7 \cdot 8}{5} \text{ fs.}$$

x ——— $\frac{7 \cdot 8}{5}$ fs.
4 ℳ ——— 5 fs.

$$x = \frac{7 \cdot 8 \cdot 4}{5 \cdot 5} \mathcal{M}$$

Auflösung. Die Lösung durch die Schlussrechnung gestaltet sich folgendermassen:

I $\begin{cases} \text{y kosten 7 kg,} \\ \text{8 fs. „ 5 kg,} \end{cases}$

$$y = \frac{7 \cdot 8}{5} \text{ fs.}$$

II $\begin{cases} \text{x sind } \frac{7 \cdot 8}{5} \text{ fs.} \\ 4\ \mathcal{M} \text{ „ 5 fs.} \end{cases}$

$$x = \frac{7 \cdot 8 \cdot 4}{5 \cdot 5} \mathcal{M} = 8{,}96\ \mathcal{M}$$

der Kettensatz lautet:

x ℳ	7 kg
5 kg	8 fs.
5 fs.	4 ℳ

$$x = \frac{7 \cdot 8 \cdot 4}{5 \cdot 5} \mathcal{M} = 8{,}96\ \mathcal{M}$$

Beide Ergebnisse stimmen überein (siehe Erkl. 304).

Aufgabe 762. Wieviel Mark kommen 10 ℔ einer Ware, wenn 100 kg 87 fl. ö. zu stehen kommen, und 100 ℳ = 174 fl. ö. sind?

Erkl. 805. In der Aufgabe fehlt die Beziehung zwischen Pfund und Kilogramm. Diese gehört aber in den Ansatz, da sonst die Kette nicht fortgesetzt werden könnte. Fehlende Bestimmungen der Aufgabe, welche meist aus sehr bekannten Wertverhältnissen bestehen, müssen ergänzt werden.

Erkl. 806. Diese Ableitung, welche sich selbstverständlich auf beliebig viele Gliederpaare der Kette ausdehnen lässt, zeigt, wie schon in der Antwort zu Frage 100 bemerkt wurde, dass der Kettensatz die Ordnung der vorzunehmenden Aufgaben der einfachen Schlussrechnung in der Weise verändert, dass eben seine leichte Aufstellung und Ausrechnung erzielt wird.

Von einem Wegheben ist in diesem Beispiele darum abgesehen worden, um die Ableitung durchsichtiger zu machen.

Auflösung. Nach dem Kettensatz findet man:

x ℳ	10 ℔
2 ℔	1 kg (s. Erkl. 305).
100 kg	87 fl. ö.
174 fl. ö.	100 ℳ

$$x = \frac{10 \cdot 1 \cdot 87 \cdot 100}{2 \cdot 100 \cdot 174} \mathcal{M} = 2{,}50\ \mathcal{M}.$$

Wir stellen ähnlich wie in Erkl. 304 die Zerlegung in die einzelnen Teile ohne zu kürzen und auszurechnen einander gegenüber:

z kg	10 ℔
2 ℔	1 kg

z ——— 10 ℔
1 kg ——— 2 ℔

$$z = \frac{10 \cdot 1}{2} \text{ kg}$$

y fl. ö.	$\frac{10 \cdot 1}{2}$ kg
100 kg	87 fl. ö.

y ——— $\frac{10 \cdot 1}{2}$ kg
87 fl. ö. ——— 100 kg

$$y = \frac{10 \cdot 1 \cdot 87}{2 \cdot 100} \text{ fl. ö.}$$

x ℳ	$\frac{10 \cdot 1 \cdot 87}{2 \cdot 100}$ fl. ö.
174 fl. ö.	100 ℳ

x ——— $\frac{10 \cdot 1 \cdot 87}{2 \cdot 100}$ fl. ö.
100 ℳ ——— 174 fl. ö.

$$x = \frac{10 \cdot 1 \cdot 87 \cdot 100}{2 \cdot 100 \cdot 174} \mathcal{M} \text{ (s. Erkl. 306).}$$

Aufgabe 763. Der Wert sämtlicher norwegischer Küstenfischereien wird auf 25 Millionen Kronen veranschlagt. Wieviel Mark sind dies? (500 Kronen = 281 fl. ö.; 1 fl. = 2 ℳ)

Auflösung.

$$\begin{array}{r|l} x \text{ ℳ} & 25\,000\,000 \text{ Kronen} \\ 500 \text{ Kronen} & 281 \text{ fl. ö.} \\ 1 \text{ fl. ö.} & 2 \text{ ℳ} \end{array}$$

$$x = \frac{25\,000\,000 \cdot 281 \cdot 2}{500 \cdot 1} \text{ ℳ} = 28\,100\,000 \text{ ℳ}$$

Aufgabe 764. Der Durchschnittswert von 50 Acres Land in den Vereinigten Staaten beträgt 940 \$. Wieviel Mark kosten darnach 51,2 ha? (100 \$ = 531 fs.; 100 ℳ = 128 fs.; 7 Acres = 28 328 qm.)

Erkl. 807. Im Ansatze musste die Beziehung zwischen ha und qm eingeschaltet werden. Das Kürzen wird nicht in dem Bruche, sondern in den vertikalen Säulen vorgenommen. (Wegen der Schwierigkeit des Druckes musste hier von einer Darstellung desselben abgesehen werden (siehe Aufgabe 765).

Auflösung.

$$\begin{array}{r|l} x \text{ ℳ} & 51{,}2 \text{ ha} \\ 1 \text{ ha} & 10\,000 \text{ qm} \\ 28\,328 \text{ qm} & 7 \text{ Acr.} \\ 50 \text{ Acr.} & 940 \text{ \$} \\ 100 \text{ \$} & 531 \text{ fs.} \\ 128 \text{ fs.} & 100 \text{ ℳ} \end{array}$$

$$x = \frac{51{,}2 \cdot 10000 \cdot 7 \cdot 940 \cdot 531 \cdot 100}{1 \cdot 28328 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 128} \text{ ℳ} = 9867{,}21 \text{ ℳ}$$

(siehe Erkl. 307).

Aufgabe 765. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $30\frac{4}{5}$ ℳ. Wieviel £ kosten 1107 englische Pfund? (1 £ = $20\frac{1}{2}$ ℳ; 100 deutsche Pfund = $133\frac{24}{25}$ engl. Pfund.)

Erkl. 808. Der Deutlichkeit halber haben wir bisher beiderseits die Benennungen geschrieben, in den folgenden Aufgaben schreiben wir sie nur auf den rechten Seiten, was auch beim Ausrechnen der ungelösten Aufgaben angewendet werden soll (siehe Erkl. 299).

Die fettgedrückten Zahlen sind durchstrichen.

Auflösung.

$$\begin{array}{r|l} x \text{ £} & 1107 \text{ englische Pfund} \\ 133\frac{24}{25} \text{ e. ℔} & 100 \text{ deutsche Pfund} \\ 6\frac{3}{4} \text{ d. ℔} & 30\frac{4}{5} \text{ ℳ} \\ 20\frac{1}{2} \text{ ℳ} & 1 \text{ £} \end{array}$$

Richtet man ein und schafft die Nenner auf die entgegengesetzte Seite, so erhält man unter Weglassung der Benennungen (siehe Erkl. 308):

$$\begin{array}{r|l} x & \mathbf{1107} \cdot \mathbf{41} \\ 3349 & 100 \cdot \mathbf{25} \cdot 5 \\ \mathbf{5} \cdot \mathbf{27} & 154 \cdot 4 \\ \mathbf{41} & 1 \cdot 2 \end{array}$$

$$x = \frac{100 \cdot 5 \cdot 154 \cdot 4 \cdot 2}{3349} \text{ £} = \frac{616000}{3349} \text{ £}$$

$$= 183 \text{ £ } 18 \text{ sh } 9 \text{ d.}$$

Aufgabe 766. Nach China wurden 1889 für 115 884 270 Heikman Taels Waren eingeführt. Wieviel Pfund Sterling sind dies? ($20\frac{1}{5}$ ℳ = 25 fs.; 100 span. Piaster = 85 Taels; 1 £ = $20\frac{1}{4}$ ℳ; $80\frac{4}{5}$ spanische Piaster = 425 fs.)

Auflösung.

$$\begin{array}{r|l} x & 115\,884\,270 \text{ Heikm. Taels} \\ 85 & 100 \text{ span. Piaster} \\ 80\frac{4}{5} & 425 \text{ fs.} \\ 25 & 20\frac{1}{5} \text{ ℳ} \\ 20\frac{1}{4} & 1 \text{ £} \end{array}$$

Erkl. 809. Kürzt man beiderseits mit 4, 101, 5, 25, 17, so bleibt:

$$x = \frac{115\,884\,270}{81 \cdot 5} \text{ £}.$$

Man könnte zwar noch weiter kürzen, aber es ist einfacher die Division:

115 884 270 : 405

auszuführen.

Richtet man ein, schafft die Nenner auf die andere Seite und lässt die Benennungen weg, so erhält man:

x	115 884 270
85	100
404	425·5
5·25	101
81	1·4 (siehe Erkl. 309).

Hieraus folgt: x = 28 613 400 £.

Aufgabe 767. Die ostindische Indigoernte ergab 1889 insgesamt 37 500 Kisten, die Kiste zu 4 Maunds. Wieviel Doppelzentner sind dies? (1 Maund = 37,324 kg.)

Auflösung.

x	37 500 Kisten
1	4 Maunds
1	37,324 kg
100	1 Doppelzentner.

$$x = \frac{375 \cdot 4 \cdot 37{,}324}{1} \text{ D.-Ztr.} = 55\,986 \text{ D.-Ztr.}$$

Aufgabe 768. In Pest befindet sich ein artesischer Brunnen von 1245 Wiener Ellen Tiefe, der täglich 31 800 österreichische Eimer Thermalwasser liefert. a) Wieviel Meter ist er tief? b) Wieviel Hektoliter Wasser liefert er täglich? (242,61 Wien. Ellen = 345,4 Frankf. Ellen; 241,2 württemb. Ellen = 272,29 Baseler Ellen; 80,4 Frankf. Ellen = 80,87 Baseler Ellen; 500 württemb. Ellen = 307 Meter. — 321 österr. Eimer = 283 bayer. Eimer; 10 preuss. Eimer = 687 l; $213\frac{4}{5}$ preuss. Eimer = 229 bayer. Eimer.)

Auflösung a.

x	1245 Wien. Ellen
242,61	345,4 Frankf. Ellen
80,4	80,87 Baseler Ellen
272,29	241,2 württemb. Ellen
500	307 m.

Die Ausgleichung der Decimalstellen ergiebt:

x	1245
24261	3454
804	8087
27229	24120
500	307

Kürzt man und rechnet aus, so findet sich als Ergebnis:

x = 969,68 m

Auflösung b.

x	31 800 österr. Eimer
321	283 bayer. Eimer
229	$213\frac{4}{5}$ preuss. Eimer
10	687 l
100	1 hl

Durch Kürzen und Ausrechnen (siehe Erkl. 310) findet man:

x = 17 982 hl.

Erkl. 810. Es lässt sich kürzen mit 3, 229, 100; dann ist:

$$x = \frac{106 \cdot 283 \cdot 213{,}8 \cdot 3}{107 \cdot 10} \text{ hl}$$
$$= (1\,924\,071{,}72 : 107) \text{ hl}$$

Der gewöhnliche Bruch $\frac{4}{5}$ ist durch den Decimalbruch 0,8 ersetzt worden.

Aufgabe 769. 1 Metical Rosenöl kostet in Konstantinopel 22 Piaster. Wie hoch kommen ohne Unkosten in Hamburg 30 g zu stehen, wenn die Zahlung durch Vermittelung von Wien erfolgt? (100 Piaster = 10,60 fl. ö.; 100 ℳ = 58,60 fl. ö.; $1\frac{1}{2}$ Drachme = 1 Metical; 400 Drachmen = 1 Okka; 1 Okka = 1,285 kg.)

Auflösung.

x	30 g
1285	1 Okka
1	400 Drachmen
$1\frac{1}{2}$	1 Metical
1	22 Piaster
100	10,6 fl. ö.
58,60	100 ℳ

$$x = \frac{10\cdot400\cdot2\cdot22\cdot53}{1285\cdot293}\text{ ℳ} = \frac{9328000}{376505}\text{ ℳ} = 24,78\text{ ℳ}$$

Aufgabe 770. Wenn 1 Cwt. Kaffee in London mit den Unkosten auf $72\frac{1}{2}$ sh zu stehen kommt, welchen Preis in Pfennigen (2 Stellen) ergiebt dies ohne Rücksicht auf Transportkosten u. s. f. für 1 ℔ in Stuttgart, vorausgesetzt, dass die Zahlung durch Amsterdam spesenfrei zu 12 fl. für 1 £ gemacht wird und Stuttgart 167,75 ℳ für 100 fl. Amsterdamer Wechsel zu zahlen hat? (100 engl. ℔ = 90 ℔ in Stuttgart; 1 Cwt. = 128 engl. ℔.)

Auflösung.

x	1 ℔ in Stuttgart
90	100 engl. Pfund
128	1 Cwt.
1	$72\frac{1}{2}$ sh
20	1 £
1	12 fl. h.
100	167,75 ℳ
1	100 ₰

$$x = \frac{145\cdot167,75}{3\cdot128}\text{ ₰} = \frac{24323,75}{384}\text{ ₰} = 63,34\text{ ₰}.$$

b) Ungelöste Aufgaben.

b_1) Münz- und Massreduktionen und Preisberechnungen.

Aufgabe 771. Wieviel Pfennige kosten 250 g, wenn 100 kg 336 fl. ö. kosten? (1 fl. ö. = 2 ℳ)

Aufgabe 772. Wieviel Liter Wein erhält man für 14,08 ℳ, wenn $4\frac{1}{2}$ l mit 3,60 ℳ bezahlt werden?

Aufgabe 773. Die grösste Tiefe des schwarzen Meeres beträgt 895 Saschen. Wieviel Meter sind dies? (1 Saschen = 3 Arschin; 100 Arschin = 71,12 m.)

Aufgabe 774. Die Gesamtlänge der schiffbaren Wasserstrassen Deutschlands beträgt $1598\frac{1}{9}$ geogr. Meilen. Wieviel Kilometer sind dies? (2 deutsche Meilen = 15 km; 371 deutsche Meilen = 375 geogr. Meilen.)

Aufgabe 775. Der Khojak-Tunnel in Afghanistan ist 12 456 engl. Fuss lang. Wieviel Meter sind das? (3 engl. Fuss = 1 Yard; 100 Yards = 91,438 m.)

Aufgabe 776. Wieviel Mark kostet ein amerikanischer Eagle (10-Dollarstück), wenn 1395 ℳ 1 ℔ fein Gold enthalten und 332,308 Golddollar ebenfalls?

Aufgabe 777. Wieviel deutsche Pfund sind gleich 1 englischen Pfund? (1 deutsches ℔ = 500 g; 1 ℔ engl. = 453,593 g.)

Aufgabe 778. Wieviel Francs gilt ein Zehnmarkstück, wenn einerseits 1395 ℳ, andererseits $3444\frac{4}{9}$ fs. aus 1 kg feinen Goldes geprägt werden?

Aufgabe 779. Eine Goldwäscherei lieferte aus 3780 t Quarz 3374 Unzen Gold. Für wieviel Mark Gold wird man danach aus 1200 t Quarz erwarten können, wenn 409 Unzen Gold = 1420 £ und 5 £ = 101,50 ℳ sind?

Aufgabe 780. Zu wieviel Pfennigen müssen 50 g Seide in Berlin verkauft werden, wenn 100 g in Paris 6 fs. kosten, auf 100 ℳ Einkauf 15 ℳ Unkosten kommen und an je 200 ℳ 25 ℳ gewonnen werden sollen? (5 fs. = 4 ℳ)

Andeutung. 100 ℳ ohne Unkosten sind 115 mit Unkosten;
200 ℳ im Einkauf mit Unkosten sind 225 im Verkauf.

Aufgabe 781. Wie teuer sind 15 hl Getreide in Bremen, wenn ein Bushel in New-York mit 2 $ 55 cs. bezahlt wird? (1 Bushel = 53,2 l; 100 $ = 412 ℳ)

Aufgabe 782. 16 Pud Talg kosten in Petersburg 52 Rb. Wie teuer kommen 53,4 kg in Hamburg, wenn die Spesen den 5. Teil des Wertes betragen? (1 Pud = 40 ℔ russ.; 100 ℔ russ. = 40,05 kg, 1 Rb. = 3,24 ℳ)

Aufgabe 783. Wie hoch kommen 25 Pipen Kokosnussöl zu 1000 kg, 50 kg zu 24,48 fl. h. und 100 fl. h. zu 168,55 ℳ in Hamburg, wenn auf 100 ℳ 20 ℳ Unkosten kommen? (Siehe Andeutung zu Aufgabe 780.)

Aufgabe 784. Welches ist der Verkaufspreis in deutschem Gelde von 200 kg, wenn 750 kg mit $10\frac{1}{2}$ £ eingekauft werden und an $33\frac{1}{3}$ £ Einkaufspreis 5 £ gewonnen werden sollen? (1 £ = 20,30 ℳ)

Aufgabe 785. In Russland stellt sich die Produktion eines Pud Weizens auf 57 Kopeken, in den Vereinigten Staaten die eines Bushels auf 62 Cents, in Indien die eines Maund auf 1,84 Rupien. Die Seefracht nach London beträgt 9 Kopeken für russisches, 13 Cents für amerikanisches, 0,33 Rupien für indisches Getreide. Wieviel Pences kommt 1 Quarter jeder Art des Weizens in London zu stehen? ($49\frac{1}{3}$ Penc. = 128 Kop. = 100 Cents = $2\frac{1}{6}$ Rupie; 1 Pud = 36 ℔ engl.; 1 Bushel Weizen = 61 ℔ engl.; 1 Maund = $74\frac{2}{3}$ ℔ engl.; 1 Quarter = 28 ℔ engl.)

Aufgabe 786. Was kosten 52 700 kg tunesischer Weizen ohne Unkosten in Marseille, wenn 9 Kafis (tunesisches Getreidemass) 1250 Piaster kosten, 1 Kafis gleich 4,96 hl ist, 1 hl Weizen 85 kg wiegt, 100 Piaster tunesischer Währung 50,70 ℳ und 4 ℳ gleich 5 fs. sind?

Aufgabe 787. Bremen bezieht aus Bahia 23 Ballen Tabak, jeden zu 275 ℔. Wieviel Mark kommt (ohne Unkosten) 1 Ballen zu stehen, wenn in Bahia 1 Arroba zu 5200 Reïs notiert ist? (5 Arr. = 73 kg; 1 Milreïs = 1000 Reïs = 2,87 fs.; 123 fs. = 100 ℳ)

Aufgabe 788. Die gesamte Kupferproduktion des Jahres 1889 betrug 262 990 engl. Tonnen. Wieviel Kilogramm Gold sind dies? (1 engl. Tonne = 20 Cwt.; 1 Cwt. = 112 ℔ engl.; 100 ℔ engl. = 90,72 ℔ deutsch; 100 kg Kupfer = 90 ℳ; 1 ℔ Gold = 1395 ℳ)

Aufgabe 789. Wieviel Mark kostet 1 ℔ fein Silber, wenn 1 Troy-Pfund fein Silber 373,246 g, 37 Troy-Pfund = 40 Standard-Pfund, 1 £ = 20,35 ℳ ist und 1 Standard-Pfund $59\frac{1}{2}$ Pences kostet?

---

b_2) Aufgaben verschiedenen Inhaltes.

Aufgabe 790. Im Durchschnitt wiegen 9 hl Weizen 765 kg, und 85 kg Weizen ergeben 68 kg Mehl. Wieviel Hektoliter Weizen muss man zu 170 kg Mehl haben?

Aufgabe 791. Eine Sagopalme liefert, wenn sie in ihrem 7. Jahre gefällt wird, 350 kg Sagomehl. Wieviel Zentner Sago liefert ein Acker von 12 ha mit 7jährigen Sagopalmen, wenn 95 Bäume auf 4 a stehen?

Aufgabe 792. Mit wieviel Pfund gutem Heu würde man $\frac{3}{4}$ Zentner Hafer ersetzen können, wenn man 100 ℔ Hafer gleich 85 ℔ Roggen und 100 ℔ gutes Heu gleich $33\frac{1}{3}$ ℔ Roggen schätzt?

Aufgabe 793. Die Ernte eines Roggenfeldes ergab 1344 hl Körner. a) Wieviel Wagenladungen sind dies, und b) wie schwer ist eine Wagenladung, wenn 1 Wagen 32 Säcke laden kann, 5 Sack 6 hl enthalten, 1 cbm Roggen 850 kg wiegt, und 1 Sack 1,2 kg schwer ist?

Aufgabe 794. Im Meerwasser sind im Durchschnitt unter 200 kg Wasser 7 kg Salz aufgelöst. 6 l Meerwasser kommen an Gewicht 7 l Süsswasser gleich. Wieviel Liter Meerwasser muss man verdunsten lassen, um 1 kg Salz zu erhalten? (1 l Süssw. = 1 kg.)

Aufgabe 795. Für wieviel Mark Saatkartoffeln sind auf einem Felde von 1,3 ha erforderlich, wenn 50 kg 3,25 ℳ kosten, und 305 kg Saat auf 25 a gerechnet werden?

Aufgabe 796. Zum Verdampfen von 1 kg Speisewasser sind 640 Wärmeeinheiten erforderlich. Es liefert a) 1 kg Anthracit 8110; b) 1 kg Braunkohle 4450; c) 1 kg Koks 6500; d) 1 kg Torf 3000; e) 1 kg Holz 2800 Wärmeeinheiten. Wieviel Kilogramm von jedem dieser Stoffe sind nötig, um $25\frac{1}{2}$ hl Wasser zu verdampfen?

Aufgabe 797. A vertauscht 340 m Zeug gegen Reis, diesen gegen Zucker, letzteren gegen Tabak und diesen endlich gegen Kaffee. Wieviel Kilogramm Kaffee muss A erhalten, wenn 9 kg Kaffee = 12 kg Tabak = 20 kg Zucker, ferner 7 kg Zucker = 17 kg Reis, endlich 25 kg Reis = 9 m Zeug gerechnet werden?

Aufgabe 798. 5 Sonnendurchmesser sind gleich 542 Erddurchmesser, 3 Erddurchmesser = 11 Monddurchmesser, 18 Mondd. = 5 Venusd., 12 Venusd. = 1 Jupiterd.,

9 Jupiterd. = 11 Saturnd. Wie gross ist der Durchmesser jedes der Himmelskörper, wenn der der Erde 1718 Meilen beträgt?

Aufgabe 799. 105 ccm Gold wiegen ebensoviel wie 193 ccm Silber, 18 ccm Silber ebensoviel wie 21 ccm Kupfer, $25\frac{1}{3}$ ccm Kupfer ebensoviel wie $29\frac{2}{3}$ ccm Eisen und $284\frac{1}{2}$ ccm Eisen ebensoviel wie 190 ccm Blei. 1000 ccm Blei wiegen 11,380 kg. Wie schwer ist ein Liter dieser Stoffe?

Anmerkung 57. Weitere Aufgaben, die vermittelst der Kettenrechnung zu lösen sind, und die Prozentbestimmungen enthalten, findet man in Olbrichts Lehrbuch der Prozentrechnung.

E. Anwendungen der einfachen und zusammengesetzten Schlussrechnung.

Anmerkung 58. Die Aufgaben jedes der Kapitel 1 bis 12 sind systematisch geordnet und enthalten im allgemeinen Beispiele zu jeder der im Abschnitte B behandelten Schlussweise. Die starken Striche trennen beim Kopfrechnen die Aufgaben mit ganzen Zahlen von denen mit gewöhnlichen Brüchen, beim schriftlichen Rechnen die Aufgaben der einfachen von denen der zusammengesetzten Schlussrechnung. Die Kapitel 13 bis 16, welche die sogenannten Brunnenaufgaben und ähnliche enthalten, sind für die Ausbildung der Denkkraft und des Schlussvermögens sehr nützlich.

1) Aufgaben aus dem gewerblichen Leben.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 800. Wie gross ist der Gewinn eines Fleischers an einem Schwein, für welches er 125 ℳ zahlte, wenn es nach dem Schlachten zu den ortsüblichen Preisen 120 ℔ Fleisch, das ℔ zu 70 ₰, 7 ℔ Beine, das ℔ zu 10 ₰, 45 ℔ Wurst, das ℔ zu 80 ₰, und 44 ℔ Schmer und Speck, das ℔ zu 90 ₰, ergab?

Aufgabe 801. Ein Bäcker braucht zu 45 Broten, deren jedes nach dem Backen 6 ℔ wiegt, 100 kg Roggenmehl für 23 ℳ, 40 ₰ Brennmaterial und 50 kg Wasser. Er verkauft ein solches Brot für 66 Pfennige. a) Wieviel Mehl, b) wieviel Wasser ist in jedem Brote; c) wieviel kostet ein solches Brot dem Bäcker; d) wieviel gewinnt er daran: e) wieviel wiegt ein Brot vor dem Backen; f) wieviel verliert der Teig für ein Brot durch Verdunsten des Wassers beim Backen?

Aufgabe 802. Zur Bedienung von 3 Maurern rechnet man 2 Handlanger. Wieviel der letzteren braucht ein Baumeister, bei dem 57 Maurer beschäftigt sind?

Aufgabe 803. Ein Buchbinder hat jährlich 90 ℳ Miete für den Arbeitsraum, 50 ℳ Geschäftssteuer, 240 ℳ für Heizung und Beleuchtung zu zahlen. Er arbeitet im Jahre an 300 Tagen. Wieviel Geschäftsunkosten muss er auf eine Arbeit rechnen, welche 15 Tage in Anspruch nimmt?

Aufgabe 804. In einer Strasse von 390 m Länge sollen Gasrohre gelegt werden, von denen 20 65 m lang sind. Wieviele solcher Rohre sind erforderlich?

Aufgabe 805. Aus 1 cbm Rotbuchenholz kann ein Drechsler einschliesslich des Abganges 25 Kegel fertigen. Wieviel Kubikcentimeter Holz braucht er für die 9 Kegel eines Spieles?

Aufgabe 806. Ein Stuccateur hat ein Zimmer von 44,4 m Umfang mit einem Deckengesims zu versehen. Er rechnet für das laufende Meter 10 kg Gips, 1000 kg zu 56 ℳ. a) Wieviel Gips muss er nehmen; b) was kostet derselbe?

Andeutung zu b): $444 = 4 \cdot 100 + 10.$ Teil von $400 + 10.$ Teil von 40.

Aufgabe 807. Ein Buchbindergeselle kann 100 Gesangbücher in $1\frac{1}{2}$ Tagen beschneiden, oder in $2\frac{1}{2}$ Tagen mit Goldschnitt versehen, oder in $\frac{3}{4}$ Tag die Futterale dazu anfertigen. Wieviel bringt er von jeder Art in 15 Tagen fertig?

Aufgabe 808. Zu 1 Dutzend seidener Mützen rechnet der Mützenmacher an Stoff $1\frac{1}{2}$ m Seide von 90 cm Breite, 1 m zu 8,50 ℳ, $1\frac{1}{5}$ m Futternessel, 1 m zu 2,20 ℳ und $\frac{3}{4}$ m gestreiften Biber, 1 m zu 0,64 ℳ. Wieviel betragen die Auslagen für $\frac{1}{3}$ Dutzend?

Aufgabe 809. Zum Abfahren eines Haufens Erde sind 45 Fuhren nötig, falls jedesmal 2 cbm aufgeladen werden. Wieviel Mal muss gefahren werden, wenn die jedesmalige Ladung $1\frac{1}{2}$ cbm beträgt?

Aufgabe 810. Ein Schreiner brauchte zu den Füllungen einer kleinen Schrankthür $\frac{1}{2}$ qm Tannenholz zum Preise von $\frac{3}{5}$ ℳ. Wie hoch kommt ihn die Füllung einer anderen Thür zu stehen, wenn er zu derselben 3 qm braucht?

Aufgabe 811. Ein Lackierer hat für das Streichen von $\frac{5}{8}$ einer Stube $3\frac{3}{4}$ kg Farbe und Lack gebraucht. Wieviel muss er zu einer anderen Stube haben, wenn deren Grösse $\frac{1}{3}$ der ersteren beträgt?

Aufgabe 812. Zu einem Handbesen werden $\frac{11}{125}$ kg Borsten zum Preise von $35\frac{1}{5}$ ₰ gebraucht. Wie teuer sind die Borsten, wenn $\frac{3}{40}$ kg dazu genommen werden?

Aufgabe 813. Hat ein Ziegelstein $\frac{3}{25}$ m Breite, so braucht man zu 1 cbm Mauer 350 Steine. Wieviel Steine sind erforderlich, wenn sie zwar dieselbe Länge und Höhe, aber $\frac{6}{35}$ m Breite haben?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 814. Ein an ein Wohnhaus stossender Garten soll auf den drei freien Seiten, von denen zwei je 15,50 m und die dritte 18,60 m lang ist, mit einem eisernen Staket umgeben werden. Wieviel kostet dasselbe, wenn das laufende Meter an Ort und Stelle mit 8,75 ℳ berechnet wird?

Aufgabe 815. Ein Holzschleifereibesitzer hat einen Holzvorrat von 2568 cbm Tannenholz, woraus er Holzstoff gewinnen will. a) Was kostet ihm das Holz, wenn 1 cbm frei Fabrik mit 11,25 ℳ bezahlt wird; b) wieviel Zentner rohen Holzstoff gewinnt er daraus, wenn 10 cbm 220 Zentner ausgepressten Holzstoff liefern; c) welche Einnahme erzielt er,

wenn er für 1 Zentner rohe Holzmasse 1,56 ℳ erhält; d) wie gross ist der Gewinn; e) wieviel trockene Ware erhält er daraus, wenn 100 Zentner ausgepresster Stoff etwa $33\frac{1}{3}$ Zentner trockene Ware ergeben?

Aufgabe 816. Aus einer 17 ℔ schweren gegerbten Kuhhaut im Preise von 37,60 ℳ werden 16 Paar Halbsohlen oder 7 Paar ganze Sohlen geschnitten. Was kostet a) 1 Paar Halbsohlen; b) 1 Paar ganze Sohlen?

Aufgabe 817. Ein Kupferschmied kann Kupferbleche aus A und aus B beziehen. In A, welches von seinem Wohnorte 300 km entfernt ist, kosten 100 kg 168 ℳ; in B, welches 165 km entfernt liegt, kosten 100 kg 170 ℳ. Die Fracht beträgt für 1 km und 100 kg 5 ₰. Woher bezieht er die Bleche am billigsten?

Aufgabe 818. Ein beim Bau des Nordostseekanals beschäftigter Arbeiter hat, falls er in den dafür errichteten Baracken isst und wohnt, für 1. und 2. Frühstück 25 ₰, für Mittagsessen 35 ₰, für Vesper und Abendbrot 30 ₰, für Schlafquartier 10 ₰ zu zahlen und braucht für Kleidung und andere notwendige Ausgaben etwa 80 ₰. Wieviel kann ein solcher Arbeiter a) monatlich; b) jährlich sparen bei einem Lohn 1. von 2,50 ℳ; 2. von 3,50 ℳ? (Der Monat ist zu 30 Zehr- und 26 Arbeitstagen zu rechnen.)

Aufgabe 819. Von den Arbeitern, die beim Bau des Nordostseekanals beschäftigt sind, erhalten 3200 in den dazu erbauten Baracken Kost und Wohnung. Es werden nun für eine Mittagsmahlzeit auf 75 Mann 14 kg Rindfleisch oder $12\frac{1}{2}$ kg Schweinefleisch gerechnet. Wie hoch beläuft sich der Bedarf im ganzen von jeder dieser Fleischsorten für eine Mahlzeit?

Aufgabe 820. Aus einem Block Maserholz von 112,25 Zentner Gewicht lassen sich, eingerechnet des Abfalls, 215 Pfeifenköpfe drechseln, deren jeder 166,8 g wiegt. Wieviel Pfeifenköpfe erhält man aus demselben Blocke, wenn jeder 180 g wiegen soll und für den Abfall ebensoviel gerechnet wird?

Aufgabe 821. Ein Holzhändler kaufte einen Eichbaum für 52,75 ℳ und zahlte an Arbeitslohn 3,30 ℳ. Der Baum lieferte 1400 kg Lohe, welche im Preise von 18,60 ℳ für 500 kg verkauft wurde. Der Stamm enthielt zwei Wellbäume, für deren Bearbeitung der Händler 3,50 ℳ zahlte, und die er mit 11,85 ℳ fürs Stück verkaufte. Der Abfall lieferte 68 Büschel Brennholz, die das Stück zu 15 ₰ verkauft wurden, wogegen der Arbeitslohn 4,95 ℳ betrug. Wieviel Gewinn brachte der Eichbaum?

Aufgabe 822. Der Fussboden einer Veranda in der Grösse von 12,75 qm soll mit Zinkplatten belegt werden. Jede Platte ist 1,80 m lang und 1,20 m breit; sie wiegt 15,12 kg, und der Preis beträgt für 100 kg 36,50 ℳ. Wie teuer kommt das Zink zu dem Fussboden zu stehen?

Aufgabe 823. Aus einer Teigmasse kann ein Bäcker 980 Stück Brötchen jedes von $\frac{3}{40}$ kg Gewicht backen. Wieviel erhält er aus derselben Masse, wenn er jedes nur $\frac{7}{100}$ kg schwer macht?

Aufgabe 824. Ein Maurermeister hat berechnet, dass er zu dem Bau einer Mauer von $5\frac{7}{25}$ cbm 1848 Ziegelsteine braucht. Es stellt sich aber heraus, dass die Mauer niedriger gemacht werden kann, so dass nur $4\frac{3}{7}$ cbm zu bauen sind. Wieviel Steine braucht er nunmehr?

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

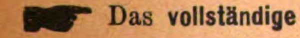
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.



Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



948. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Forts. v. Heft 941. — Seite 161—176.



Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der **niederen** (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — **aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)

nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 941. — Seite 161—176.

Inhalt:

Stuttgart 1891.

Verlag von Julius Maier.

Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc.** und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen nebst Angabe und Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc.**, so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen und alsdann auch alle Teile der reinen und angewandten Mathematik** — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang von ungelösten Aufgaben** beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten als z. B. für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden und Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren Auffinden der Lösungen** derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe und Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Aufgabe 825. Die Höhen der zu einer Mauer verwendbaren Steine verhalten sich wie 7:8 (siehe Erkl. 262). Wieviel Schichten würde die Mauer mit den höheren Steinen erhalten, wenn sie mit den kürzeren a) 96; b) 112; c) 104 Schichten erhalten hätte?

Aufgabe 826. Ein Unternehmer übernimmt für 41 000 ℳ den Bau einer Eisenbahnstrecke, bei der 25 200 cbm Erde zu bewegen sind. Nach seinem Voranschlage kann die Arbeit von 65 Mann in 158 Tagen geleistet werden. Bei der Ausführung zeigen sich jedoch Schwierigkeiten, so dass er erst 48 Tage später fertig werden würde. a) Wieviel Arbeiter muss er zu Beginn des 55. Arbeitstages einstellen, um im ganzen nach 168 Arbeitstagen fertig zu werden; b) wie gross ist der Gewinn des Unternehmers, wenn der tägliche Lohn eines Arbeiters im Durchschnitt 2,75 ℳ ist, und für Geräte etc. insgesamt 3500 ℳ berechnet werden; c) wie hoch würde der Gewinn gewesen sein, wenn sein Voranschlag richtig gewesen wäre?

Aufgabe 827. Wenn 16 Schuhmacher in 6 Wochen 300 Paar Stiefeln anfertigen, wieviel Paare machen dann 100 Schuhmacher in 14 Wochen?

Aufgabe 828. 4 Holzspalter können bei 12stündiger Arbeitszeit in 1 Woche 28 cbm Holz zerkleinern. Wieviel Leute müssten arbeiten, um bei $10\frac{1}{2}$stündiger Arbeitszeit in 8 Tagen 49 cbm zu spalten?

Aufgabe 829. 5 Schriftsetzer setzen in 6 Tagen bei 9stündiger Arbeit 7 Druckbogen. Wieviel Schriftsetzer sind nötig, um in 27 Tagen bei 10stündiger Arbeit ein Werk von 4 Bänden, deren jeder 28 Druckbogen umfasst, zu setzen?

Aufgabe 830. 24 Weber haben $10\frac{1}{2}$ Woche, wöchentlich 6 Tage und täglich 12 Stunden gearbeitet und in dieser Zeit 80 Stück Tuch, jedes von 42 m Länge, gefertigt. Wieviel Stück von 54 m Länge werden 27 Weber in 16 Wochen fertig bringen, wenn sie wöchentlich $5\frac{1}{2}$ Tage und täglich $11\frac{1}{4}$ Stunden arbeiten?

Aufgabe 831. 14 Maurer führen in 5 Tagen bei 10stündiger Arbeitszeit eine Mauer von 70 m Länge, 1,5 m Höhe und 0,75 m Dicke auf; wieviel Stunden haben 8 Maurer täglich gearbeitet, wenn sie in 28 Tagen eine Mauer von 120 m Länge, 2,8 m Höhe und 0,9 m Dicke fertig gestellt haben?

---

2) Aufgaben über Handel und Verkehr.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 832. Die Worttaxe für ein Telegramm nach Italien beträgt 15 ₰. Wieviel ist für ein solches von 38 Worten zu zahlen?

Aufgabe 833. Für ein Telegramm nach Russland von 46 Worten wurden 9,20 ℳ bezahlt. Wie gross ist die Worttaxe?

Aufgabe 834. In Deutschland kommen im Durchschnitt auf 100 Einwohner jährlich 42 Telegramme, 2360 Briefe und Postkarten und 2510 Postsendungen anderer Art. Wie gross ist bei Zugrundelegung dieser Zahlen die Menge a) der Telegramme, b) der Briefe, c) der Postsendungen anderer Art, welche die Postanstalt eines Ortes von 11 000 Einwohnern zu bewältigen hat?

Aufgabe 835. Die Länge aller unterseeischen Kabel beläuft sich gegenwärtig auf 221 392 km. Wieviel Mal kann man damit den Aequator von 40 070 km Länge umspannen?

Aufgabe 836. Der Doppelschraubendampfer Augusta Victoria der Hamburg-Amerikanischen Packetfahrtgesellschaft braucht für eine Reise von Hamburg nach New-York 240 Eisenbahnwagenladungen Kohle. Wie lang würde ein Eisenbahnzug sein, der diese Kohlenmenge fortschaffen kann, wenn ein Zug von 25 Wagen ohne die Lokomotive 180 m lang ist?

Aufgabe 837. Um 3 Kompagnien Infanterie fortzuschaffen, ist ein Eisenbahnzug mit 15 Wagen erforderlich. Wieviel Wagen muss der Zug haben, wenn 4 Kompagnien fortgefahren werden sollen?

Aufgabe 838. Beim Bau einer Eisenbahn von 104 km Länge kamen 4 km 944 000 ℳ zu stehen. Wie teuer war die Linie?

Andeutung. 104 zerlege in $4 + 4 \cdot 25$.

Aufgabe 839. Ein Reisender giebt in der Gepäckexpedition einen Koffer von $38\frac{1}{2}$ kg Gewicht auf. Wieviel hat er bei 25 kg Freigepäck Ueberfracht zu zahlen, 1 kg zu 8 ₰ gerechnet?

Aufgabe 840. Die Fahrpreise der 4 Wagenklassen der meisten deutschen Eisenbahnen lassen sich folgendermassen aus einander berechnen. Die I. Klasse kostet das Doppelte, die II. das $1\frac{1}{2}$-fache, die IV. die Hälfte der III. Klasse. Eine Rückfahrkarte ist um die Hälfte teurer als die einfache Fahrkarte. Eine einfache Fahrkarte II. Klasse von Dresden nach Berlin kostet 10,50 ℳ. Wie teuer sind die andern Fahrkarten?

Aufgabe 841. Nach Einführung des Kreuzertarifes wird man auf den österreichischen Staatsbahnen für $1\frac{3}{5}$ fl. ö. in der II. Klasse 80 km weit befördert. Wie weit kann man für $\frac{2}{5}$ fl. ö. fahren?

Aufgabe 842. Eine Bergfahrt auf der $4\frac{7}{25}$ km langen Pilatusbahn kostet 10 fs, eine Thalfahrt 6 fs. Wieviel ist durchschnittlich für 1 km zu zahlen a) bei einer Bergfahrt, b) bei einer Thalfahrt?

Aufgabe 843. Der schnellste Eilzug Deutschlands geht von Berlin nach Frankfurt und braucht bei einer Geschwindigkeit von $61\frac{1}{9}$ km in der Stunde 9 Stunden. Wieviel würde er brauchen, wenn er, wie es ein Schnellzug auf der französischen Nordbahn fertig bringt, in 1 Stunde 100 km zurücklegen könnte?

Aufgabe 844. Ende 1862 kostete ein Telegramm von 20 Worten von Berlin nach Aachen $1\frac{3}{5}$ ℳ. Wieviel Worte kann man jetzt für dasselbe Geld telegraphieren, da jetzt ein Wort $\frac{1}{20}$ ℳ kostet?

Aufgabe 845. Einer der gemischten Züge von Berlin nach Hamburg braucht $8\frac{11}{20}$ Stunden, indem er 33 km in der Stunde zurücklegt. Der Expresszug auf derselben Strecke braucht $4\frac{19}{20}$ Stunden. Wieviel Kilometer legt er in der Stunde zurück?

Aufgabe 846. Für eine Kiste von $5\frac{5}{8}$ kg ist $1\frac{1}{4}$ ℳ Fracht zu zahlen. Wieviel muss für eine Kiste von $7\frac{1}{5}$ kg bezahlt werden, wenn sie gleich weit befördert werden soll?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 847. Der Doppelschrauben-Schnelldampfer „Columbia“ brauchte zu seiner ersten Fahrt von Southampton nach New-York von 3078 Seemeilen 6 Tage 19 Stunden, während der Bremer Schnelldampfer „Lahn“ dieselbe Reise in 7 Tagen 6 Stunden zurückgelegt hatte. Wieviel Seemeilen haben die genannten Schiffe während dieser Fahrten in 1 Stunde zurückgelegt (1 Decimalstelle)?

Aufgabe 848. Die deutsche Reichspost beförderte in den ersten 18 Jahren ihres Bestehens 24 813 Millionen Stück. Wieviel kommt im Durchschnitt auf 1 Jahr?

Aufgabe 849. Auf 100 qkm Fläche kommen in Preussen 6,8; in Bayern 6,9; im Königreich Sachsen 15,2 km Eisenbahn. Wie gross ist die Gesamtlänge der Eisenbahnen in diesen Staaten, wenn Preussen 348 258 qkm, Bayern 75 864 qkm, Sachsen 14 993 qkm Fläche hat?

Aufgabe 850. Die deutsche Reichspost hat im Jahre 1888 17 089 Millionen Mark durch ihre Hände gehen lassen. Wenn nun ein Beamter in 6 Tagen in Zehnmarkstücken 2 160 000 ℳ zählt, wie lange braucht er, um jene Summe durchzuzählen?

Aufgabe 851. In England wurden 1889 an 1 142 500 Doppelzentner Thee eingeführt, und zwar waren unter 4570 Doppelzentnern 2021 aus Indien, 685 aus Ceylon und 1864 aus China. Wie hoch belief sich in dem genannten Jahre die Einfuhr an Thee aus den verschiedenen Ländern?

Aufgabe 852. Auf 1000 Bewohner der Vereinigten Staaten kommen 3,97 km Eisenbahn; auf 1000 Europäer nur 620 m. Auf wieviel Einwohner Europas kommt ebensoviel Bahnlänge als auf 1000 Bewohner der Vereinigten Staaten?

Aufgabe 853. Am 6. Oktober 1829 fanden auf der Ebene von Rainhill (England) auf Grund eines Preisausschreibens Wettfahrten zwischen 3 Lokomotiven statt. Die „Rakete“ von Stephenson zeigte dabei eine Geschwindigkeit von $22\frac{1}{2}$ km in der Stunde, die „Novelty“ von Erikson hatte $12\frac{1}{2}$, der „Cyclop“ nur $8\frac{2}{3}$ km Geschwindigkeit. Die Rakete durchfuhr die Probestrecke in 520 Sekunden. Wieviel Zeit hatten die beiden anderen Maschinen dazu gebraucht?

Aufgabe 854. Bei den Königl. Sächs. Staatsbahnen kommt im Durchschnitt auf jedes Achsenkilometer im Personenverkehr 13,78 ₰, im Güterverkehr $9\frac{1}{4}$ ₰. Wie weit muss ein Güterzug fahren, um denselben Ertrag zu bringen, welchen ein Personenzug mit gleichviel Achsen auf einer Strecke von 25 km giebt?

Aufgabe 855. Durch Einführung des Zonentarifes in Ungarn wurde in $9\frac{2}{3}$ Monaten im Personenverkehr gegen den gleichen Zeitraum des Vorjahres eine Mehreinnahme von 1162804 fl. ö. erzielt. Wieviel Mark beträgt die Mehreinnahme, gleiches Verhältnis vorausgesetzt, für 1 Jahr? (100 fl. = 174 ℳ)

Aufgabe 856. Die Geschwindigkeit eines Eilzuges und eines Güterzuges verhielten sich wie 10 : 7 (siehe Erkl. 262). In welcher Zeit wird der Güterzug dieselbe Strecke zurückgelegt haben, zu der der Eilzug $1^h\,3'$ brauchte?

Aufgabe 857. Die Fracht für $87\frac{3}{4}$ Tonnen betrug bei $22\frac{1}{2}$ Meilen Entfernung 46,50 ℳ Wieviel würde man zu zahlen haben, um a) $58\frac{1}{2}$ Tonnen $15\frac{3}{4}$ Meilen; b) $17\frac{7}{8}$ Tonnen $202\frac{1}{2}$ Meilen fortschaffen zu lassen?

Aufgabe 858. Ein Kaufmann zahlt für $45\frac{3}{4}$ Zentner Ware auf 235 km 500 m 175 ℳ 50 ₰ Fracht. Wieviel muss er für 94 Zentner 20 ℔ auf 366 km zahlen?

Aufgabe 859. Bei einer Telegraphenleitung braucht man 45 Schock 15 Stück Stangen, wenn auf 414 m Länge 25 Stangen gerechnet werden. Wieviel Stangen würden auf derselben Strecke nötig sein, wenn man auf 543 m 30 Stangen nimmt?

Aufgabe 860. Der Transport von 1250 kg Ware 567 km weit auf der Eisenbahn kostet $52\frac{1}{2}$ ℳ Wie weit wird die Ware fortgeschafft werden, wenn 397 kg mehr aufgegeben und 6,75 ℳ weniger bezahlt werden?

---

3) Aufgaben über Umrechnung von Münzen und Massen.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 861. In London erhielt man für 1 £ holländische Wechsel im Betrage von 25,47 fl. h. Wieviel holländische Gulden Wechsel erhält man für 11 £?

Aufgabe 862. Eine Bank zahlte für 15 amerikanische Dollars 64,95 ℳ Wieviel Mark hatte sie für 1 Dollar gerechnet?

Aufgabe 863. Nach dem Kriege von 1870/71 musste Frankreich an Deutschland eine Kriegsentschädigung von 5000 Millionen (5 Milliarden) fs. bezahlen. Wieviel Mark sind dies? (4 ℳ = 5 fs.)

Aufgabe 864. Ein Kurgast in Karlsbad nimmt den Seinigen folgende Geschenke mit: Einen Granatschmuck für 16,75 fl., einen Zigarrenkasten für 2,65 fl., ein Arbeitskörbchen für 1,85 fl., ein Taschenmesser für 0,75 fl. und verschiedene Gläser für 3 fl. Wieviel kosten diese Gegenstände zusammen in deutscher Reichsmünze, wenn 100 fl. 174,40 ℳ gerechnet werden?

Aufgabe 865. Die Rechnung eines Touristen in Böhmen betrug: Abendbrot 65, Bier 30, Nachtlager 60, Kaffee und Frühstück 75, für den Hausknecht 20 Kreuzer. Wieviel Mark und Pfennige waren das, 50 fl. zu 82,50 ℳ gerechnet?

Aufgabe 866. Der Themse-Tunnel ist 1300 englische Fuss lang. Wieviel Meter sind dies? (200 engl. Fuss sind 61 m.)

Aufgabe 867. In Weipert kostet 1 Glas böhmisch Bier 7 Kreuzer, im sächsischen Grenzdorf Bärenstein 16 ₰. Wo trinkt man das Bier billiger und um wieviel, wenn der Gulden 170 ₰ gilt?

Aufgabe 868. Zu einer Reise nach Oesterreich will sich P mit 160 fl. versehen. Wieviel Mark muss er dem Bankier dafür bezahlen, wenn 100 fl. 169 ℳ kosten?

Andeutung. 160 setze man zusammen aus $100 + 50 + 10$.

Aufgabe 869. Die Donaubrücke bei Regensburg ist 545 bayerische Ellen lang. Wieviel Meter sind dies, wenn 10 bayerische Ellen $8\frac{1}{3}$ m sind?

Andeutung. 545 setze zusammen aus $500 + 40 + 5$.

Aufgabe 870. 1 Arschin (russ. Längenmass) ist $\frac{7}{9}$ Yard (engl. Längenmass). Wieviel Arschin sind 175 Yards?

Aufgabe 871. Das russische Medicinalpfund ist $\frac{7}{8}$ Handelspfund, da nun 7 Handelspfund $2\frac{4}{5}$ kg sind, wieviel Kilogramm hat dann ein russisches Medicinalpfund?

Aufgabe 872. In England rechnet man 1 Karat (das Gewicht von Edelsteinen) zu $\frac{41}{200}$ g. Wieviel Gramm wiegt ein Diamant von $2\frac{3}{4}$ Karat?

Aufgabe 873. In London notierte 1 Stone von 8 ℔ Hornvieh $2\frac{1}{3}$ sh. Wieviel Mark sind dies, wenn 10 sh $= 10\frac{1}{5}$ ℳ sind?

Aufgabe 874. $1\text{ m} = 3\frac{1}{6}$ preuss. Fuss. Wenn man nun 1 sächs. Elle $1\frac{17}{21}$ preuss. Fuss rechnet, wieviel sächs. Ellen gehen auf 1 m?

Aufgabe 875. Gilt 1 fl. ö. $1\frac{3}{4}$ ℳ, so erhält man für eine gewisse Anzahl Mark $7\frac{1}{5}$ fl. ö. Wieviel Gulden erhält man für dieselbe Geldsumme, wenn für 1 fl. ö. $1\frac{4}{5}$ ℳ bezahlt werden müssen?

Aufgabe 876. 1 deutsche Meile ist $4\frac{2}{3}$ englische Meile. Wieviel deutsche Meilen sind $5\frac{1}{4}$ englische?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 877. Der Seeweg von Hamburg nach Kamerun beträgt 5038 Seemeilen. 1 Seemeile ist 1,852 km. Wieviel Kilometer beträgt der Weg von Hamburg nach Kamerun?

Aufgabe 878. Der Wert des Meters wurde durch Verordnung vom 24. April 1799 zu 443,296 Pariser Linien bestimmt, während eine spätere Durchsicht der Gradmessungen durch Bessel einen Wert von 443,334 Pariser Linien ergab. Um wieviel Millimeter ist demnach das Meter zu klein?

Andeutung. 443,334 Linien sollten 1000 mm sein. Es sind aber 443,296 Linien 1000 mm gerechnet worden.

Aufgabe 879. Wieviel Millimeter beträgt die mittlere Barometerhöhe von 28 Pariser Zoll? (15 Par. Zoll = 406 mm.)

Aufgabe 880. Auf Zwirnrollen findet man häufig „200 Yards". Das Yard ist ein englisches Längenmass und zwar sind 500 Yards gleich 457,185 m. Wieviel Meter Zwirn befinden sich auf der Rolle?

Aufgabe 881. Die heiligen Seen Tibets liegen 2384 Toisen über dem Meere. Wieviel Meter sind dies? (10 Toisen = 19,49 m.)

Aufgabe 882. Das Reiterstandbild Friedrich des Grossen unter den Linden in Berlin ist 43 Fuss hoch, das Blüchers an der neuen Wache 26 Fuss, die Siegessäule auf dem Königsplatz 195 Fuss. Wieviel Meter hoch ist jedes dieser Denkmale? (5 preussische Fuss = 1 m 57 cm.)

Aufgabe 883. Der Montblanc ist 14800 Pariser Fuss hoch; wieviel Meter sind das? (6 Par. Fuss = 1,949 m.)

Aufgabe 884. Ein Getreidehändler kauft für 1542 $ kalifornischen Weizen, für 586 Rb. russischen Roggen und für 3850 fl. ö. ungarischen Mais. Wieviel hat er a) für jeden Posten und b) im ganzen in deutscher Reichsmünze zu zahlen? (100 $ = 418,50 ℳ; 100 Rb. = 322 ℳ; 100 fl. ö. = 173,50 ℳ)

Aufgabe 885. Ein Leipziger Kaufmann hat aus Paris für 257,50 fs. Modeartikel bezogen. a) Wieviel Mark beträgt die Schuld? (100 fs. = 81 ℳ) Wieviel Schuld deckt er mit einem Wechsel von b) 157,95 ℳ; c) 97,45 ℳ?

Aufgabe 886. Die elektrischen Strassenbahnen in London hatten im Jahre 1889 eine Gesamtlänge von 118,38 Londoner Meilen. Wieviel Kilometer sind das? (25 Londoner Meilen = 38 km.)

Aufgabe 887. Eine Rechnung über englische Stahlwaren betrug 238 £ 16 sh. Wieviel ist für dieselbe nach deutscher Reichsmünze zu zahlen? (10 £ = 203,75 ℳ)

Aufgabe 888. Die Postdampferlinie-Bremerhaven New-Orleans beträgt 5270 Seemeilen. Wieviel Kilometer sind dies? ($2\frac{1}{2}$ Seemeilen = $4\frac{5}{8}$ km.)

Aufgabe 889. Meter und österreichische Fuss verhalten sich wie 6 : 19 (s. Erkl. 262). Wieviel Meter beträgt danach die Höhe des Stephansdomes in Wien, welche $433\frac{1}{2}$ österr. Fuss ist?

Aufgabe 890. Die Goldwerte von Francs und schwedischen Kronen in Gold verhalten sich wie 18 : 25. Wieviel Kronen haben denselben Goldwert wie 1 Zehnmarkstück, welches ebensoviel Gold enthält wie $12\frac{28}{81}$ goldene Francsstücke?

4) Aufgaben aus der Technik und Industrie.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 891. Zwischen Folkestone in England und Kap Grisnez in Frankreich ist über den Kanal eine Riesenbrücke geplant worden, welche eine Länge von 38 km haben würde. Wieviel Pfeiler würde man brauchen, wenn die Spannweite 250 m angenommen wird?

Andeutung. Man beachte, dass am Anfang und Ende der Brücke ein Pfeiler stehen muss.

Aufgabe 892. Die Kosten dieser Brücke sind auf 860 Millionen Francs veranschlagt, und zwar sind 380 Millionen für die Pfeiler, 480 Millionen für den Oberbau berechnet worden. a) Wie teuer kommt darnach 1 Pfeiler im Durchschnitt zu stehen; b) wie hoch belaufen sich die Kosten für 100 m Oberbau? (Bis auf die Ganzen abzurunden.)

Aufgabe 893. Nach sorgfältigen Berechnungen kommt eine 5pferdestarke Maschine unter Berücksichtigung aller Unkosten jährlich zu stehen auf 3772,50 ℳ, eine 10pferdestarke auf 4702 ℳ, eine 20pferdestarke auf 6310 ℳ, eine 100pferdestarke auf 15490 ℳ, eine 300pferdestarke auf 34650 ℳ, eine 500pferdestarke auf 55050 ℳ. Wie teuer ist bei den verschiedenen Arten von Maschinen 1 Pferdekraft jährlich?

Aufgabe 894. Die Dampfziegelei bei Brunsbüttel kann zum Bau des Nordostseekanals in 3 Tagen 10000 Steine liefern. Wieviel Zeit braucht sie, um 2 Millionen Ziegel fertig zu bringen?

Aufgabe 895. Da diese Ziegelei (siehe Aufg. 894) bei freier Lieferung des Materials für 500 Steine 12,25 ℳ erhält, wieviel hat sie für jene 2 Millionen zu beanspruchen?

Aufgabe 896. Die Zahnradbahn auf den Rigi ist 7 km lang, beginnt bei 437 m Höhe und steigt bis 1750 m. Wieviel Steigung kommt im Durchschnitt auf 100 m Länge?

Aufgabe 897. Die Zähne eines 36zähnigen Rades greifen in die eines 54zähnigen ein. Wenn nun das erste 90 Umdrehungen macht, wieviel Umdrehungen macht dann das zweite?

Aufgabe 898. Das Vorderrad eines Wagens hat 360 cm Umfang, das Hinterrad 480 cm. a) Wieviel Umdrehungen macht letzteres, wenn sich ersteres 2200mal umgedreht hat; b) welchen Weg hat dann der Wagen zurückgelegt?

Aufgabe 899. Eine selbstthätige Stecknadelmaschine bringt in 15 Minuten 1245 Stecknadeln fertig, wieviel in 4 Stunden?

Andeutung. Mit 240 multipliziert man, indem man erst mit 25 multipliziert, dann den Multiplikanden abzieht und den Rest noch mit 10 multipliziert.

Aufgabe 900. Eine gute Papiermaschine ist im stande, in 9stündiger Arbeitszeit 49000 Bogen feines Schreibpapier zu liefern. Wie lange muss sie arbeiten, um eine Bestellung von 483000 Bogen auszuführen?

Andeutung. $483000 = 490000 - 7000$.

Aufgabe 901. Durch 3 Umdrehungen der Kurbel einer Winde, wozu 7 Sekunden erforderlich sind, steigt die zu hebende Last um $\frac{3}{8}$ m. Durch wieviel Umdrehungen und in welcher Zeit wird die Last a) 3 m, b) 18 m gehoben?

Aufgabe 902. Eine Gasanstalt hatte in $3\frac{1}{4}$ Jahren 468000 cbm Gas erzeugt. Wieviel Kubikmeter kamen durchschnittlich auf a) $1\frac{5}{8}$ Jahr, b) $1\frac{1}{12}$ Jahr, c) $3\frac{1}{4}$ Monat, d) $\frac{1}{2}$ Monat?

Aufgabe 903. Aus einem Bleivorrate kann man 14700 Kugeln, jede 15 g schwer, giessen. Wieviel Kugeln erhält man aus dem nämlichen Vorrate, wenn jede $17\frac{1}{2}$ g schwer werden soll?

Aufgabe 904. Eine Dampfmaschine hebt in gewisser Zeit 2100 Zentner Wasser $5\frac{1}{3}$ m hoch. Wieviel Wasser würde diese Maschine bei gleichem Kohlenaufwande in derselben Zeit a) 20, b) $6\frac{2}{5}$ m hoch heben?

Aufgabe 905. Welchen Weg durchläuft die Handhabe einer Kurbel bei $15\frac{3}{4}$ Umdrehungen, wenn bei $4\frac{2}{3}$ Umdrehungen gerade 6 m durchlaufen werden?

Aufgabe 906. Wenn ein Kupferdraht von $3\frac{2}{7}$ qmm Querschnitt durch eine Belastung von 138 kg zerreisst, welche Last würde dann einen Draht von a) $4\frac{1}{6}$, b) $5\frac{1}{2}$ qmm Querschnitt zerreissen?

Aufgabe 907. Ein Fabrikant bringt in einer bestimmten Zeit bei täglich $10\frac{1}{3}$ stündiger Arbeitszeit 1240 Stück Ware fertig. Um wegen schlechten Geschäftsganges keine Arbeiter entlassen zu müssen, beschränkte er die tägliche Arbeitszeit auf $7\frac{1}{4}$ Stunden. Wieviel Stück werden nun in der betreffenden Zeit fertig?

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 908. Die Unruhe einer Taschenuhr macht in der Sekunde meistens 5 Schwingungen und legt bei jeder einmal ihren Umfang, der 56,52 mm beträgt, zurück. Welchen Weg würde die Unruhe, falls man sich die Schwingungen fortgeführt denkt, a) in 1 Sek., b) in 1 Minute, c) in 1 Stunde, d) in 1 Tag, e) in 1 gewöhnl. Jahre zurücklegen?

Aufgabe 909. Nach einem Plane, Paris mit Wasser aus dem Neuenburger See zu versehen, welcher 400 m über dem Seinespiegel liegt und 500 km von Paris entfernt ist, würde das Wasser auf der zu erbauenden Leitung aus dem See in Paris nach 4 Stunden $37\frac{7}{9}$ Minuten in einer Höhe von 120 m über dem Seinespiegel ankommen. a) Welche Geschwindigkeit hat das Wasser in 1 Sekunde? b) Wieviel Fall würde die Leitung im Durchschnitt auf 1 km haben?

Aufgabe 910. Von den beiden Schrauben eines Fischtorpedos, welche durch komprimierte Luft getrieben werden, macht jede in 6 Sek. 7 Umdrehungen. Sie bewegen dabei das Geschoss 72 m weit. a) Nach wieviel Sekunden wird ein solches Torpedo ein 350 m entferntes Schiff treffen? b) Wieviel Umdrehungen hat bis dahin jede der Schrauben gemacht?

Aufgabe 911. In einem Bergwerk befinden sich 2 Dampfmaschinen, welche zusammen in 28 Minuten 50 Sek. $230\frac{2}{3}$ hl Wasser aus gleicher Tiefe heben. Die erste Maschine hebt in 2 Min. 10 Sek. 6,5 hl Wasser. Wie gross ist die Leistungsfähigkeit jeder Maschine in 1 Minute?

Aufgabe 912. Ein Zahnrad mit 32 Zähnen greift in ein anderes mit 35 Zähnen und dieses in ein drittes mit 48 Zähnen ein. Wenn nun letzteres 75 Umdrehungen macht, wieviel hat das erste gemacht? Welcher Unterschied ergiebt sich, wenn das erste gleich in das letzte eingreift?

Aufgabe 913. Eine Dampfmaschine von 20 Pferdekräften braucht bei ununterbrochenem Betriebe in einer Woche 95,75 hl Steinkohlen. Wieviel Pferdekraft muss eine andere Maschine haben, die in derselben Zeit 86,175 hl braucht?

Aufgabe 914. Eine Menge Eisen reicht hin, um 1955 Schienen von 4 m 15 cm Länge herzustellen; wieviel Schienen von 4 m 25 cm Länge kann man aus derselben Menge Eisen fertigen?

Aufgabe 915. Bei einem Eisenbahnhochbau sind die Kosten auf eine gewisse Summe veranschlagt. Die Grabarbeiten betragen $\frac{1}{50}$ davon, die Maurerarbeiten $\frac{12}{25}$, die Zimmerarbeiten $\frac{19}{100}$, die Schmiede- und Schlosserarbeiten $\frac{7}{50}$. Für die anderen Arbeiten sind im ganzen 1 137 719 ℳ ausgeworfen. a) Wieviel kommt auf jede Arbeitsart? b) Wie gross ist der gesamte Kostenanschlag?

Aufgabe 916. Die Tragkräfte gleichstarker Balken aus demselben Holze stehen in umgekehrtem Verhältnisse zu ihrer Länge. Wie gross ist die Tragkraft eines Balkens von $5\frac{1}{4}$ m Länge, wenn die eines anderen gleichstarken von $2\frac{4}{5}$ m Länge $53\frac{2}{5}$ Ztr. beträgt?

Aufgabe 917. Bei gleichen Querschnitten verhalten sich die Festigkeiten eines Hanfseils und eines Eisendrahtes wie 5:48 (siehe Erkl. 262). Von welchem Querschnitt ist demnach ein Hanfseil zu nehmen, welches ebensoviel trägt, als ein a) $2\frac{1}{2}$, b) 1,8, c) 2,7 qmm dicker Eisendraht?

Aufgabe 918. Eine Dampfmaschine von 40 Pferdekräften bewegt in 5 Wochen zu 6 Tagen zu 14 Stunden 4500 cbm Erde. Wieviel Kubikmeter wird eine andere Maschine von 40 Pferdekräften in vierwöchentlicher ununterbrochener Thätigkeit bewegen?

Aufgabe 919. Besetzt man ein Rad so mit Zähnen, dass alle 5 cm 3 Zähne stehen, so kann man 48 Zähne anbringen. Wieviel Zähne müssen auf 8 cm Umfang stehen, wenn im ganzen 90 angebracht werden sollen?

Aufgabe 920. Zwei gezähnte Räder, von denen das erste 15, das andere 28 Zähne hat, greifen in einander. Wenn sich nun das erste in 7,5 Sek. 16mal umdreht, wie oft dreht sich das zweite in 21 Sek. um?

Aufgabe 921. Die Kraft, welche dazu gehört, 500 ℔ in der Sekunde 0,25 m hoch zu heben, nennt man 1 Pferdekraft. Wieviel Pferdekräfte besitzt eine Dampfmaschine, welche in 3 Minuten 225 Ztr. 2,5 m hoch zu heben vermag?

Aufgabe 922. Beim Bau des Nordostseekanals sind 30 Trockenbaggermaschinen thätig, von denen 4 in 3 Minuten 20 cbm Erde ausheben. In wieviel Tagen können dieselben bei ununterbrochener Thätigkeit 2 520 000 cbm herausbefördern?

Aufgabe 923. Ein Rad von 3,80 m Umfang macht in der Minute 42 Umdrehungen und legt in einer gewissen Zeit 27,930 km zurück. a) Welchen Umfang hat ein anderes Rad, welches bei 39 Umdrehungen in der Minute in derselben Zeit 27,300 km zurücklegt? b) Wieviel Umdrehungen muss ein Rad von 2,4 m Umfang in der Minute machen, wenn es in derselben Zeit 13,860 km durchlaufen soll?

Aufgabe 924. Eine Wasserpumpe, deren Kolben eine Fläche von 78,4 qcm und eine Hubhöhe von 50 cm hat, giebt in 5,5 Stunden 29 645 l Wasser. Wieviel Wasser giebt hiernach eine andere bei gleicher Geschwindigkeit der Kolbenbewegung in 7 Stunden 20 Min., wenn der Kolben eine Fläche von 126 qcm und eine Hubhöhe von 55 cm hat?

Aufgabe 925. Eine Lokomotive legt in 25 Min. 15 Sek. eine Strecke von 27 km 270 m zurück, wenn sich der Kolben im Cylinder in 4 Sek. 13mal hin- und herbewegt. Wieviel solcher Bewegungen muss der Kolben derselben Lokomotive in 9 Sek. machen, damit sie in 37 Min. 40 Sek. 72 km 320 m zurücklegt?

---

5) Aufgaben aus der Land- und Forstwissenschaft und dem Hüttenwesen.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 926. In den Besitzungen der deutschen Handels- und Plantagengesellschaft der Südsee bearbeitet oder besorgt ein Arbeiter im Durchschnitt jährlich $1\frac{2}{5}$ ha volltragende Baumwolle, oder 4 ha Kokospalmen, oder $\frac{2}{5}$ ha Kaffee, oder 10 ha Weideland, oder $\frac{4}{5}$ ha Neukultur, oder das Hüten von 50 Stück Rindvieh. Wieviel Arbeiter müssen danach auf einer Pflanzung angestellt werden, auf der 35 ha Baumwoll-, 28 ha Kokospalmen-, 16 ha Kaffeepflanzungen sind, und auf der 70 ha Weideland, 20 ha Neukultur und 300 Stück Rindvieh besorgt werden müssen? Und wie hoch belaufen sich die Kosten derselben, wenn für jeden Mann, ohne Berücksichtigung des auf der Pflanzung selbstgezogenen Proviants, 280 ℳ in Anrechnung kommen?

Aufgabe 927. Die Leistung einer Heuwendemaschine ist ebensogross als die von 12 Arbeiterinnen. Wenn nun zur Bedienung der Maschine notwendig sind 1 Mann, der täglich 2,10 ℳ bekommt, 1 Pferd, das täglich 2,70 ℳ kostet und für Abnutzung der Maschine u. s. f. 5,30 ℳ gerechnet werden, der tägliche Lohn einer Arbeiterin aber nur 1,30 ℳ beträgt, um wieviel ist dann die Maschinenarbeit billiger als die Handarbeit?

Aufgabe 928. Von 250 kg Saatkartoffeln erntet man 1500 kg. Das Wievielfache der Aussaat beträgt die Ernte?

Aufgabe 929. Aus 13 l Milch erhält man $\frac{1}{2}$ kg Butter. Wieviel Butter geben a) 78, b) 143, c) 272 l Milch?

Aufgabe 930. Ein 72 a grosses Haferfeld giebt einen Ertrag von etwa 1200 kg Körnern und 1800 kg Stroh. Wieviel Körner und Stroh wird man unter gleichen Verhältnissen von einem a) 12 a, b) 18 a, c) 24 a, d) 36 a grossen Felde erwarten können?

Aufgabe 931. 100 kg Weizen geben 81 kg Mehl und 10 kg Kleie. Wieviel gewinnt man von a) 75, b) 125, c) 275, d) 950 kg Weizen?

Aufgabe 932. Aus 80 kg Roggen erhält man 56 kg Mehl. Wieviel Mehl geben a) 32, b) 120 kg Roggen?

Aufgabe 933. Eine Herde Gänse von 15 Stück lieferte 6 kg Federn. Auf wieviel Federn kann man bei einer Herde von 32 Stück rechnen?

Aufgabe 934. A hat auf $2\frac{1}{2}$ ha Land 36 hl Getreide geerntet. Wieviel ha hat B zu bestellen, um dieselbe Ernte zu erzielen, wenn der Ertrag des Ackers von A zu dem von B sich wie 4:5 (siehe Erkl. 262) verhält?

Aufgabe 935. Ein Oekonom hat 84 Schock Weizen erbaut. Zur Probe drischt er $1\frac{1}{6}$ Schock aus und erhält $1\frac{1}{4}$ hl Körner. Wieviel hl hat er von den 84 Schock zu erwarten?

Aufgabe 936. Von 10 kg gutem Rotkleesamen keimen $9\frac{3}{5}$, von gutem Möhrensamen $8\frac{1}{3}$ und von gutem Honiggrassamen 6 kg. Wieviel keimfähiger Samen befindet sich unter $\frac{2}{3}$ kg jeder Art?

Aufgabe 937. Ein Mann mäht in 1 Tage bei 12 Stunden Arbeitszeit durchschnittlich $\frac{3}{10}$ ha Getreide. Wieviel kann er in a) $3\frac{1}{3}$ Tagen, b) $2\frac{5}{6}$ Tagen, c) 4 Tagen 8 Stunden mähen?

Aufgabe 938. In welcher Zeit bringen 2 solche Mäher (siehe Aufg. 937) a) $\frac{9}{11}$, b) $\frac{9}{10}$, c) $7\frac{1}{2}$ ha fertig?

Aufgabe 939. Von $2\frac{4}{5}$ ha erhält man im Durchschnitt 56 hl Winterweizen. Wieviel geben a) $3\frac{3}{10}$, b) $4\frac{1}{2}$, c) $1\frac{7}{15}$ ha?

Aufgabe 940. Ein Pferd bewegt einen beladenen Wagen mit $1\frac{1}{4}$ m Geschwindigkeit, während ihn ein Zugstier mit $\frac{4}{5}$ m Geschwindigkeit bewegt. In welcher Zeit würde ein Ochsengespann einen Lastwagen ebensoweit befördern, wie ihn die gleiche Zahl Pferde in a) $1\frac{3}{5}$ Stunde, b) 2 Stunden 40 Minuten bewegt?

Aufgabe 941. Wäre $\frac{2}{3}$ der Ernte eines Feldes durch Hagelschlag vernichtet, so würde der Schadenersatz 4800 ℳ betragen. Wieviel bekommt der Besitzer, wenn der Hagelschaden zu $\frac{5}{8}$ geschätzt worden ist?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 942. Auf einem rheinischen Landgute betrug bei gleicher Art des Betriebes die Durchschnittsernte an Hafer des Jahrzehntes 1860 bis 70 von einem Morgen 10,68 Zentner, 1870 bis 80 9,62 Zentner und 1880 bis 90 7,34 Zentner. Der Durchschnittspreis für 1 Zentner war im 1. Jahrzehnt 6,89 ℳ, im 2. 8,38 ℳ, im 3. 8,19 ℳ Es ist zu berechnen, a) wieviel jedesmal 1 Morgen im Durchschnitt Einnahme brachte, und b) in welchem Jahrzehnt für den betreffenden Landwirt die beste Halferernte war.

Aufgabe 943. Die Mais- und Weizenernte der Vereinigten Staaten stellen sich für die letzten zwei Jahrzehnte wie folgt:

Ernte	Periode	Durchschnitts- Fläche in Acres	Durchschnitts- Produktion in Bushels	Durchschnittswert des Bushel
Mais	1870/79	43 741 331	1 184 486 954	42,6 Cents
„	1880/89	70 543 457	1 703 443 054	39,3 „
Weizen . . .	1870/79	25 187 414	312 152 728	104,9 „
„ . . .	1880 89	37 279 164	449 695 359	82,7 „

Es ist zu berechnen a) der Durchschnittsertrag auf jedem Acre in Bushel (1 Dec), und b) der Durchschnittswert eines Acre in Dollars (2 Dec).

Aufgabe 944. Aus 35 kg Rüben gewinnt man 3,360 kg Zucker; wieviel Rüben braucht man zu 840 kg Zucker?

Aufgabe 945. Der Pächter einer Wiese vermutet 320 Ztr. Heu zu bekommen, so dass ihm 1 Ztr. 1,20 ℳ zu stehen käme. Er gewinnt aber nur 256 Ztr. Wie hoch kommt ihm nun 1 Ztr.?

Aufgabe 946. In einer Schweinezüchterei erhielten 32 Stück Schweine an Futter täglich 80 l Molke, 1 l 0 ℳ; 24 l abgerahmte Milch, 1 l 2 ₰; 24 ℔ Gerstenschrot, 10 ℔ 75 ₰; $\frac{1}{2}$ Ztr. Futtermehl, 1 Ztr. 5 ℳ; 1 Sack Kartoffeln 2 ℳ; 6 ℔ Erbsen 40 ₰. Die Schweine wurden 10 Monate lang gefüttert und ergaben beim Verkaufe ein Durchschnittsgewicht von 3 Ztr. Für den Zentner wurden 40 ℳ bezahlt. Ein Ferkel kostete beim Einkaufe 20 ℳ Welcher Gewinn ergab sich?

Aufgabe 947. In 3 Jahren gab Preussen zur Vertilgung schädlicher Forstinsekten 563598 ℳ aus. Diese Ausgabe kann ohne Schädigung der Kulturen in Zukunft nicht gespart werden. Es soll berechnet werden, wieviel Preussen in den nächsten 5 Jahren zu diesem Zwecke verwenden muss.

Aufgabe 948. Wieviel Flächenraum muss ein Kuhstall haben, wenn in demselben 19 Kühe von durchschnittlich 450 kg lebenden Gewichtes, 12 Kühe von 475 kg l. G. und 9 Kühe von 500 kg l. G. Platz haben sollen, und auf 1000 kg l. G. 9,6 qm Stallflächenraum gerechnet werden?

Aufgabe 949. Als Mittelernte für Hafer werden in Preussen für 1 a 13,8 kg angenommen, wobei als höchster Ertrag 31,4 kg, als niedrigster 4,3 kg gerechnet wird. Wieviel Ar mit der niedrigsten Ernte liefern dasselbe, a) wie 25 a mit mittlerer Ernte, b) wie 25 a mit bester Ernte?

Aufgabe 950. 5 Schafe geben jährlich 10,5 kg gewaschene Wolle. Wie gross ist die jährliche Einnahme eines Gutsbesitzers aus der Wolle einer Herde von 63 Schafen, wenn er für 50 kg Wolle 182,50 ℳ erhält?

Aufgabe 951. Ein Gutsbesitzer erntet von $3\frac{1}{2}$ ha 90 Schock 3 Mandeln 1 Garbe Roggen. Welchen Ertrag wird er unter sonst gleichen Umständen von $4\frac{3}{4}$ ha erwarten können?

Aufgabe 952. Als Mittelernte für Erbsen rechnet man in Preussen auf 1 Ar $11\frac{1}{9}$ kg, bei bester Ernte 26 kg, bei schlechtester $2\frac{1}{4}$ kg. Wieviel Ar mit schlechtestem Ertrage liefern ebensoviel wie $1\frac{4}{5}$ ha a) mit mittlerem, b) mit bestem Ertrage?

Aufgabe 953. Auf einen rechtwinkligen Acker von 36 m Länge und 18 m Breite sind 1,92 hl gesät worden; wieviel Saat braucht man danach für einen Acker von 54 m Länge und 22 m Breite?

Aufgabe 954. 38 Pferde werden mit einem Vorrate Hafer 21 Tage reichen, falls jedes täglich 16,5 l bekommt; wie lange werden 63 Pferde mit demselben Vorrate reichen, wenn die Ration um 2,25 l vermindert wird?

Aufgabe 955. Ein Landmann hatte auf einen Acker von 40 m Breite und 125 m Länge zur Aussaat 1,20 hl Weizen oder 1,79 hl Hafer gebraucht. Wieviel wird er nötig haben, wenn er einen Acker von 60 m Breite und 75 m Länge a) mit Weizen, b) mit Hafer besäen will?

Aufgabe 956. In den Kohlenbergwerken beträgt das 6 tägige Schichtlohn für 25 Häuer im Durchschnitt 555 ℳ. Wieviel verdienen a) 68 Häuer in 10 Tagen; b) 20 Häuer in 25 Tagen; c) 1 Häuer an 1 Tag?

Aufgabe 957. Mit $262\frac{1}{2}$ kg Hafer, $17\frac{1}{2}$ kg Erbsen, $122\frac{1}{2}$ kg Heu und $122\frac{1}{2}$ kg Stroh kann man 5 Pferde 7 Tage lang füttern. Wieviel braucht man für 8 Pferde in 6 Tagen?

Aufgabe 958. Ein Landmann gebraucht nach seiner Berechnung im Januar für seine 400 Schafe $170\frac{1}{2}$ Ztr. Heu. Am 12. Jan. verkauft er 160 Stück. Wieviel Heu braucht er nunmehr im ganzen Monat Januar?

---

6) Aufgaben militärischen Inhaltes.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 959. Die Friedensstärke des deutschen Heeres besteht aus 538 Bataillonen Infanterie, 465 Eskadrons Kavallerie und 434 Batterien Feldartillerie. Wieviel Offiziere sind erforderlich, wenn auf 1 Bataillon 18, auf 1 Eskadron 3, auf 1 Batterie 4 gerechnet werden?

Aufgabe 960. Ein Infanterist führt im Felde 150 scharfe Patronen bei sich, die ohne Verpackung 4 kg 125 g wiegen. Wie schwer ist 1 Patrone?

Aufgabe 961. In einem Garnisonorte verhielt sich die Stärke der Kavallerie zu derjenigen der Infanterie wie 2 : 15 (siehe Erkl. 262), die der Artillerie zu derjenigen der Infanterie wie 3 : 8. Da nun die Garnison 12 000 Infanteristen zählte, wieviel hatte sie Kavalleristen und Artilleristen?

Aufgabe 962. Zum Bau eines Schiessstandes brauchen 100 Mann 30 Arbeitstage. In wieviel Tagen würden 120 Mann fertig werden?

Aufgabe 963. Zur Herstellung eines Paradeplatzes für ein Armeekorps müssen 150 Pioniere 24 Tage arbeiten. Nachdem dieselben 10 Tage thätig gewesen sind, kommt Befehl, den Platz binnen 6 Tagen fertig zu stellen. Wieviel Mann müssen mehr dazu befehligt werden?

Aufgabe 964. Die Marschkolonne (zu 4 Mann) einer Kompagnie Soldaten ist 55 m lang. Wie lang wird die Kolonne, wenn Sektionen zu 5 Mann gebildet werden, oder zu zweien marschiert wird?

Aufgabe 965. Eine Festung wird für ihre Besatzung von 1200 Mann auf 6 Monate mit Lebensmitteln versehen, zu gleicher Zeit erhalten 200 Mann Befehl auszumarschieren. Wie lange werden die übrigen mit diesem Vorrate auskommen?

Aufgabe 966. Für die Einquartierung eines Dorfes von 24 Mann waren zu liefern 18 kg Fleisch, 60 kg Kartoffeln und 288 kg Brot. Wieviel betrug die Lieferung für ein anderes Dorf, in welchem 54 Mann lagen?

Andeutung. $54 = 48 + 6$.



Aufgabe 967. Für ein Biwak sind erforderlich 4200 kg Lebensmittel, 1350 kg Futter, 15 000 kg Lagerstroh, 60 cbm Holz. Wieviel Wagen müssen gestellt werden, wenn a) ein einspänniger 600 kg, b) ein zweispänniger 1000 kg, c) ein vierspänniger 1800 kg fortschaffen kann? Es ist anzunehmen, dass das Holz nur auf zweispännigen Wagen fortgeschafft wird, deren jeder 2,5 cbm fasst.

Aufgabe 968. Die sogenannte grosse Viktualienportion besteht aus $\frac{1}{4}$ kg Fleisch, $\frac{3}{20}$ kg Speck, $\frac{1}{8}$ kg Reis oder $1\frac{1}{2}$ kg Kartoffeln, $\frac{1}{40}$ kg Salz und $\frac{3}{200}$ kg Kaffee. Zu wieviel Portionen reichen 3 kg jeder Sorte?

Aufgabe 969. Das Gewicht der Pulverladung der zum neuen Gewehr unserer Infanterie gehörenden scharfen Patronen verhält sich zum Gewichte des Geschosses wie 1:6 (siehe Erkl. 262). Da nun das letztere $16\frac{1}{2}$ g wiegt, wie schwer ist das erstere?

Aufgabe 970. An Koch- und Wärmeholz wird auf die Dauer von 24 Stunden fürs Biwak geliefert: Für ein Infanterie-Bataillon 10 cbm, für ein Kavallerie-Regiment $12\frac{1}{2}$ cbm, für eine Batterie 3 cbm, für eine einzelne Wache $\frac{1}{2}$ cbm, für einen Bataillonsstab $\frac{2}{5}$ cbm. Wenn jedoch die Biwaks erst gegen Abend bezogen werden, so werden nur $\frac{3}{4}$ der obigen Sätze gewährt. Wie sind diese dann?

Aufgabe 971. In der Garnison wird für ein Pferd an leichter Ration täglich gewährt $4\frac{3}{4}$ kg Hafer, $2\frac{1}{2}$ kg Heu und $3\frac{1}{2}$ kg Stroh. Wieviel Tage reicht ein Pferd mit 1 Ztr. jeder Art?

Aufgabe 972. Der Wohnungsgeldzuschuss beträgt für einen Leutnant in der I. Servisklasse für den Monat (30 Tage) $31\frac{1}{5}$ *M.* Wieviel Tage war ein Reserveoffizier eingezogen, der $11\frac{11}{25}$ *M.* Servis erhielt?

Aufgabe 973. Eine Ordonnanz zu Fusse legt in einer Minute $\frac{3}{25}$ km, zu Pferde im Trabe $\frac{1}{4}$ und im Galopp $\frac{3}{5}$ km zurück. In welcher Zeit wird ein Reiter a) im Trabe, b) im Galopp die Strecke zurücklegen, zu der ein Infanterist $16\frac{2}{3}$ Minute braucht?

Aufgabe 974. Durch die Drehung der Züge im Infanterie-Gewehr M 71/84 dreht sich das Geschoss auf $\frac{11}{20}$ m Bahn einmal, bei dem Gewehr M 88 jedoch schon auf $\frac{6}{25}$ m Bahnlänge. Wieviel Drehungen macht ein aus dem letzteren kommendes Geschoss, wenn ein aus dem ersteren kommendes 240 Drehungen gemacht hat?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 975. Die monatliche Löhnung eines Gemeinen beträgt $10\frac{1}{2}$ *M.*, eines Gefreiten 12 *M.*, eines Unteroffiziers 15 *M.*, eines Sergeanten 36 *M.*, eines Feldwebels 60 *M.* Wieviel Löhnung hat eine Kompagnie zu beanspruchen, welche 93 Gemeine, 14 Gefreite, 8 Unteroffiziere, 5 Sergeanten und 1 Feldwebel hat?

Aufgabe 976. Eine Stadt erhielt für 435 Reservisten, die 11 Tage einquartiert waren, im ganzen 1531,20 *M.* Wieviel war für Kopf und Tag gewährt worden?

Aufgabe 977. Der Druck des Pulvergases beim Infanteriegewehr beträgt 64 Ztr. auf 1 qcm. Wie gross ist der Druck auf das Geschoss, dessen Grundfläche 49 qmm ist?

Aufgabe 978. Ein gefüllter Patronenkasten enthält 1125 Patronen und wiegt 41 kg 950 g. Wie schwer sind die 450000 Patronen, die etwa die Kriegschargierung eines kriegsstarken Bataillons bilden?

Aufgabe 979. Ein marschierendes Bataillon macht in 1 Minute 112 Schritte. 5 Schritte sind 4 m lang. In welcher Zeit wird das Bataillon 6,720 km zurücklegen?

Aufgabe 980. Die britische 11,94 cm Schnellfeuerkanone giebt einem Geschosse bei einer Ladung von 5,44 kg Pulver eine Anfangsgeschwindigkeit von 686 m. Welche Anfangsgeschwindigkeit würde das Geschoss bei 5,27 kg Ladung erhalten?

Andeutung. Es soll gerades Verhältnis angenommen werden.

Aufgabe 981. Eine einzelne scharfe Patrone des deutschen Repetiergewehres M 88 kostet 10,90 Centimes, eine des französischen Lebelgewehres 12,63 Centimes. Wieviel Patronen können in Deutschland für dasselbe Geld verschossen werden, welches in Frankreich 218000000 Stück kosten?

Aufgabe 982. In den Garnisonen Irlands stehen von der Gesamtmacht der britischen Armee, welche Grossbritannien und Irland besetzt hält, im Frieden $\frac{7}{27}$, in Schottland $\frac{13}{360}$, während in England 76100 Mann stehen. Wieviel Mann zählen die Garnisonen Irlands und Schottlands?

Aufgabe 983. Eine vorgeschobene selbständige Abteilung kann bei Angriffen von zwei Seiten auf Unterstützung rechnen: In einer Entfernung von 12,4 km steht Infanterie, welche in 19 Min. 2 km zurücklegt, während sich in 22,5 km Entfernung Kavallerie befindet, die in 18 Min. 5 km vorwärts kommt. Von welcher Seite kann die Abteilung im Angriffsfalle zuerst auf Unterstützung rechnen, wenn sie zur Benachrichtigung einen Ordonnanzreiter abschickt, der in 5 Min. 3 km zurücklegt, und die Unterstützungstruppen jederzeit marschbereit sind?

Aufgabe 984. Eine Festung mit 12000 Mann Besatzung würde mit ihrem Vorrate, wenn jeder Mann täglich $2\frac{1}{4}$ kg erhielte, 7 Monate reichen. Wie lange reicht derselbe Vorrat, wenn die Besatzung um 3000 Mann vermehrt wird, der Mann aber nur $1\frac{2}{5}$ kg erhält?

Aufgabe 985. Der Vorrat einer Festung an Brot reicht für 3600 Mann 5 Monate lang, wenn der Mann täglich 750 g erhält. Wieviel Gramm bekommt 1 Mann täglich, falls derselbe Vorrat für 4050 Mann 125 Tage reichen soll?

---

7) Aufgaben geschichtlichen Inhaltes.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 986. Der Rat der Athener bestand zur Blütezeit der Stadt aus 40 Personen, von denen je 1 auf 500 stimmberechtigte Einwohner kam. Wieviel Bürger zählte Athen damals?

Aufgabe 987. Im Jahre 5 v. Chr. verteilte Augustus 19200000 Denare (1 Denar = 87 ₰) unter 320000 Personen. a) Wieviel Denare, b) wieviel Mark kamen auf 1 Person?

Aufgabe 988. In der Schlacht bei Fehrbellin (1675) kamen auf 7 Reiter des grossen Kurfürsten 9 Fusssoldaten und 5 Reiter der Schweden, und auf jedes Geschütz von ihm 3 feindliche. Da er nun 5600 Reiter und 13 Geschütze hatte, wie gross war die Macht Wrangels, des schwedischen Führers?

Aufgabe 989. Der holländische Handel verhielt sich zum englischen um 1650 wie 5:1, 1750 wie 6:7, 1800 wie 2:5, jetzt etwa wie 1:5 (siehe Erkl. 262). Wieviel englische Schiffe kamen zu jeder dieser Zeiten auf 30 holländische?

Aufgabe 990. Als Hannibal von Spanien abrückte, um nach Italien gegen die Römer zu ziehen, hatte er ein Heer von 61 000 Mann bei sich. Er verlor durch Kämpfe und den Uebergang über die Alpen von je 300 Mann 165. Mit welcher Macht kam er in Italien an?

Aufgabe 991. Nach dem Berichte des griechischen Geschichtsschreibers Herodot kamen auf die 1207 asiatischen Schiffe, die nur einen Teil der von Xerxes gegen die Griechen geführten Flotte bildeten, auf 5 Schiffe 1000 Mann Bemannung. Wie gross war die Bemannung aller Schiffe?

Aufgabe 992. Zu Ende des deutsch-französischen Krieges hielten unter Werder je 213 Deutsche einer Uebermacht von je 750 Franzosen unter Bourbaki stand. Letzterer hatte 147 500 Mann. Wie gross war das Heer Werders?

Andeutung. Setze 147 500 zusammen aus 120 000 + 20 000 + 7500, ausgehend von 3000.

Aufgabe 993. In der Schlacht von Sedan hatten die Franzosen 3000 Tote. Die Zahl der Verwundeten betrug $4\frac{2}{3}$ hiervon, die in der Schlacht Gefangenen das 7-fache. 3000 entkamen nach Belgien. Die $27\frac{2}{3}$-fache Anzahl der Entkommenen fiel durch die Kapitulation in die Hände der Deutschen. Wie gross war die Macht der Franzosen in der Schlacht von Sedan?

Aufgabe 994. In der Völkerschlacht bei Leipzig fielen von dem Heere der Franzosen $\frac{9}{80}$ und zwar 22 500 als Verwundete in die Hände der Sieger, $\frac{3}{40}$ waren gefallen und ebensoviel gefangen worden. Wie gross war die Zahl der Toten und Gefangenen?

Aufgabe 995. Die Mannschaft eines athenischen Schiffes bekam zu Anfang des peloponnesischen Krieges in 1 Monat 60 Minen. Wieviel Minen betrug dies in $4\frac{2}{3}$ Monaten?

Aufgabe 996. Kornelius Nepos erzählt, dass Atticus von Cäcilius $\frac{3}{4}$ seiner Hinterlassenschaft im Betrage von 10 Millionen Sesterzien erbte. a) Wieviel hatte Cäcilius hinterlassen? b) Wieviel Mark erbte Atticus? (1000 Sesterzien = 175,40 ℳ)

Aufgabe 997. $\frac{1}{3}$ des jährlichen Soldes der römischen Soldaten betrug 40 Den re. Cäsar gab ihnen das $1\frac{7}{8}$-fache des früheren jährlichen Soldes und Kaiser Domitian erhöhte den Sold um ein weiteres Drittel. Wieviel Sold erhielt ein Soldat jährlich a) u ter Cäsar, b) unter Domitian?

Aufgabe 998. Ein Schiff, welches täglich $245\frac{5}{9}$ Seemeilen zurücklegt, kommt in 18 Tagen von Europa nach Amerika. Christoph Kolumbus legte auf seiner ersten I t-

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.





949. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)
nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 948. — Seite 177—192.
Mit 1 Figur.




Vollständig gelöste

Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen etc. etc
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.
unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung

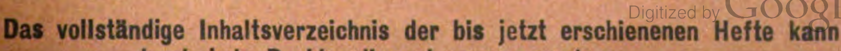
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von Dr. R. Olbricht.

Fortsetzung v. Heft 948. — Seite 177—192. Mit 1 Figur.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.



Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie,** des **Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues,** des **konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere Anzahl** der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord.,** gleich**berechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen** geben.

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

deckungsreise im Durchschnitt täglich nur $63\frac{1}{7}$ Meilen zurück. Wieviel Tage hatte er gebraucht?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 999. In Athen wurde von jedem dort wohnenden Fremden, deren Zahl mit Einschluss der 2400 Frauen etwa 12000 betrug, eine Kopfsteuer erhoben, die für jeden Mann 9 ℳ und für jede Frau die Hälfte betrug. Ausserdem hatte jeder Sklave, deren es gegen 365000 gab, 35 ₰ zu zahlen. Wie hoch war die Einnahme an Kopfsteuer?

Aufgabe 1000. Durchmesser und Umfang eines Kreises stehen in geradem Verhältnisse und zwar ist der Umfang, falls der Durchmesser 1 m beträgt, 3,1415926535···m. Das Auffinden dieser Zahl (π) hat den Mathematikern früherer Zeiten viel zu schaffen gemacht. Man musste sich mit mehr oder weniger richtigen Annäherungen begnügen. So nahmen a) die Babylonier $\pi = 3$; b) die Aegypter $\pi = \frac{256}{81}$; c) die Inder $\pi = \frac{49}{16}$ und 3,16227; d) Aryabhatta (Inder) $\pi = 3{,}1416$; e) die Chinesen $\pi = \frac{157}{50}$; f) Ptolemäus $\pi = 3\frac{17}{120}$; g) Vitruv $\pi = 3\frac{1}{8}$; h) Archimedes $\pi = \frac{22}{7}$; i) in der spätrömischen Zeit kommt sogar $\pi = 4$ vor. Es ist zu berechnen, wie gross der Umfang eines Kreises von 1 m Radius in Millimeter genau ist, unter Zugrundelegung jeder dieser geschichtlichen Werte von π.

Aufgabe 1001. Die 2. preussische Brigade legte, wie Gneisenau berichtet, nach der Schlacht von Belle-Alliance auf dem Marsche nach Paris in 19 Tagen 71 Meilen zurück und ruhte nur $248^h\ 30'$. Wieviel Zeit brauchte sie, um 1 Meile zu marschieren?

Aufgabe 1002. Die Bevölkerung der Vereinigten Staaten Nordamerikas betrug 1780 3 Millionen. Bis 1820 war sie auf 9,6 Millionen angewachsen. a) Wie gross wäre die Bevölkerung 1880 gewesen, wenn das Wachstum in demselben Masse fortgeschritten wäre? b) Wie gross war sie 1880, da in Wirklichkeit die berechnete Summe um 30600000 Köpfe überstiegen wurde?

Aufgabe 1003. Der grösste Vulkanausbruch auf Island in historischer Zeit fand 1783 statt. Infolge der grossen Verwüstung der Felder und Futtervorräte starben ausserordentlich viel Haustiere: Während es 1783 dort 21457 Rinder, 232731 Schafe, 36408 Pferde gab, waren 1784 nur noch 9996 Rinder, 42243 Schafe, 8395 Pferde am Leben. Es ist zu berechnen, wieviel von jedem Tausend gestorben sind.

Aufgabe 1004. Der Unabhängigkeitskrieg der nordamerikanischen Freistaaten von 1775 bis 1784 kostete 135193800 Dollars. Wieviel beträgt diese Summe in Mark, wenn 1,25 Dollar = 5,25 ℳ gerechnet werden?

Aufgabe 1005. Der Koloss von Rhodus, das als Leuchtturm dienende 42,70 m hohe Standbild Apollos, kostete nach unserem Gelde 932355 ℳ. Damals rechnete man nach Talenten, deren 4 einen Wert von 12431,40 ℳ hatten. Wieviel Talente kostete dieses Standbild?

Aufgabe 1006. Seit Themistokles hatte die Stadt Athen ohne den Hafen einen Umfang von 50 Stadien (1 Stadion = 184,97 m). Man konnte diese Stadt in etwa 2 Stunden umschreiten, wenn man in der Stunde durchschnittlich 4,6 km zurücklegte. In welcher Zeit war dies möglich bei einer stündlichen Geschwindigkeit von 2,760 km?

Aufgabe 1007. Von den im Kriege 1870/71 verwundeten Soldaten, Offizieren etc. starben $\frac{79}{325}$ und zwar 28440 Mann, während $\frac{246}{325}$ als gesund oder invalid entlassen wurden. Wie gross war die Zahl der letzteren?

Aufgabe 1008. Die um die Differenz von 43 und 37 verminderten Jahreszahlen der Schlacht bei Platäa, des grössten Sieges der Athener, und bei Syrakus, der grössten Niederlage derselben, verhalten sich wie 43:37. Wann waren diese Schlachten geschlagen worden, wenn noch bekannt ist, dass beide in das 5. Jahrhundert v. Chr. Geb. fallen?

Aufgabe 1009. Die um 4 vermehrte Jahreszahl der Schlacht bei Höchstädt verhält sich zu der um 7 vermehrten Jahreszahl der Schlacht bei Rossbach wie 61:63. Beide fielen in das 18. Jahrhundert. Wann wurden sie geschlagen?

Aufgabe 1010. Im Kriege 1870/71 waren bei der Belagerung von Paris 1800000 Menschen eingeschlossen, für welche der vorhandene Mehlvorrat von 852361 Zentner 38 Tage reichte. Wieviel Mehl kam im Durchschnitt auf 1 Person an 1 Tage?

8) Aufgaben aus der mathematischen Erdkunde und der Astronomie.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 1011. Man teilt den Aequator in 360 Bogengrade, von denen einer 111 km ist. Wieviel Kilometer beträgt also der Umfang der Erde?

Aufgabe 1012. Die Umlaufszeit des Jupiter beträgt etwas mehr als 4332 Tage. Wie lang würde ein Jupitermonat sein, wenn man sein Jahr auch in 12 Monate teilen wollte?

Aufgabe 1013. Bei einem Gewitter fielen in einer Stadt auf ein flaches Dach von 35 qm Fläche 54 l Regen. Wieviel Hektoliter fielen in der ganzen Stadt, ihre Ausdehnung zu 3 ha 15 a angenommen?

Aufgabe 1014. Die Merkurkugel ist kleiner als die Erde und zwar verhalten sich ähnliche Linien (Breitenkreise, Längenkreise u. s. f.) wie 101:255 (siehe Erkl. 262). Da nun der Durchmesser der Erde 12750 km beträgt, wie gross ist der Durchmesser des Merkur?

Aufgabe 1015. Nach unserer Zeitrechnung fallen alle 400 Jahre 3 Schalttage aus. Wieviel Minuten werden also in jeder Schaltjahrperiode (4 Jahre) zuviel gerechnet?

Aufgabe 1016. Wie schwer würde ein Baumwollenfaden der feinsten Nummer sein, von welcher 80 Meilen auf 1 kg gehen. wenn er von der Erde bis zur Sonne reicht, und diese Entfernung zu 20 Millionen Meilen angenommen wird?

Aufgabe 1017. 25 ℔ auf der Erde würden auf den Mond gebracht nur einen Druck von 4 ℔ ausüben. Wie schwer würde ein Mann von 180 ℔ auf dem Monde sein?

Andeutung. $180 = 175 + 5$.

Aufgabe 1018. Der Umfang der Erde beträgt 40070 km. In welcher Zeit würde ein Schnellzug um die Erde herumfahren, wenn er in 8 Stunden 350 km zurücklegt?

Andeutung. $40070 = 35000 + 5000 + 70$.

Aufgabe 1019. $\frac{2}{5}$ kg würden auf dem Jupiter 1 kg schwer sein. Wie schwer sind 10 Erdkilogramm auf dem Jupiter?

Aufgabe 1020. Die mittlere jährliche Regenhöhe beträgt im Schwarzwald $1\frac{4}{9}$ m, in der Rauhen Alp $1\frac{1}{40}$ m, im Böhmer Wald $2\frac{1}{5}$ m, im Riesengebirge $1\frac{11}{50}$ m, im Harz $1\frac{17}{40}$ m. Welche Regenhöhe ergiebt sich für die einzelnen Gebiete als Monatsdurchschnitt?

Aufgabe 1021. Der Durchmesser des Mondes ist $\frac{3}{11}$, seine Oberfläche $\frac{3}{40}$ von den entsprechenden Grössen der Erde. Der Durchmesser der Erde ist 1719 Meilen, ihre Oberfläche 9 260 000 Quadratmeilen. Wie gross sind Durchmesser und Oberfläche bei dem Monde?

Aufgabe 1022. Der äusserste Planet, der Neptun, läuft in 1317 Jahren 8 mal um die Sonne. In welcher Zeit durchläuft er seine Bahn $1\frac{2}{3}$ mal?

Aufgabe 1023. Der Umfang der Clio, eines der kleinen Planeten, die zwischen Mars und Jupiter die Sonne umkreisen, ist so klein, dass ihn ein Eisenbahnzug in $2\frac{1}{2}$ Stunden umfahren könnte, wenn er in einer Minute $\frac{2}{25}$ Meile zurücklegt. In welcher Zeit würde er herumkommen, wenn er eine Minute zu $\frac{2}{35}$ Meile braucht?

Aufgabe 1024. Der Durchmesser des Mars beträgt $\frac{33}{64}$ des irdischen und zwar 6600 km. Wie gross ist der Durchmesser des Uranus, der das $4\frac{43}{128}$-fache des Erddurchmessers ist?

Aufgabe 1025. In $4\frac{3}{4}$ Minuten legt ein Punkt des Erdäquators bei der Achsendrehung der Erde einen Weg von $133\frac{2}{3}$ km zurück. Wieviel Kilometer legt er in a) $35\frac{5}{8}$ Minuten, b) 1 Minute $25\frac{1}{2}$ Sekunden, c) 1 Stunde zurück?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 1026. Nach Berechnungen enthält der Sternschnuppenschwarm, den die Erde im November durchschneidet, 112 000 Millionen Körperchen. Wie schwer würde er sein, wenn man das Gewicht einer Sternschnuppe nur $\frac{1}{4}$ g rechnet?

Aufgabe 1027. Die Umlaufszeit des Mars beträgt 687 Erdtage. Wieviel Marsjahre erreicht ein Mensch, der 85 Jahre auf der Erde lebt?

Aufgabe 1028. Die Temperatur im Erdinnern nimmt, soviel man beobachtet hat, mit 415 m um je $12\frac{1}{2}^0$ C zu. Angenommen nun, dies Gesetz wäre richtig, in welcher Tiefe würde dann a) das Blei, b) das Kupfer, c) die Lava, deren Schmelzpunkte 330°, 1050°, 1350° C sind, flüssig sein?

Aufgabe 1029. Wie hoch würde, dasselbe Gesetz vorausgesetzt, (siehe Aufgabe 1028) die Temperatur an der tiefsten Meeresstelle 8513 m (im stillen Ozean) und im tiefsten Bohrloche 1392 m (Schladebach bei Merseburg) sein müssen?

Aufgabe 1030. Die Wassermasse der Ozeane beträgt 3 144 380 Kubikmeilen. Jährlich fallen auf der Oberfläche der Erde 625 Kubikmeilen Regen. Welche Zeit würde, wenn der Wassergehalt der Regenwolken lediglich dem Meere entstammte, nötig sein, damit die ganze Wassermenge der Ozeane verdunsten und durch Regen wie durch Flusszufuhr wieder erneuert werde?

Aufgabe 1031. Auf dem Monde, dessen Durchmesser 3400 km beträgt, finden sich Berge bis zu 7000 m Höhe. Wie hoch müssten auf der Erde die grössten Erhebungen sein, wenn sie in demselben Verhältnisse zum mittleren Durchmesser, diesen zu 12 740 km gerechnet, ständen? (Bis auf die Zehner abzurunden.)

Aufgabe 1032. Ein Erdenjahr dauert genau 365 Tage 5^h 48′ 47,8″. Das bürgerliche Jahr wird zu 365 Tagen gerechnet, und, um den entstehenden Fehler auszugleichen, wird alle 4 Jahre ein Tag eingeschaltet, der aber alle 400 Jahre dreimal wegfällt. Nach wieviel Jahren (in der angegebenen Weise gerechnet) beträgt der noch bleibende Fehler 1 Tag?

Aufgabe 1033. Der Planet Merkur durchläuft mit einer mittleren Geschwindigkeit von 47 km in der Sekunde seine Bahn in 87,97 Tagen. Seine grösste Geschwindigkeit beträgt 58 km, seine kleinste 38 km. In wieviel Tagen würde er seine Bahn mit diesen Geschwindigkeiten durchlaufen?

Aufgabe 1034. Die Masse des Sirius ist 13,8; die seines Begleiters 6,7 der Sonnenmasse. Der Sirius hat 4 899 000 Erdmassen. a) Wieviel Erdmassen hat die Sonne; b) wieviel der Begleiter des Sirius?

Aufgabe 1035. Die Entfernung der Venus von der Sonne beträgt 0,7233 der Erdentfernung und zwar 14 492 000 geogr. Meilen. Wieviel geogr. Meilen ist hiernach a) die Erde und b) der Jupiter, dessen Abstand das 5,2028-fache der Erde beträgt, entfernt? (Bis auf die Tausender abkürzen.)

Aufgabe 1036. Der Mond dreht sich in etwa 27 Tagen $7\frac{3}{4}$ Stunden einmal um die Erde. Wieviel Mal (2 Decimalstellen) findet die Umdrehung des Mondes in einem Jahre statt, dasselbe zu $365\frac{1}{4}$ Tagen gerechnet?

Aufgabe 1037. Die Erde, welche alle 6 Sekunden 177 km zurücklegt, braucht zum Durchlaufen ihrer Bahn von 934 Millionen Kilometer Länge $365\frac{1}{4}$ Tage. Wieviel Tage braucht die Venus, die alle 10 Sekunden 348 km zurücklegt, um ihre Bahn von 674 Millionen Kilometer Länge zu durchlaufen?

---

9) Aufgaben aus der physikalischen Erdkunde und der Völkerkunde.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 1038. Auf der Pariser Weltausstellung 1889 gab es einen Globus, dessen Masse so gewählt waren, dass einem Millimeter des Globus 1 km der Erde entsprach. Wie hoch hätte der grösste Berg der Erde von 8839 m, und wie tief die tiefste Stelle im stillen Ozean von 8513 m auf diesem Globus gemacht werden müssen?

Aufgabe 1039. Im Königreich Sachsen wohnen auf 15 000 qkm 3 Millionen Menschen. a) Wieviel Ar kommen im Durchschnitt auf jeden Einwohner? b) Wieviel Einwohner kommen im Durchschnitt auf jeden Quadratkilometer?

Aufgabe 1040. In Deutschland sind unter 500 Rekruten 3, welche nicht lesen können. Wieviel macht das auf die 162 000 Mann, die etwa jährlich eingestellt werden?

Aufgabe 1041. Der Rhein bewegt jährlich 1 275 000 cbm Schlamm bei Bonn vorüber. Wieviel macht dies im Durchschnitt a) monatlich, b) täglich?

Aufgabe 1042. In den letzten 200 Jahren wuchs die Flusslänge des Po durch Anschwemmungen an seiner Mündung in je 6 Jahren um 390 m. Um wieviel wuchs er im ganzen?

Aufgabe 1043. Die Landfläche der Erde verhält sich zur Wasserfläche wie 4 : 11 (s. Erkl. 262). Da nun die Oberfläche der Erde 510 Millionen qkm beträgt, wieviel der Oberfläche ist mit Land, wieviel mit Wasser bedeckt?

Aufgabe 1044. In Pommern wohnen auf 7 qkm durchschnittlich 357 Menschen. Wie gross ist die Bevölkerung Pommerns, da es 30 107 qkm enthält?

Andeutung. $30\,107 = 7 + 100 + 30\,000$.

Aufgabe 1045. Die Donauniederschläge würden über eine Fläche von einer Quadratmeile ausgebreitet nach $\frac{1}{2}$ Jahre eine $\frac{2}{5}$ m hohe Schicht liefern. Nach wieviel Jahren würde dann die Schicht 2 m hoch sein?

Aufgabe 1046. Durch die Jyssel, die eine Rheinmündung, geht $\frac{1}{9}$ des Rheinwassers und zwar 192 cbm in der Sekunde ins Meer, durch die beiden anderen Mündungen, nämlich den Leck $\frac{2}{9}$ und die Waal, $\frac{2}{3}$. Wieviel Wasser schaffen Leck und Waal ins Meer?

Aufgabe 1047. Die Elbe und Donau bewegen an aufgelösten mineralischen Stoffen in 128 Jahren $\frac{2}{125}$ von dem Gewichte ihrer gesamten Wassermenge ins Meer. a) Wieviel schaffen sie in einem Jahre ins Meer? b) In wieviel Jahren haben sie soviel fortgeschafft, als dem Gewichte ihrer Wassermenge gleichkommt?

Aufgabe 1048. Europa bedeckt $9\frac{3}{4}$ Millionen qkm. Die Fläche Asiens ist das $4\frac{22}{39}$-fache, die Afrikas das $3\frac{1}{13}$-fache, die Amerikas das $3\frac{37}{39}$-fache von Europa. Australien und Polynesien sind um $\frac{3}{4}$ Millionen qkm kleiner als Europa. Welche Fläche bedeckt jeder Erdteil?

Aufgabe 1049. Der Verbrauch an Weizen beträgt in Grossbritannien $1\frac{1}{2}$ Doppelzentner für den Kopf. Die eigene Ernte würde aber nur für 16 Millionen Einwohner reichen. a) Wieviel von der eigenen Ernte kommt auf den Kopf, da die Einwohnerzahl $37\frac{3}{5}$ Millionen beträgt? b) Wieviel Weizen muss demzufolge für den Kopf eingeführt werden?

Aufgabe 1050. Nach längeren Beobachtungen ist der Niagarafall in je $3\frac{4}{5}$ Jahren durch Abbröckelung der Felsen durch die Gewalt des Wassers um 3 m zurückgeschritten. Um wieviel schreitet er in 95 Jahren zurück?

Aufgabe 1051. $\frac{1}{7}$ der Bevölkerung der Vereinigten Staaten und zwar $8\frac{4}{5}$ Millionen sind in der Landwirtschaft thätig, $\frac{1}{12}$ im Handwerk, in Fabriken und Bergwerken und $\frac{1}{25}$ im Handel und Transport. Wieviel Personen sind a) im Handwerk, b) im Handel thätig?

Aufgabe 1052. In Ostindien werden alljährlich (nach dem Durchschnitt aus den letzten 10 Jahren) von den Verlusten an Menschenleben durch wilde Tiere $\frac{18}{51}$ und zwar 338 durch Schlangenbisse verursacht, während durch Tiger allein $\frac{7}{51}$ der Gesamtverluste entstehen. Wieviel Menschen fallen alljährlich den Tigern zum Opfer?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 1053.

Preussen	bedeckt	348 258	qkm	Fläche,	auf	1 qkm	wohnen	78	Menschen,
Bayern	„	75 864	„	„	„	1 „	„	69	„
Württemberg	„	19 504	„	„	„	1 „	„	101	„
Baden	„	15 081	„	„	„	1 „	„	104	„
Sachsen	„	14 993	„	„	„	1 „	„	198	„

Wie gross ist hiernach die Bevölkerung in den einzelnen Staaten (bis auf die Tausender abrunden)?

Aufgabe 1054. Berlin, welches 1889 1 400 000 Einwohner zählte, brauchte in diesem Jahre 130 437,437 t Schlachtvieh. Wieviel Pfund (1 Dec.) Fleisch kam auf jeden Berliner?

Aufgabe 1055. Der höchste Berg des deutschen Mittelgebirges, die Schneekoppe, erreicht 1600 m Höhe, während der höchste Berg Asiens, der Gaurisankar 8839 m hoch ist. Wievielmal (2 Decimalst.) müsste man die Schneekoppe aufeinandertürmen, um die Höhe des Gaurisankar zu erreichen?

Aufgabe 1056. Von 1000 Bewohnern Persiens sind 257 Städter, 494 Dörfler, die übrigen Nomaden. Wieviel der 7 654 000 Köpfe betragenden Gesamtbevölkerung wohnen demnach a) in Städten, b) in Dörfern, c) wieviel sind Nomaden?

Aufgabe 1057. Rechnet man die jetzige Einwohnerzahl der Vereinigten Staaten 70 000 000 Köpfe, so wohnen im Durchschnitt auf einer Quadratmeile 35 Personen. Wieviel Fläche kam im Jahre 1850 auf 35 Köpfe, als die Einwohnerzahl nur 23 200 000 betrug?

Aufgabe 1058. Auf 5000 Einwohner kommen im Durchschnitt jährlich in Oesterreich 197, in Preussen 193, in Italien 185, in Holland 178,5, in England 172,5, in Norwegen 155, in Frankreich 126, in Irland 125 Lebendgeborene. Wie gross ist demnach in jedem der genannten Staaten die Anzahl der jährlichen Geburten in einer Stadt von 24 000 Einwohnern? (Bis auf die Ganzen abrunden.)

Aufgabe 1059. Bei der Reichstagswahl 1890 wurden bei den ersten Wahlen 7 228 702 gültige Stimmen abgegeben. Von je 1000 Stimmen erhielten die Sozialdemokraten 197,4;

das Zentrum 185,5; die Nationalliberalen 164,3; die Deutschfreisinnigen 161,5; die Konservativen und die Reichspartei 191,6 die übrigen Parteien 99,6 Stimmen. Wieviel Stimmen fielen im Ganzen auf jede Partei?

Aufgabe 1060. Das Wasser der Donau bewegt sich in der Stunde im Mittel 630 m stromabwärts. Wieviel Tage, Stunden und Minuten würde ein an den Quellen hineingeworfenes Stück Holz brauchen, den 2780 km langen Lauf zurückzulegen, wenn man von allen Hindernissen absieht?

Aufgabe 1061. Statistische Erhebungen haben festgestellt, dass in Preussen rund 5 000 000 Hasen und Hühner jährlich erlegt werden. Rechnet man nun auf 36 Stück Wild 135 Schuss und auf 25 Schuss $\frac{3}{4}$ kg Blei und $\frac{1}{8}$ kg Pulver, wieviel Blei und Pulver werden darnach alljährlich zur Hasen- und Hühnerjagd verbraucht?

Aufgabe 1062. Auf einer Karte von Südwestdeutschland, die im Verhältnis 1 : 1 590 000 (s. Erkl. 262) gezeichnet ist, beträgt die Luftlinie zwischen a) Karlsruhe und Heidelberg 32 mm, b) Frankfurt und Metz 132 mm, c) Strassburg und Stuttgart $67\frac{1}{2}$ mm. Wie gross sind diese Linien in Wirklichkeit?

Aufgabe 1063. In einer Stadt von 25 200 Einwohnern kamen im Durchschnitt auf 50 Häuser 924 Personen. Wieviel kommen auf 30 Häuser derselben Stadt, wenn sie 4300 Mann Einquartierung erhalten hat?

---

10) Aufgaben aus der Naturkunde.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 1064. Die Anzahl der roten Blutkörperchen in 1 cmm Blut beträgt etwa 4 Millionen, die Menge des im menschlichen Körper enthaltenen Blutes etwa 6,5 Liter. Wie gross ergiebt sich daraus die Gesamtzahl der im Körper enthaltenen Blutkörperchen?

Andeutung. 1 l = 1 000 000 cmm.

Aufgabe 1065. Der Wiesbadener Kochbrunnen liefert in der Minute 3 hl Wasser, in denen 3 kg 150 g feste Bestandteile enthalten sind. Wieviel von diesen sind in 1 l enthalten?

Aufgabe 1066. An den Küsten Europas und Nordamerikas werden alljährlich 3 000 000 Zentner Fische gefangen. a) Welchen Nährwert haben dieselben, wenn 5 Tonnen Fische ebensoviel Nährwert als 100 Schafe haben? b) Welchem Fleischgewichte kommt jene Menge Fische gleich, wenn ein ausgeschlachtetes Schaf 45 ℔ wiegt?

Aufgabe 1067. Von 440 Millionen Schwärmlingen der Auster (d. s. die aus den befruchteten Keimen hervorgehenden Lebewesen) kommen unter günstigen Verhältnissen nur 480 Stück zur vollen Entwickelung. Wieviel solcher Schwärmlinge müssen hervorgebracht werden, um ein Dutzend Austern zu liefern?

Aufgabe 1068. Eine Mauerschwalbe legte den Luftweg von Paris bis in die Nähe von Calais in der Länge von 238 km in 2 Stunden 16 Minuten zurück. Wie gross war ihre Geschwindigkeit in einer Stunde?

Aufgabe 1069. Der Schaden, den 9 Fischottern jährlich der Fischerei zufügen, beträgt annähernd 11700 fs. In Belgien wurden 1889 370 Fischottern gefangen. Wie gross wäre der Verlust, der hierdurch der belgischen Fischerei jährlich erspart bleibt?

Aufgabe 1070. Die Untersuchung einer Cervelatwurst ergab, dass in 162 Gramm Wurst 91 g Eiweiss und 51 g Fett enthalten waren. Wieviel Eiweiss und Fett enthielt die Wurst, wenn sie 891 g wog?

Andeutung. $891 = 5 \cdot 162 + \frac{1}{2} \cdot 162.$

Aufgabe 1071. Die Anzahl der Schweissdrüsen beim Menschen beträgt $2\frac{1}{4}$ Millionen. Wenn nun in einer Stunde $\frac{3}{8}$ Millionen solcher Drüsen 200 g Wasser absondern, wieviel Wasser wird dann im ganzen ausgeschieden?

Aufgabe 1072. Das Hirngewicht des Neugeborenen verhält sich zum Körpergewicht wie 4 : 33 (siehe Erkl. 262). Wie schwer ist danach das Hirngewicht eines neugeborenen Knaben von $2\frac{3}{4}$ kg?

Aufgabe 1073. Die Masse des menschlichen Körpers lassen sich bei normalem Bau in folgender Weise bestimmen. Das Gesicht hat 3 Nasenlängen, der Raum zwischen beiden Augen beträgt $\frac{1}{2}$, der Mund hat $\frac{1}{4}$, der Hals $\frac{2}{3}$, die Brust 1 Gesichtslänge. Von einer Schulter zur anderen sind $2\frac{1}{2}$, vom Hals bis zu den Beinen 3 Gesichtslängen. Der Oberarm hat 2, der Vorderarm $1\frac{1}{4}$, die Hand 1, der Mittelfinger $\frac{1}{2}$, der Oberschenkel 2, die Kniescheibe $\frac{1}{2}$, die Unterschenkel 2 Gesichtslängen. Bestimme diese einzelnen Grössen, wenn eine Nasenlänge $5\frac{2}{5}$ cm beträgt bezw. nach deiner Nasenlänge.

Aufgabe 1074. In 3 kg Blut sind $2\frac{2}{5}$ kg, in 3 kg Fleisch 2 kg Wasser enthalten. Wieviel Kilogramm Wasser enthält somit der Körper eines Menschen, wenn die Menge seines Blutes $4\frac{4}{5}$ kg und die seiner Muskeln $51\frac{1}{2}$ kg beträgt und der Wassergehalt der übrigen Bestandteile zu $1\frac{4}{25}$ kg gerechnet wird?

Aufgabe 1075. $\frac{9}{40}$ kg Schwarzbrot enthalten $2\frac{4}{5}$ mg Kupfervitriol oder $\frac{1}{100}$ mg metallisches Kupfer. Wieviel Kupfervitriol und metallisches Kupfer sind in 1 kg Schwarzbrot enthalten?

Aufgabe 1076. In 100 g enthält das Hühnerfleisch $17\frac{1}{2}$ g Eiweiss, der Reis $7\frac{1}{2}$ g. Wollte nun ein arbeitender Mensch seinen täglichen Bedarf an Eiweiss nur durch Hühnerfleisch decken, so würde er 744 g brauchen. Wieviel Gramm Reis hat er dazu nötig?

Aufgabe 1077. In $\frac{1}{5}$ Minute fliegt der Adler etwa 380 m weit. Welche Entfernung legt er in $5\frac{1}{2}$ Minuten zurück?



Aufgabe 1078. Es sind enthalten in $\frac{2}{5}$ ℔ in Grammen:

	Wasser	Eiweiss	Fette	Stärkmehl
Bohnen	$27\frac{1}{3}$	46	$4\frac{3}{5}$	107
Erbsen	$25\frac{3}{5}$	$42\frac{2}{5}$	$1\frac{3}{5}$	120
Linsen	25	$49\frac{4}{5}$	$3\frac{4}{5}$	109

Wieviel der einzelnen Bestandteile finden sich a) in $\frac{2}{3}$ ℔ Bohnen; b) in $\frac{3}{4}$ ℔ Erbsen; c) in 1 ℔ Linsen?

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 1079. Der Giftforscher Fontana hat berechnet, dass im Süden die für den Menschen tödliche Menge des Viperngiftes 2,1 mg für jedes Kilogramm seines Körpergewichtes beträgt; wieviel solchen Giftes wäre nötig, einen Mann von 78,7 kg Gewicht zu töten?

Aufgabe 1080. Eine Schnecke legt in einer Sekunde 2 mm zurück, ein Fussgänger 1,25 m, ein Windhund 25,12 m, ein Adler 31,39 m, eine Brieftaube 76,6 m, ein schnellsegelndes Schiff 4,5 m, ein Dampfwagen 12,5 m, ein mässiger Wind 3 m, ein Sturmwind 16,5 m, ein Orkan 37,6 m, eine Büchsenkugel 470 m, die Erde in ihrer Bahn 30818 m. In welcher Zeit wird von einer Schnecke etc. 1 km zurückgelegt (bis auf 1 Dec. der Sek.)?

Aufgabe 1081. Man schätzt die Wassermenge des Niagarafalls, welche von einer Höhe von 50 m herabstürzt, auf 360000 kg in der Sekunde. Welche Arbeitsleistung könnte diese Wassermasse liefern, wenn 75 mkg (d. i. die Kraft, welche 75 kg 1 m oder 1 kg 75 m hoch hebt) 1 Pferdekraft gerechnet wird?

Aufgabe 1082. Bei 72 Pulsschlägen in der Minute vollendet das Blut im gesunden menschlichen Körper seinen Kreisumlauf in 23,1 Sekunden. In welcher Zeit würde, sonst gleiche Umstände vorausgesetzt, das Blut bei 75 Pulsschlägen seinen Kreislauf vollenden?

Aufgabe 1083. Die Luft unserer Atmosphäre ist ein Gemenge aus 79 Raumteilen Stickstoff und 21 Raumteilen Sauerstoff. Da nun der Mensch zum Leben in 24 Stunden 746 g Sauerstoff braucht, wieviel Liter Luft atmet er in dieser Zeit ein? (16 g Sauerstoff nehmen 11,2 l Raum ein.)

Aufgabe 1084. Unter 100 g gesalzenem Hering sind 17,5 g Eiweiss, während 1 ℔ Kalbfleisch 76,5 g Eiweiss enthält. Wieviel Gramm Hering enthalten dieselbe Menge Eiweiss wie 1,25 ℔ Kalbfleisch?

Aufgabe 1085. Der auf eine Fläche von 4,90 qm gefallene Schnee liefert beim Schmelzen 34,3 l Wasser. Wieviel Liter liefert demnach eine Fläche von 12,40 qm?

Aufgabe 1086. Auf $\frac{3}{20}$ kg gehen etwa 1220 Bienen. Wenn nun ein eingefangener Bienenschwarm $5\frac{1}{4}$ kg wiegt, wieviel Bienen enthält er?

Aufgabe 1087. Die Dauer der Einatmung bei einem Erwachsenen verhält sich zur Dauer des Ausatmens wie 10:14 (siehe Erkl. 262). Nach jedem Ausatmen ist eine Pause, die im Durchschnitt $\frac{1}{4}$ der Dauer einer Atmung beträgt. a) Wie gross ist die Dauer der Pausen? b) Wie lange atmet hiernach ein Erwachsener in 1 Stunde ein, wie lange aus?

Aufgabe 1088. Man hat beobachtet, dass 2 Mauerschwalben in 5 Tagen ungefähr 6750 Insekten verzehren. Wieviel Insekten würden demnach a) von 8 Schwalben in 4 Tagen, b) von 100 Schwalben in 4 Monaten (1 Monat = 30 Tage) vertilgt werden?

Aufgabe 1089. Die tägliche Arbeitsleistung des Herzens beträgt etwa 76 700 mkg (siehe Aufgabe 1081). Wenn nun ein Mann in 5 Stunden 3,4 Tonnen $4\frac{1}{2}$ m hoch hebt, wie lange müsste er arbeiten, um eine gleich grosse Arbeitsleistung fertig zu bringen?

Aufgabe 1090. Ein arbeitender Mann braucht zur Erhaltung seines Körpers in 5 Tagen $14\frac{1}{4}$ kg Wasser, 3,73 kg Sauerstoff, 590 g Eiweiss, 280 g Fett und 2500 g Kohlenhydrate. Wieviel brauchen 6 Mann in 1 Jahre von jeder Art?

11) Aufgaben aus der Physik und Chemie.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 1091. Wie schwer ist eine Bütte voll Wasser, wenn die leere Bütte 6,5 kg wiegt und 1 hl 38 l fasst?

Andeutung. 1 l Wasser = 1 kg bei 4° Celsius.

Aufgabe 1092. Welchen Rauminhalt hat eine Flasche, welche 217,8 g Wasser von 4° Celsius fasst?

Aufgabe 1093. 41 l Wasser wiegen ebensoviel wie 50 l Weingeist? Wie schwer ist 1 l Weingeist?

Aufgabe 1094. Das Glocken- und Kanonenmetall sind Legierungen von Zinn mit Kupfer, und zwar sind unter 12,5 kg Glockenmetall 2,5 kg und unter 11 kg Kanonenmetall 1 kg Zinn. Wieviel von jeder Metallart braucht man zur Herstellung einer Glocke von 1250 kg Gewicht und einer Kanone von 1870 kg Gewicht?

Aufgabe 1095. Bei einem Fernrohr beträgt die angegebene Vergrösserung 7,2, d. h. ein Gegenstand, welcher 720 m entfernt ist, erscheint durch das Fernrohr gesehen, als wenn er 100 m entfernt wäre. In welcher Entfernung erscheint durch das Fernrohr gesehen ein Baum zu stehen, der 180 m entfernt ist?

Aufgabe 1096. Die gebräuchlichsten Thermometerskalen sind die von Réaumur (R) und Celsius (C) und zwar sind 4° R = 5° C. Es wird nun die Seife flüssig bei 25° R, Wachs bei 54° R, Zinn bei 182° R, Blei bei 268° R, Silber bei 800° R, Kupfer bei 880° R, Gold bei 1000° R, gehämmertes Eisen bei 1240° R. Bei wieviel Grad Celsius geschieht dies?

Aufgabe 1097. Der Druck der Luft auf 1000 qcm Fläche beträgt 1033 kg. Welchen Luftdruck hat danach ein erwachsener Mensch auszuhalten, wenn die Oberfläche seines Körpers 14 550 qcm beträgt?

Andeutung. $14\,550 = 10\,000 + 5000 + 50 - 500$.

Aufgabe 1098. 1 l gesättigter nullgradiger Wasserdampf wiegt $4\frac{22}{25}$ mg. Wieviel Hektoliter gehen auf 61 g Wasserdampf?

Aufgabe 1099. Die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft beträgt 332 m. Im Wasser ist sie das $4\frac{1}{2}$, im Gold das $6\frac{2}{5}$, im Platin das $8\frac{1}{2}$-fache hiervon. Wie gross ist die Geschwindigkeit des Schalles a) im Wasser, b) im Gold, c) im Platin?

Aufgabe 1100. Mittelst der Spektralanalyse ist man im stande, $\frac{1}{14\,000\,000}$ mg Kochsalz nachzuweisen. Welchen Raum nimmt diese Menge ein, wenn 1 cbdm Kochsalz 2,2 kg wiegt?

Aufgabe 1101. Die Luft dehnt sich für jeden Temperaturgrad um $\frac{11}{3000}$ ihres Volumens bei 0° aus. Um wieviel Grad muss sie erwärmt werden, um den dreifachen Raum als bei 0° einzunehmen?

Andeutung. Die Ausdehnung muss dann das 2-fache betragen.

Aufgabe 1102. An einem doppelarmigen Hebel ist der eine Arm $\frac{4}{5}$ m, der andere $\frac{3}{5}$ m. Am Endpunkt des ersten hängt ein Gewicht von $3\frac{1}{4}$ kg. Wieviel Kilogramm müssen am andern Endpunkt aufgehängt werden, um Gleichgewicht zu halten?

Andeutung. Umgekehrtes Verhältnis.

Aufgabe 1103. Die atmosphärische Luft hält einer Quecksilbersäule von 76 cm und einer Wassersäule von $10\frac{1}{2}$ m Höhe das Gleichgewicht. Wie hoch muss eine Quecksilbersäule sein, die bei gleichem Querschnitte einer Wassersäule von $15\frac{3}{4}$ m Höhe das Gleichgewicht halten soll?

Aufgabe 1104. Die Intensität eines elektrischen Stromes steht in umgekehrtem Verhältnisse zum Widerstand. Ist nun bei einer Kette die Intensität 22 bei einem Widerstande von $\frac{10}{11}$, wie gross ist sie dann bei einem Widerstande von $\frac{1}{4}$?

Aufgabe 1105. Durch einen Stoss erhält ein $5\frac{1}{4}$ kg schwerer Körper $3\frac{3}{5}$ m Geschwindigkeit. Welche Geschwindigkeit würde derselbe Stoss einem Körper von a) $8\frac{3}{4}$, b) $2\frac{4}{5}$, c) $10\frac{1}{2}$ kg erteilt haben?

---

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 1106. Die Geschwindigkeit des Lichts ist ungefähr 40 000 Meilen, die des Schalls in der Luft 332 m und die des elektrischen Stromes in einem Kupferdrahte 60 000 Meilen in der Sekunde. a) In welcher Zeit gelangt ein Lichtstrahl von der Sonne zur Erde, diese Entfernung zu 21 Millionen Meilen gerechnet? b) In welcher Zeit würde ein gesprochenes Wort den umgekehrten Weg zurücklegen, wenn der Schall soweit dringen könnte? c) Wievielmal kann in einer Sekunde ein elektrisches Stromelement den Erdball umkreisen, den Umfang der Erde zu 5400 Meilen gerechnet?

Aufgabe 1107. Zum Schmelzen von $3\frac{4}{5}$ kg Schnee sind 300,96 Wärmeeinheiten erforderlich. Wieviel solcher Einheiten braucht man, um 1 kg Schnee zu schmelzen?

Aufgabe 1108. Wie schwer ist ein Silberbarren und ein Goldbarren von 85 ccm, das spezifische Gewicht des Silbers zu 10,474, das des Goldes zu 19,258 gerechnet?

Aufgabe 1109. Wie schwer ist das Petroleum, welches in eine Flasche von 0,9 l Inhalt geht, das spezifische Gewicht des Petroleums zu 0,891 gerechnet?

Aufgabe 1110. Das spezifische Gewicht des Marmors ist 2,84. Wenn nun ein Marmorblock 85,2 kg wiegt, wieviel Raum muss er dann einnehmen?

Aufgabe 1111. Der Gotthardtunnel ist 14 912 m lang; ein gewöhnlicher Zug durchfährt ihn in 23 Minuten 18 Sekunden. Wie gross ist die Geschwindigkeit des Zuges in 1 Sekunde?

Aufgabe 1112. Der Schall legt in 1 Sekunde 332 m zurück, wieviel Sekunden vergehen zwischen dem Blitzen und Knallen eines eine Viertelmeile entfernten Geschützes? (2 Decimalst. 1 Meile = 7420 m.)

Aufgabe 1113. Die grössten Diamanten der Welt sind der „Grossmogul“ von 279, der „Orloff“ von 193, der des Grossherzogs von Toskana von 139 Karat Gewicht. Wieviel Kubikcentimeter Raum (1 Decimalst.) nimmt jeder ein, wenn das spezifische Gewicht des Diamanten zu 3,55 angenommen und 1 Karat = 206 mg gerechnet wird?

Aufgabe 1114. Der erste Luftballon, welchen Professor Charles zu Paris 1783 steigen liess, fasste 42 cbm Wasserstoff. Wieviel Gramm macht die gebrauchte Menge Wasserstoffgas, wenn man berücksichtigt, dass Wasserstoff das 0,0692-fache einer gleich grossen Menge Luft und diese das 0,00129-fache von ebensoviel Wasser wiegt?

Aufgabe 1115. Die Geschwindigkeit eines freifallenden Körpers wächst in geradem Verhältnis zur Zeit. Wenn nun eine Kugel, die vom 44 m hohen schiefen Turme Garisenda zu Bologna in 3 Sekunden herabgefallen ist, 29,38 m Geschwindigkeit hat, wie gross wird ihre Geschwindigkeit sein, wenn sie herabfällt a) vom 143 m hohen Turm des Strassburger Münsters in 5,4 Sekunden, b) vom 300 m hohen Eiffelturme in 7,82 Sekunden, c) in das 1748,4 m tiefe Bohrloch bei Schladebach zwischen Merseburg und Leipzig in 18,88 Sekunden?

Aufgabe 1116. Das Licht durchläuft den Durchmesser der Erdbahn in 986,38 Sekunden. Wie lange braucht es, um von der Sonne zum Jupiter zu gelangen, dessen Abstand das 5,2028-fache der Erdentfernung ist?

Aufgabe 1117. Das Kochsalz besteht aus Natrium und Chlor. Da nun in $19\frac{1}{2}$ g Kochsalz $7\frac{2}{3}$ g Natrium sind, wieviel von jedem Stoffe sind in 500 g Kochsalz enthalten? (1 Decimalst.)

Aufgabe 1118. Wie schwer ist ein Eisblock von 50 cbm, wenn sich das Gewicht von Eis zu Wasser wie 19 : 20 (s. Erkl. 262) verhält?

---

12) Aufgaben aus der Geometrie.

a) Aufgaben fürs Kopfrechnen.

Aufgabe 1119. Der Halbmesser eines Kreises lässt sich in demselben gerade 6 mal als Sehne herumtragen, so dass diese 6 Sehnen ein regelmässiges 6-Eck bilden. Wie gross ist a) die Entfernung zweier gegenüberliegenden Eckpunkte, b) der Umfang des 6-Eckes, wenn der Halbmesser 12 cm 8 mm beträgt?

Aufgabe 1120. Der Umfang des regelmässigen 12-Ecks, welches sich in einen Kreis von 1 m Radius einschreiben lässt, beträgt 6 m 21 cm 2 mm. Wie lang ist eine Seite dieses 12-Ecks?

Aufgabe 1121. Ist der Radius eines Kreises 10 cm, so ist der Umfang des eingeschriebenen 10-Ecks 61,8 cm. Wie gross ist der Umfang des eingeschriebenen 10-Ecks, wenn der Radius des Kreises 15 cm beträgt?

Aufgabe 1122. Ein regelmässiges 6-Eck und ein regelmässiges 20-Eck haben gleichen Umfang. Wie gross ist die Seite des 6-Ecks, wenn die Seite des 20-Ecks 3 cm ist?

Aufgabe 1123. Die Seite eines regelmässigen 5-Ecks ist 3 cm 5 mm. Wie gross ist die eines regelmässigen 7-Ecks mit demselben Umfange?

Aufgabe 1124. Man will den Umfang eines regelmässigen 8-eckigen Zierbeetes finden, um die Zahl der Pflanzen berechnen zu können, mit denen der Rand eingefasst werden soll, hat aber dazu nur einen 2 m 10 cm langen Bindfaden. Dieser Faden ist aber gerade so lang, wie 3 Seiten des 8-Ecks. a) Wie gross ist der Umfang des Beetes? b) Wieviel Pflanzen kann man an den Rand setzen, wenn sie 7 cm entfernt zu stehen kommen?

Aufgabe 1125. Ein Kreisbogen von 125° ist 35 cm lang. Wie gross ist der Umfang des Kreises?

Andeutung. Man teilt den Umfang in 360°.

Aufgabe 1126. Der Umfang eines Kreises beträgt 4 m 80 cm. Wie gross ist ein Kreisbogen von 84 Grad?

Aufgabe 1127. $\frac{2}{7}$ Umfang eines Vielecks beträgt $3\frac{4}{5}$ cm. Wie gross ist $\frac{6}{7}$ dieses Umfanges?

Aufgabe 1128. In einem Vielecke beträgt ein Winkel $\frac{15}{26}$ der ganzen Winkelsumme und zwar $1142\frac{4}{13}$ Grad, ein anderer ist $\frac{5}{26}$, ein dritter $\frac{3}{26}$. Wieviel Grad haben diese?

Aufgabe 1129. Sind im rechtwinklig-gleichschenkligen Dreiecke die beiden gleichen Seiten zusammen 2 m, so ist die dritte etwas grösser als $1\frac{2}{5}$ m. Wie gross ist die dritte Seite, wenn die beiden gleichen Seiten zusammen $3\frac{3}{4}$ cm sind?

Aufgabe 1130. Zwei Sekanten eines Kreises, die von demselben Punkt ausgehen, sind $7\frac{2}{3}$ cm und 11 cm lang. Der äussere Abschnitt der ersteren ist $4\frac{1}{8}$ cm. Wie gross ist der äussere Abschnitt der letzteren?

Andeutung. Die ganzen Sekanten stehen zu ihren äusseren Abschnitten in umgekehrtem Verhältnisse.

Aufgabe 1131. Wird der Riss eines Hauses so gezeichnet, dass jede Seite $\frac{1}{50}$ der wirklichen Grösse beträgt, so ist die Breite auf der Zeichnung $54\frac{3}{5}$ cm. Wie gross muss sie auf der Zeichnung gemacht werden, wenn jede Seite $\frac{1}{60}$ der wirklichen Grösse betragen soll?

Aufgabe 1132. Durch die Halbierungslinien eines Dreieckswinkels wird die gegenüberliegende Seite von 8 cm Länge in 2 Abschnitte zerlegt, deren einer $3\frac{1}{2}$ cm ist. Die an diesem Abschnitte gelegene Dreiecksseite ist 4 cm. Wie gross ist die dritte Dreiecksseite?

Andeutung. Die Abschnitte stehen in geradem Verhältnisse zu den anstossenden Seiten.

Aufgabe 1133. Eine Seite eines Stück Feldes betrug $25\frac{5}{8}$ m, der Umfang 300 m. Ein anderes Feld von ähnlicher Gestalt hatte an der betreffenden Seite $20\frac{1}{2}$ m Länge. Wie gross war sein Umfang?

b) Aufgaben fürs schriftliche Rechnen.

Aufgabe 1134. Ein Radfahrer hat mit seinem Rade auf einer Strecke von 16,200 km 3600 Umdrehungen gemacht, ein anderer jedoch 6000. Wie gross sind die Umfänge der beiden Räder?

Aufgabe 1135. Der Umfang eines 24-eckigen Blumentisches betrug 2 m 1 cm 6 mm. Wie gross war eine Seite des 24-Ecks?

Aufgabe 1136. In einem Rhombus ist die Seite 36 mm, die kleine Diagonale 24 mm. Wie gross ist die kleine Diagonale in einem anderen, jenem ähnlichen Rhombus, dessen Seite 21 mm ist?

Aufgabe 1137. Ein Bildhauer will nach einem Modell, dessen grösste Breite, Länge und Höhe 6 cm, 8 cm und 12,5 cm sind, eine Marmorbüste fertigen, welche $67\frac{1}{2}$ cm hoch werden soll. Wie lang und breit muss mindestens der Marmorblock sein, den er dazu zu wählen hat?

Aufgabe 1138. Die Türme des Kölner Domes werfen am 21. Juni mittags auf dem horizontalen Boden einen Schatten von 49,98 m Länge; ein in der Nähe des Turms aufgestellter senkrechter Stab von $2\frac{1}{2}$ m Höhe wirft zu derselben Zeit einen Schatten von 80,1 cm Länge. Wie hoch sind hiernach die Türme des Kölner Domes?

Aufgabe 1139. Ein rechtwinkliger Garten von $36\frac{9}{25}$ m Breite und $25\frac{1}{8}$ m Länge wird gegen einen anderen von $34\frac{3}{4}$ m Breite umgetauscht. Wie lang wird er sein müssen, wenn er gleichen Flächenraum enthalten soll?

Aufgabe 1140. Der Grundriss eines Hauses ist in dem Verhältnis 1 : 50 (s. Erkl. 262) gezeichnet, und zwar ist auf der Zeichnung das Haus 42 cm lang und 25 cm breit. a) Wie lang und breit wird das Haus? b) Wie lang und breit ist auf der Zeichnung ein Zimmer, welches 6,50 m lang und 4,30 m breit werden soll?

Aufgabe 1141. Ein Parallelepipedon von 18,2 cm Höhe und 8,40 m Breite hat denselben Inhalt als ein anderes von 25,5 cm Höhe, 5,2 cm Breite und 9,8 cm Länge. Wie lang muss das erstere sein?

Anmerkung 59. Eine grosse Menge von Aufgaben, welche sich inhaltlich an die unter 1) bis 12) behandelten anschliessen, findet man in Kleyers Lehrbuch der Gleichungen 1. Grades, II. Teil.

---

13) Brunnenaufgaben.

Anmerkung 60. Mit dem Namen Brunnenaufgaben fasst man diejenigen Aufgaben zusammen, deren Inhalt das Füllen oder Leeren eines Brunnens oder irgend eines Gefässes durch mehrere Röhren ausmacht. Wir begegnen ihnen seit Heron von Alexandrien, dessen Blütezeit um das Jahr 100 v. Chr. fällt, sehr häufig z. B. bei dem Inder Aryabhatta (geb. 476 n. Chr.), in den „Aufgaben zur Verstandesschärfung" (propositiones ad acuendos juvenes), welche dem Alcuin, geb. 735 n. Chr., zugeschrieben werden, bei Leonardo Pisano 1202, bei Widmann von Eger 1449 etc.

Es wird bei diesen Aufgaben vorausgesetzt, dass in gleichen Zeiträumen durch dieselbe Röhre gleiche Mengen zu- oder abfliessen, was zwar beim Zufluss im allgemeinen richtig ist, beim Abfluss aber nicht, da die Schnelligkeit von auslaufendem Wasser mit dem Drucke abnimmt, sich also nur gleichbleibt, wenn das Gefäss gleich voll gehalten wird.

Das Prinzip der Lösung besteht darin, das für jede Röhre die Grösse des Raumes ermittelt wird, welcher durch sie in einer bestimmten Zeit gefüllt oder geleert wird.

Den Brunnenaufgaben schliessen sich betreffs der Lösung die Aufgaben unter 14) und 15) unmittelbar an.

Aufgabe 1142. Ein Brunnen wird durch 2 Röhren gefüllt. No. I allein füllt ihn in 2 Stunden, No. II allein in 3 Stunden. In welcher Zeit füllen beide, gleichzeitig geöffnete Röhren den Brunnen?

Erkl. 311. Die natürlichste Zeitbestimmung, die sich zu Grunde legen lässt, ist die Zeiteinheit, hier die Stunde. Man kann aber jede beliebige Zeitdauer nehmen, so dass sich unendlich viele Ausrechnungen bilden lassen, von denen man aber für den vorliegenden Fall einer der ausgeführten den Vorzug geben wird.

Auflösung. Nachdem festgestellt ist, welchen Teil des Brunnens jede Röhre in einer bestimmten Zeit füllt, wird berechnet, wieviel beide in derselben Zeit zusammen füllen. Dadurch ist der Bedingungssatz gefunden worden, mit Hilfe dessen sich die gestellte Frage beantworten lässt.

Als die bestimmte Zeit (siehe Erkl. 311) wählen wir zunächst 1 Stunde und dann die in der Aufgabe enthaltenen Stundenzahlen 2 und 3.

1. Ausrechnung. (Siehe Figur 10.)

No. I füllt 1 mal den Brunnen in 2 Stunden;
No. II „ 1 „ „ „ „ 3 „
also füllt:

No. I $\frac{1}{2}$ des Brunnens in 1 Stunde,
und
No. II $\frac{1}{3}$ „ „ „ 1 „

beide füllen:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$ des Brunnens in 1 Stunde.

Bds.: $\frac{5}{6}$ des Brunnens füllen sie in 1 Stunde.

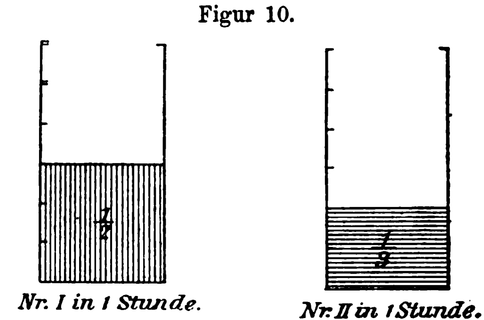
Fgs.: $\frac{1}{1}$ „ „ „ „ „ x.

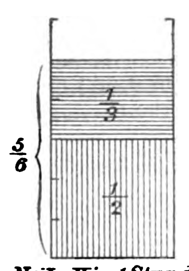
$\frac{1}{6}$ „ „ „ „ „ $\frac{1}{5}$ Stde.

$\frac{6}{6}$ „ „ „ „ „ $\frac{6}{5}$ „

Der Brunnen wird durch beide Röhren in $\frac{6}{5}$ Stunde $= 1\frac{1}{5}$ Stunde gefüllt.

Figur 10.





2. Ausrechnung.

II füllt $\frac{1}{1}$ des Brunnens in 3 Stunden,

II „ $\frac{1}{3}$ „ „ „ 1 Stunde,

{ II „ $\frac{2}{3}$ „ „ „ 2 Stunden,

{ I „ $\frac{1}{1}$ „ „ „ 2 „

beide füllen:

$1\frac{2}{3} = \frac{5}{3}$ „ „ „ 2 „

sie füllen:

$\frac{1}{3}$ „ „ „ $\frac{2}{5}$ „

sie füllen:

$\frac{1}{1}$ „ „ „ $\frac{6}{5}$ „

3. Ausrechnung.

I füllt $\frac{1}{1}$ des Brunnens in 2 Stunden,

I „ $\frac{1}{2}$ „ „ „ 1 Stunde,

{ I „ $\frac{3}{2}$ „ „ „ 3 Stunden,

{ II „ $\frac{1}{1}$ „ „ „ 3 „

beide füllen:

$\frac{5}{2}$ „ „ „ 3 „

sie füllen:

$\frac{1}{2}$ „ „ „ $\frac{3}{5}$ „

sie füllen:

$\frac{1}{1}$ „ „ „ $\frac{6}{5}$ „

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

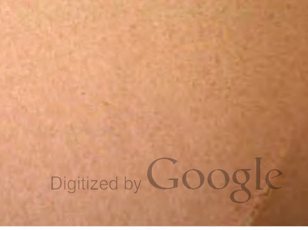
der bis jetzt erschienenen Hefte

ka ie Buchhandlung bezogen werden.

---

erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



964. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 949. — Seite 193—208.
Mit 8 Figuren.





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.

ch System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

·setzung v. Heft 949. — Seite 193—208. Mit 8 Figuren.

Inhalt:

·en gelöst und ungelöst. — Futteraufgaben gelöst und ungelöst. — Ackeraufgaben gelöst und ungelöst. — Bewegungsaufgaben gelöst.

Stuttgart 1891.

·erlag von Julius Maier.

·ändige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln** in **Fragen** mit **Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile** der **reinen** und **angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die **gehabten Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung zur **Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen geben.**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. **Kleyer,** Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

Aufgabe 1143. Ein Gefäss füllt Röhre No. I allein in $1\frac{1}{4}$ Stunde, No. II allein in $3\frac{1}{3}$ Stunden. Wieviel Zeit brauchen beide Röhren zum Füllen des Gefässes, wenn sie gleichzeitig geöffnet werden? (S. Erkl. 311 a.)

Erkl. 311 a. In den Epigrammen des Metrodorus, der unter Konstantin dem Grossen (324 bis 337) gelebt haben soll, findet sich folgende Brunnenaufgabe:

Vier Springbrunnen es giebt. Die Cisterne anfüllet der erste täglich; der andere braucht zwei Tage dazu, und der dritte drei, und der vierte gar vier. Welche Zeit nun brauchen zugleich sie?

Als Ergebnis findet man:

$$\frac{12}{25} \text{ Tag} = 11^h\ 31'\ 12''.$$

Auflösung.

No. I füllt $\frac{1}{1}$ des Gefässes in $\frac{5}{4}$ Stunden.

No. II „ $\frac{1}{1}$ „ „ „ $\frac{10}{3}$ „

also füllt:

No. I $\frac{4}{5}$ des Gefässes in 1 Stunde

und

No. II $\frac{3}{10}$ „ „ „ 1 „

Beide füllen:

$\frac{4}{5}+\frac{3}{10}=\frac{11}{10}$ des Gefässes in 1 Stunde,

$\frac{1}{10}$ „ „ „ $\frac{1}{11}$ „

$\frac{1}{1}$ „ „ „ $\frac{10}{11}$ „

Aufgabe 1144. Ein Bottich wird durch zwei gleichzeitig geöffnete Röhren in 5 Stunden gefüllt. No. I braucht allein 8 Stunden. Wieviel Zeit braucht No. II allein?

Erkl. 312. Probe:

I füllt in 8 Stunden $\frac{1}{1}$,

II „ „ $\frac{40}{3}$ „ $\frac{1}{1}$,

I „ „ 1 Stunde $\frac{1}{8}$,

II „ „ 1 „ $\frac{3}{40}$,

I u. II füllen in 1 Stunde $\frac{1}{8}+\frac{3}{40}=\frac{5}{40}=\frac{1}{8}$,

I u. II „ „ 5 Stunden $\frac{1}{1}$.

Auflösung.

Beide Röhren füllen in 5 Std. $\frac{1}{1}$ des Bottichs,

Nr. I füllt „ 8 „ $\frac{1}{1}$ „ „

Beide Röhren füllen „ 1 „ $\frac{1}{5}$ „ „

No. I füllt in 1 Std. $\frac{1}{8}$ „ „

No. II „ „ 1 „ $\frac{1}{5}-\frac{1}{8}=\frac{3}{40}$ „

No. II „ „ $\frac{1}{3}$ „ $\frac{1}{40}$ „ „

No. II „ „ $\frac{40}{3}$ „ $\frac{1}{1}$ „ „

die zwei Röhren brauchen $\frac{40}{3}$ Stunden $= 13\frac{1}{3}$ Stunden (siehe Erkl. 312).

Aufgabe 1145. Ein Gefäss kann durch drei Röhren gefüllt werden. No. I allein füllt es in $\frac{1}{2}$ Stunde, No. II in $\frac{1}{3}$ Stunde, No. III in $\frac{1}{4}$ Stunde. In welcher Zeit füllen alle drei gleichzeitig geöffnete Röhren das ganze Gefäss?

Auflösung. (Siehe Erkl. 313.)

No. I füllt allein 1 mal das Gefäss in $\frac{1}{2}$ Std.,

No. II „ „ 1 „ „ „ „ $\frac{1}{3}$ „

No. III „ „ 1 „ „ „ „ $\frac{1}{4}$ „

Erkl. 313. Der Lernende mag diese Aufgabe auch lösen, indem er a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{4}$ Stunde zu Grunde legt.

also füllt
- No. I 2 mal das Gefäss in 1 Std.,
- No. II 3 „ „ „ „ 1 „
- No. III 4 „ „ „ „ 1 „

alle füllen es $2 + 3 + 4$ mal $= 9$ mal „ 1 „

also füllen sie es 1 mal in $\frac{1}{9}$ Stunde.

Aufgabe 1146. Ein Gefäss kann durch drei Röhren gefüllt werden und zwar brauchen alle drei zusammen $1\frac{1}{5}$ Stunde; No. I allein braucht $2\frac{1}{4}$ Stunden; No. II allein $4\frac{1}{2}$ Stunden. In welcher Zeit füllt No. III allein das Gefäss?

Erkl. 314. Der Gang der Rechnung ist folgender: Es wird berechnet, wieviel des Gefässes alle drei und wieviel No. I und II in 1 Stunde füllen. Daraus lässt sich finden, wieviel No. III in 1 Stunde liefert, also auch wieviel Zeit sie allein braucht.

Bei Leonardo Pisano (1202) findet sich folgende nach Art der Brunnenaufgaben zu lösende Aufgabe:

1 Löwe, 1 Leopard und 1 Wolf verzehren 1 Schaf; der Löwe allein in 4, der Leopard in 5, der Wolf in 6 Stunden. Wie lange brauchen alle 3 zusammen?

Auflösung. In 1 Stunde verzehrt der Löwe $\frac{1}{4}$, der Leopard $\frac{1}{4}$, der Wolf $\frac{1}{6}$, alle 3 also $\frac{37}{60}$. Zu $\frac{60}{60}$ brauchen sie $\frac{60}{37}$ Stunde $= 1\frac{23}{37}$ Stunde (siehe Erkl. 315a).

Auflösung. (Siehe Erkl. 314.)

No. I füllt in $\frac{9}{4}$ Stunden $\frac{1}{1}$ des Gefässes,

No. II „ „ $\frac{9}{2}$ „ $\frac{1}{1}$ „ „

also füllt No. I in 1 Stunde $\frac{4}{9}$ des Gefässes,

No. II „ 1 „ $\frac{2}{9}$ „ „

beide zus. füllen in 1 Std. $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ „ „

Alle drei füllen in $\frac{6}{5}$ Stunde $\frac{1}{1}$ „ „

„ „ „ „ 1 „ $\frac{5}{6}$ „ „

No. I u. II „ „ 1 „ $\frac{2}{3}$ „ „

also füllt No. III „ 1 „ $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ „

„ „ No. III „ 6 „ $\frac{1}{1}$ des „

No. III füllt in 6 Stunden allein das Gefäss.

Aufgabe 1147. Ein Gefäss kann durch eine Abflussröhre in 3 Stunden geleert und durch eine Zuflussröhre in 4 Stunden gefüllt werden. In welcher Zeit leert sich das volle Gefäss, wenn beide Röhren gleichzeitig geöffnet werden?

Erkl. 315. Dabei ist vorausgesetzt, dass durch die Abflussröhre immer gleichviel abfliesst (siehe Anmerk. 60).

Auflösung. (Siehe Erkl. 315.)

Die Abflussröhre leert in 3 Std. $\frac{1}{1}$ d. Gefässes,

„ Zuflussröhre füllt „ 4 „ $\frac{1}{1}$ „ „

„ Abflussröhre leert „ 1 „ $\frac{1}{3}$ „ „

„ Zuflussröhre füllt „ 1 „ $\frac{1}{4}$ „ „

beide leeren in 1 Std. $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ „ „

also leeren sie in 12 Stunden $\frac{1}{1}$ „ „

Das Gefäss wird in 12 Stunden geleert.

Aufgabe 1148. No. I füllt ein Gefäss allein in $\frac{5}{6}$ Stunde, No. II leert es in $3\frac{1}{3}$ Stunde, No. III leert es in 2 Stunden. Nach wieviel Stunden wird bei gleichzeitiger Oeffnung aller Röhren das leere Gefäss voll?

Auflösung.

No. I füllt in $\frac{5}{6}$ Std. $\frac{1}{1}$ des Gefässes,

No. II leert „ $\frac{10}{3}$ „ $\frac{1}{1}$ „ „

No. III „ „ 2 „ $\frac{1}{1}$ „ „

also füllt No. I in 1 „ $\frac{6}{5}$ „ „

es leert No. II „ 1 „ $\frac{3}{10}$ „ „

„ „ No. III „ 1 „ $\frac{1}{2}$ „ „

alle füllen in 1 Std. $\frac{6}{5}-\frac{3}{10}-\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$ „

„ „ „ $\frac{5}{2}$ „ $\frac{1}{1}$ des Gefässes.

Nach $2\frac{1}{2}$ Stunden ist das Gefäss voll.

Erkl. 815a. Widman von Eger (1489) löst unter der Ueberschrift regula lucri (Wolfsregel) folgende Aufgabe (s. Erkl. 314). Item 1 Leb vnd 1 hunt vnd 1 Wolff. Die essen mit eynander 1 Schoff. Vnd der Leb ess das Schoff alleyn in eyner stund. Vnd der Wolff in 4 stunden. Vnd der hunt in 6 stunden. Nu ist die frag, wen sy das Schoff all 3 mit eynander essen in wie langer Zeyt sy das essen.

Er findet $\frac{12}{17}$ Stunden oder $42\frac{6}{17}$ Minuten.

Aufgabe 1149. Röhre No. I füllt das Gefäss in $2\frac{2}{3}$ Stunden, No. II in $3\frac{1}{5}$ Stunden. II war 3 Stunden früher geöffnet; nach wieviel Stunden ist das Gefäss voll?

Auflösung. (Siehe Erkl. 316.)

No. I füllt in $\frac{8}{3}$ Stunden $\frac{1}{1}$ des Gefässes,

No. II „ „ $\frac{16}{5}$ „ $\frac{1}{1}$ „ „

No. II „ „ 1 „ $\frac{5}{16}$ „ „

No. II „ „ 3 „ $\frac{15}{16}$ „ „

No. II hat also bereits $\frac{15}{16}$ gefüllt, als No. I geöffnet wird. Somit bleibt noch durch I und II $\frac{1}{16}$ zu füllen.

No. I füllt in 1 Stunde $\frac{3}{8}$,

No. II „ „ 1 „ $\frac{5}{16}$,

beide füllen in 1 „ $\frac{11}{16}$,

„ „ „ $\frac{1}{11}$ „ $\frac{1}{16}$.

Also ist das Gefäss $\frac{1}{11}$ Stunde nach dem Oeffnen von I, oder $3\frac{1}{11}$ Stunde nach dem Oeffnen von II gefüllt.

Erkl. 816. Diese Aufgabe unterscheidet sich von den vorhergehenden dadurch, dass hier gefragt wird, in welcher Zeit ein bestimmter Teil gefüllt wird, während vorher zu bestimmen war, in welcher Zeit das ganze Gefäss voll wurde.

Nach Art der Brunnenaufgaben sind auch die folgenden zu lösen:

Eine Papiermaschine liefert in 12 Stunden 9000 Bogen, eine andere in 10 Stunden 8000 Bogen. Nachdem die erstere 2 Stunden gearbeitet hat, beginnt die zweite. Nach wieviel Stunden haben sie gleichviel Bogen gefertigt?

Ergebnis. No. 2 braucht 30 Stunden.

3 Maurer sollen 595,8 cbm Mauer bauen, und zwar bringt der 1. in 5 Tagen 8 cbm, der 2. in 4 Tagen 9 cbm, der 3. in 6 Tagen 10 cbm fertig. Wieviel Zeit brauchen sie zu der Mauer?

Ergebnis. 108 Tage.

Aufgabe 1150. No. I füllt einen Brunnen in $2\frac{1}{3}$ Stunden, No. II in $2\frac{4}{5}$ Stunden, dagegen leert ihn No. III in 1 Stunde. Der Brunnen ist voll. No. II und III werden geöffnet, 1 Stunde später No. I. Nach wieviel Stunden ist der Brunnen leer?

Erkl. 317.

Die 3 Röhren leeren $\frac{3}{14}$ in 1 Stunde,

sie „ $\frac{1}{14}$ „ $\frac{1}{3}$ „

„ „ $\frac{5}{14}$ „ $\frac{5}{3}$ „

d. h. $1\frac{2}{3}$ Stunde müssen alle 3 Röhren geöffnet sein, bis der Rest von $\frac{5}{14}$ des Brunnens geleert ist.

Probe:

I füllt in 1 Stunde $\frac{3}{7}$, in $\frac{5}{3}$ Stdn. also $\frac{30}{42}$

II „ „ 1 „ $\frac{5}{14}$, „ $\frac{5}{3}$ „ „ $\frac{25}{42}$

III leert „ 1 „ $\frac{14}{14}$, „ $\frac{5}{3}$ „ „ $\frac{70}{42}$

Also wird geleert:

$$\frac{70}{42} - \frac{30}{42} - \frac{25}{42} = \frac{15}{42}$$
$$= \frac{5}{14}$$

Auflösung.

No. II füllt in $\frac{14}{5}$ Stunden $\frac{1}{1}$ des Brunnens,

No. II „ „ 1 Stunde $\frac{5}{14}$ „ „

No. III leert in 1 „ $\frac{1}{1}$ „ „

Da der Brunnen voll war, so ist nach 1 Stunde noch $\frac{5}{14}$ des Brunnens gefüllt.

No. I füllt in $\frac{7}{3}$ Stunden $\frac{1}{1}$ des Brunnens,

No. I füllt in 1 Stunde $\frac{3}{7}$ des Brunnens,

No. II „ „ 1 „ $\frac{5}{14}$ „ „

beide füllen in 1 Stunde $\frac{11}{14}$ des Brunnens,

No. III leert „ 1 „ $\frac{14}{14}$ „ „

alle drei leeren in 1 Stunde $\frac{3}{14}$ des Brunnens,

„ „ „ „ x „ $\frac{5}{14}$ „ „

Man findet $x = 1\frac{2}{3}$ Stunde (s. Erkl. 317). No. II und III waren schon 1 Stunde geöffnet, also ist der Brunnen nach $2\frac{2}{3}$ Stunden leer.

Aufgabe 1151. Ein Gefäss kann durch eine Zuflussröhre in $1\frac{1}{2}$ Stunden gefüllt und durch eine Abflussröhre in $\frac{3}{4}$ Stunde geleert werden. Wann muss die Zuflussröhre geschlossen werden, damit das volle Gefäss gerade in 1 Stunde geleert wird?

Auflösung. Die Abflussröhre leert in 1 Stunde $\frac{4}{3}$, im Gefäss sind nur $\frac{3}{3}$, also muss noch $\frac{1}{3}$ durch die Zuflussröhre zugeführt werden.

Diese füllt in $\frac{3}{2}$ Stunde $\frac{1}{1}$

also „ $\frac{1}{2}$ „ $\frac{1}{3}$

Die Zuflussröhre muss nach $\frac{1}{2}$ Stunde geschlossen werden.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1152. Aus einem Behälter, der 5671 l Wasser fasst, werden alle $6\frac{1}{2}$ Minuten durch ein Rohr $35\frac{1}{3}$ l abgelassen. In welcher Zeit wird der Behälter leer?

Es füllen ein Gefäss:

1153. No. I allein in 2 Stunden, No. II allein in 5 Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

1154. No. I allein in 4 Stunden, No. II allein in 6 Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

Andeutung. Aufgaben 1153 und 1154 ähnlich der Aufgabe 1142.

1155. No. I allein in $\frac{1}{2}$ Stunde, No. II allein in $\frac{1}{3}$ Stunde. In wieviel Stunden beide zusammen?

1156. No. I allein in $\frac{1}{5}$ Stunde, No. II allein in $\frac{1}{8}$ Stunde. In wieviel Stunden beide zusammen?

1157. No. I allein in $\frac{2}{3}$ Stunde, No. II allein in $\frac{5}{6}$ Stunde. In wieviel Stunden beide zusammen?

1158. No. I allein in $\frac{3}{8}$ Stunde, No. II allein in $\frac{5}{9}$ Stunde. In wieviel Stunden beide zusammen?

1159. No. I allein in $1\frac{1}{2}$ Stunden, No. II allein in 3 Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

1160. No. I allein in $2\frac{2}{3}$ Stunden, No. II allein in 7 Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

1161. No. I allein in 4 Stunden, No. II allein in $4\frac{1}{2}$ Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

1162. No. I allein in $2\frac{1}{2}$ Stunden, No. II allein in $1\frac{2}{3}$ Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

1163. No. I allein in $4\frac{2}{3}$ Stunden, No. II allein in $3\frac{3}{5}$ Stunden. In wieviel Stunden beide zusammen?

Andeutung. Aufgaben 1155 bis 1163 ähnlich der Aufgabe 1143.

Es füllen das Gefäss:

1164. No. I und II in 2 Stunden, No. I allein in 3 Stunden. In wieviel Stunden No. II allein?

1165. No. I und II in $2\frac{2}{3}$ Stunden, No. I allein in 4 Stunden. In wieviel Stunden No. II allein?

1166. No. I und II in $2\frac{1}{2}$ Stunden, No. I allein in 5 Stunden. In wieviel Stunden No. II allein?

1167. No. I und II in $\frac{2}{5}$ Stunden, No. I allein in $\frac{3}{4}$ Stunden. In wieviel Stunden No. II allein?

Andeutung. Aufgaben 1164 bis 1167 ähnlich der Aufgabe 1144.

Es füllt das ganze Gefäss:

1168. No. I allein in 2 Stunden, No. II allein in 5 Stunden, No. III allein in 10 Stunden. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

1169. No. I allein in 4 Stunden, No. II allein in 6 Stunden, No. III allein in 8 Stunden. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

1170. No. I allein in 1 Stunde, No. II allein in 2 Stunden, No. III allein in 3 Stunden. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

1171. No. I allein in $\frac{1}{3}$ Stunde, No. II allein in $\frac{1}{7}$ Stunde, No. III allein in $\frac{1}{9}$ Stunde. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

1172. No. I allein in $\frac{2}{3}$ Stunden, No. II allein in $\frac{3}{4}$ Stunden, No. III allein in $\frac{4}{5}$ Stunden. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

1173. No. I allein in $2\frac{3}{4}$ Stunden, No. II allein in $5\frac{1}{2}$ Stunden, No. III allein in $2\frac{1}{5}$ Stunden. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

1174. No. I allein in $1\frac{1}{2}$ Stunde, No. II allein in $2\frac{1}{2}$ Stunden, No. III allein in $3\frac{1}{2}$ Stunden. In wieviel Stunden alle 3 zusammen?

Andeutung. Aufgaben 1168 bis 1174 ähnlich der Aufgabe 1145.

Ein Gefäss wird gefüllt:

1175. Von No. I, II und III in 1 Stunde, von No. I allein in 3 Stunden, von No. II allein in 6 Stunden. Wieviel Stunden braucht No. III allein?

1176. Von No. I, II und III in $\frac{4}{7}$ Stunde, von No. I allein in 1 Stunde, von No. II allein in 2 Stunden. Wieviel Stunden braucht No. III allein?

1177. Von No. I, II und III in $\frac{1}{5}$ Stunde, von No. I allein in $\frac{3}{5}$ Stunde, von No. II allein in $\frac{1}{2}$ Stunde. Wieviel Stunden braucht No. III allein?

1178. Von No. I, II und III in $\frac{1}{2}$ Stunde, von No. I allein in $1\frac{1}{2}$ Stunde, von No. II allein in $2\frac{1}{2}$ Stunden. Wieviel Stunden braucht No. III allein?

Andeutung. Aufgaben 1175 bis 1178 ähnlich der Aufgabe 1146.

Ein Gefäss hat eine Zufluss- und eine Abflussröhre.

1179. Die Zuflussröhre allein braucht zum Füllen 6 Stunden, die Abflussröhre zum Leeren 4 Stunden. In wieviel Stunden wird der volle Brunnen leer?

1180. Die Zuflussröhre allein braucht zum Füllen $3\frac{3}{5}$ Stunden, die Abflussröhre zum Leeren $2\frac{1}{4}$ Stunden. In wieviel Stunden wird der volle Brunnen leer?

1181. Die Zuflussröhre allein braucht zum Füllen $\frac{4}{5}$ Stunde, die Abflussröhre zum Leeren $\frac{2}{3}$ Stunde. In wieviel Stunden wird der volle Brunnen leer?

1182. Die Zuflussröhre allein braucht zum Füllen $7\frac{1}{2}$ Stunden, die Abflussröhre zum Leeren $2\frac{1}{7}$ Stunden. In wieviel Stunden wird der volle Brunnen leer?

1183. Die Zuflussröhre allein braucht zum Füllen $4\frac{2}{7}$ Stunden, die Abflussröhre zum Leeren $2\frac{8}{11}$ Stunden. In wieviel Stunden wird der volle Brunnen leer?

1184. Die Zuflussröhre allein braucht zum Füllen 5 Stunden, die Abflussröhre zum Leeren 6 Stunden. In wieviel Stunden wird der leere Brunnen voll?

Andeutung. Aufgabe 1179 bis 1184 ähnlich der Aufgabe 1147.

Aufgabe 1185. No. I füllt ein Gefäss in $\frac{1}{3}$ Stunde, No. II leert es in $\frac{1}{2}$ Stunde, No. III füllt es in $\frac{1}{4}$ Stunde. Nach wieviel Stunden wird der Brunnen voll?

Aufgabe 1186. No. I füllt ein Gefäss in $\frac{1}{4}$ Stunde, No. II füllt es in $\frac{3}{4}$ Stunde und No. III leert es in $\frac{2}{3}$ Stunde. Stelle die Frage selbst.

Aufgabe 1187. No. I füllt ein Gefäss in $4\frac{1}{2}$ Stunden, No. II leert es in $2\frac{1}{3}$ Stunden, No. III füllt es in 3 Stunden. Das Gefäss ist $\frac{1}{3}$ voll, wenn alle 3 Röhren geöffnet werden. Wann ist es ganz voll?

Andeutung. Aufgaben 1185 bis 1187 ähnlich der Aufgabe 1148.

Aufgabe 1188. No. I füllt in 3 Stunden, No. II in 6 Stunden. Nachdem No. I $1\frac{1}{2}$ Std. lang geöffnet war, wird No. II geöffnet. Nach wieviel Stunden ist der Brunnen voll?

Aufgabe 1189. No. I füllt in $1\frac{1}{4}$ Stunde, No. II in $\frac{5}{8}$ Stunde. Nachdem No. I $\frac{1}{5}$ Std. lang geöffnet war, wird No. II geöffnet. Nach wieviel Stunden ist der Brunnen voll?

Aufgabe 1190. No. I füllt in $\frac{4}{5}$ Stunde, No. II in $1\frac{3}{5}$ Stunde. Nachdem No. I $\frac{1}{4}$ Std. lang geöffnet war, wird No. II geöffnet. Nach wieviel Stunden ist der Brunnen voll?

Andeutung. Aufgaben 1188 bis 1190 ähnlich der Aufgabe 1149.

Aufgabe 1191. No. I leert in 3 Stunden, No. II in 6 Stunden, dagegen füllt No. III in 9 Stunden. Der Brunnen ist voll. No. I wird geöffnet, 1 Stunde später No. II und $1\frac{1}{2}$ Stunde später No. III. Nach wieviel Stunden ist der Brunnen leer?

Aufgabe 1192. No. I leert in $\frac{2}{5}$ Stunde, No. II füllt in $\frac{2}{3}$ Stunde, No. III füllt in $3\frac{1}{3}$ Stunden. Das Gefäss ist voll. No. I und II werden geöffnet, $\frac{1}{2}$ Stunde darnach auch No. III. Nach wieviel Stunden ist das Gefäss leer?

Aufgabe 1193. No. I leert in $2\frac{2}{5}$ Stunden, No. II füllt in $1\frac{5}{7}$ Stunden, No. III füllt in $1\frac{1}{5}$ Stunden. Der Brunnen ist leer. No. I und II werden geöffnet, $\frac{3}{4}$ Stunde später No. III. Wann ist der Brunnen voll?

Andeutung. Aufgaben 1191 bis 1193 ähnlich 1150.

Aufgabe 1194. Wann muss die Zuflussröhre zu einem Gefässe, welche es allein in $3\frac{3}{4}$ Stunden füllen würde, geschlossen werden, damit das Gefäss durch seine Abflussröhre, die es allein in 3 Stunden leeren würde, in 5 Stunden ausgeleert wird?

Andeutung. Aufgabe 1194 ähnlich 1151.

Aufgabe 1195. No. I füllt in 4 Stunden, No. II leert in 5 Stunden. Der Brunnen ist halb voll. Wieviel ist nach 6 Stunden im Brunnen?



14) Futteraufgaben.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1196. Ein Landmann hat berechnet, dass sein Heuvorrat entweder für seine 6 Pferde 120 Tage oder für seine 30 Schafe 80 Tage reichen würde. Wie lange reicht sein Vorrat für die 6 Pferde und 30 Schafe zusammen?

Auflösung. (Siehe Erkl. 318.)

6 Pferde verbrauchen in 120 Tagen $\frac{1}{1}$ Vorrat,
30 Schafe „ „ 80 „ $\frac{1}{1}$ „

6 Pferde verbrauchen in 1 Tag $\frac{1}{120}$ Vorrat,
30 Schafe „ „ 1 „ $\frac{1}{80}$ „

Zusammen verbrauchen sie in 1 Tag $\frac{1}{120}+\frac{1}{80}=\frac{1}{48}$

$\frac{1}{48}$ des Vorrates reicht 1 Tag
$\frac{1}{1}$ „ „ „ 48 Tage

Der Vorrat reicht für 6 Pferde und 30 Schafe 48 Tage.

Erkl. 318. Auch hier kann, wie bei den Brunnenaufgaben, jede beliebige Zeit, z. B. 120 Tage oder 80 Tage, zu Grunde gelegt werden.

Aufgabe 1197. Ein Heuvorrat reicht für 6 Pferde 200 Tage oder für 12 Kühe 100 Tage oder für 30 Schafe 400 Tage. Wie lange würde er für 5 Pferde, 14 Kühe und 50 Schafe zusammen reichen?

Auflösung.

6 Pferde verbrauchen an 1 Tage $\frac{1}{200}$ des Vorrates,
12 Kühe „ „ 1 „ $\frac{1}{100}$ „ „
30 Schafe „ „ 1 „ $\frac{1}{400}$ „ „

(Siehe Erkl. 319.)

5 Pferde verbrauchen an 1 Tage $\frac{1}{240}$ des Vorrates,
14 Kühe „ „ 1 „ $\frac{7}{600}$ „ „
50 Schafe „ „ 1 „ $\frac{1}{240}$ „ „

Zusammen verbrauchen sie an 1 Tage $\frac{1}{240}+\frac{7}{600}+\frac{1}{240}=\frac{1}{50}$

$\frac{1}{50}$ des Vorrates verbrauchen sie an 1 Tage,
$\frac{1}{1}$ „ „ „ „ „ 50 Tagen.

Der Vorrat reicht somit für 5 Pferde, 14 Kühe und 50 Schafe 50 Tage.

Erkl. 319. Aus den Angaben, wieviel des Vorrates 6 Pferde u. s. w. an 1 Tage ver-

brauchen, ist zu berechnen, wieviel 5 Pferde u. s. w. an 1 Tage nötig haben, z. B.:

6 Pferde verbrauchen an 1 Tage $\frac{1}{200}$.

1 Pferd verbraucht „ 1 „ $\frac{1}{1200}$.

5 Pferde verbrauchen „ 1 „ $\frac{1}{240}$.

Aufgabe 1198. Ein Heuvorrat reicht für 30 Kühe 140 Tage. Wie lange werden 16 Pferde damit auskommen, wenn 6 Pferde ebensoviel als 7 Kühe nötig haben?

Erkl. 320. Berechne, wie lange 7 Kühe reichen. So lange reichen auch 6 Pferde; und daraus lässt sich die gesuchte Antwort finden.

Auflösung. (Siehe Erkl. 320.)

30 Kühe reichen 140 Tage,
1 Kuh reicht 4200 „
7 Kühe reichen 600 „

6 Pferde reichen 600 Tage,
1 Pferd reicht 3600 „
16 Pferde reichen 225 „

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Anmerkung 61. Die Aufgaben 1199 bis 1202 sind ähnlich 1196; 1203 bis 1205 sind ähnlich 1197 und 1206 bis 1208 sind ähnlich 1198 zu rechnen.

Aufgabe 1199. Ein Heuvorrat reicht für 14 Pferde 90 Tage oder für 100 Schafe 18 Tage. Wie lange reicht er für 14 Pferde und 100 Schafe zusammen?

Aufgabe 1200. Ein Futtervorrat reicht für 12 Pferde 100 Tage oder für 25 Schafe 50 Tage. Wie lange reicht er für 12 Pferde und 25 Schafe zusammen?

Aufgabe 1201. Ein Futtervorrat langt für 5 Pferde 240 Tage oder für 30 Kühe 50 Tage. Wieviel Tage langt er für 8 Pferde und 35 Kühe zusammen?

Aufgabe 1202. Ein Heuvorrat reicht für 4 Pferde 160 Tage oder für 6 Kühe 80 Tage. Wie lange reicht er für 5 Pferde und 10 Kühe zusammen?

Aufgabe 1203. Ein Futtervorrat wird von 8 Pferdeu in 72 Tagen oder von 15 Kühen in 36 Tagen oder von 60 Schafen in 24 Tagen verbraucht. Wieviel Tage langen 8 Pferde, 15 Kühe und 60 Schafe zusammen mit demselben?

Aufgabe 1204. Ein Heuvorrat reicht für 36 Pferde 60 Tage oder für 25 Kühe 80 Tage oder für 80 Schafe 30 Tage. Wie lange reichen 36 Pferde, 25 Kühe und 80 Schafe zusammen mit demselben?

Aufgabe 1205. Ein Heuvorrat reicht für 8 Pferde 72 Tage oder für 15 Kühe 36 Tage oder für 60 Schafe 24 Tage. Wieviel Tage kommen 12 Pferde, 18 Kühe und 30 Schafe mit ihm aus?

Aufgabe 1206. Ein Heuvorrat reicht für 15 Kühe 450 Tage; wie lange für 300 Schafe, wenn 1 Kuh soviel als 8 Schafe braucht?

Aufgabe 1207. Ein Heuvorrat reicht für 24 Kühe 63 Tage; wie lange für 70 Schafe? (Futter für 1 Kuh gleich dem für 8 Schafe.)

Aufgabe 1208. Ein Heuvorrat reicht für 25 Kühe 210 Tage; wie lange für 15 Pferde, wenn 6 Pferde soviel erhalten wie 7 Kühe?

---

15) Ackeraufgaben.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1209. Ein Feld kann von 12 Pferden in 16 Tagen oder von 20 Ochsen in 12 Tagen umgeackert werden. Wieviel Tage müssen 12 Pferde und 20 Ochsen gemeinschaftlich zum Umackern des ganzen Feldes verwendet werden?

Erkl. 321. Der Gang der Rechnung bei diesen Aufgaben ist ganz ähnlich dem bei den Brunnenaufgaben.

Auflösung. (Siehe Erkl. 321.)

12 Pferde brauchen 16 Tage.
20 Ochsen „ 12 „

12 Pferde bearbeiten an 1 Tage $\frac{1}{16}$ des Ackers,
20 Ochsen „ „ 1 „ $\frac{1}{12}$ „ „

12 Pf. u. 20 Ochs. bearb. an 1 Tage $\frac{1}{16}+\frac{1}{12}=\frac{7}{48}$

$\frac{7}{48}$ des Ackers wird an 1 Tage bearbeitet.
$\frac{1}{1}$ „ „ „ „ x „

Es folgt $x = 6\frac{6}{7}$ Tage.

Aufgabe 1210. Zum Bearbeiten eines Feldes sind 2 Pferde 12 Tage oder 8 Ochsen 6 Tage nötig. Wieviel Tage müssen 4 Pferde und 4 Ochsen daran arbeiten?

Erkl. 322. Es mag hier wiederum darauf aufmerksam gemacht werden, dass unter Tag hier die Dauer zu verstehen ist, während welcher binnen 24 Stunden gearbeitet wird.

Auflösung. (Siehe Erkl. 322.)

2 Pferde brauchen 12 Tage.
8 Ochsen „ 6 „

2 Pferde bearbeiten an 1 Tage $\frac{1}{12}$ des Feldes,
4 „ „ „ 1 „ $\frac{1}{6}$ „ „

8 Ochsen bearbeiten an 1 Tage $\frac{1}{6}$ des Feldes,
4 „ „ „ 1 „ $\frac{1}{12}$ „ „

4 Pf. u. 4 Ochs. bearbeiten an 1 Tage $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$

4 „ „ 4 „ „ „ 4 Tagen $\frac{1}{1}$ des Feldes.

Aufgabe 1211. 6 Pferde bearbeiten einen Acker in 10 Tagen. 6 Pferde und 5 Ochsen in 6 Tagen. Wieviel Tage brauchen 3 Ochsen allein dazu?

Auflösung. (Siehe Erkl. 323.)

Erkl. 828. Man mache sich an einer leicht zu zeichnenden Figur durch verschiedene Schraffierungen die Sache klar, indem man ein Rechteck in 30 gleiche Streifen teilt. 5 derselben stellen den Raum dar, welcher durch 6 Pferde und 5 Ochsen bearbeitet wird, 3 den, welchen 6 Pferde allein umackern.

6 Pferde u. 5 Ochsen bearbeiten an 1 Tage $\frac{1}{6}$,

6 " " " 1 " $\frac{1}{10}$,

5 Ochsen bearbeiten an 1 Tage $\frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{1}{15}$,

1 Ochse bearbeitet " 1 " $\frac{1}{75}$,

3 Ochsen bearbeiten " 25 Tagen $\frac{1}{1}$.

Aufgabe 1212. 6 Pferde bearbeiten einen Acker in 5 Tagen; 10 Ochsen bearbeiten denselben in 9 Tagen. Nachdem die 6 Pferde 3 Tage allein gearbeitet haben, vollenden die 10 Ochsen die Arbeit. Wieviel Tage brauchen diese noch dazu?

Auflösung.

6 Pferde bearbeiten in 3 Tagen $\frac{3}{5}$. Rest $\frac{2}{5}$.

10 Ochsen bearbeiten in x Tagen $\frac{2}{5}$,

10 " " " 1 Tage $\frac{1}{9}$.

$$x = 3\frac{3}{5} \text{ Tage.}$$

Die 10 Ochsen brauchen $3\frac{3}{5}$ Tage.

---

b) Ungelöste Aufgaben.

Anmerkung 62. Die Aufgaben 1213, 1214 sind ähnlich zu rechnen wie die gelöste Aufgabe 1209; 1215, 1216 wie 1210; 1217, 1218 wie 1211; 1219, 1220 wie 1212.

Aufgabe 1213. Zum Umackern eines Feldes brauchen 5 Pferde 10 Tage oder 8 Ochsen 15 Tage. Wieviel Tage brauchen 5 Pferde und 8 Ochsen zusammen?

Aufgabe 1214. 9 Pferde brauchen 8 Tage, 9 Ochsen 12 Tage; wieviel 9 Pferde und 9 Ochsen zusammen?

Aufgabe 1215. 8 Pferde brauchen 5 Tage, 10 Ochsen 10 Tage; wieviel 4 Pferde und 5 Ochsen?

Aufgabe 1216. 12 Pferde brauchen 8 Tage, 8 Ochsen 14 Tage; wieviel 9 Pferde und 7 Ochsen?

Aufgabe 1217. 6 Pferde brauchen 4 Tage, 6 Pferde und 12 Ochsen $2\frac{2}{3}$ Tage; wieviel Tage brauchen 12 Ochsen allein?

Aufgabe 1218. 15 Pferde brauchen 25 Tage, 15 Pferde und 8 Ochsen $18\frac{3}{4}$ Tage; wieviel 15 Ochsen allein?

Aufgabe 1219. 8 Pferde bearbeiten einen Acker in 12 Tagen, 10 Ochsen in 16 Tagen. Nachdem die 8 Pferde $7\frac{1}{2}$ Tage gearbeitet haben, werden die 10 Ochsen allein verwendet. Wie lange haben diese noch zu arbeiten?

Aufgabe 1220. 4 Pferde bearbeiten einen Acker in 14 Tagen, 6 Ochsen in 10 Tagen. Nachdem 2 Pferde 7 Tage gearbeitet haben, sollen 4 Ochsen den Rest vollenden. Wieviel Tage brauchen sie dazu?

Aufgabe 1221. 8 Pferde brauchen 4 Tage, 6 Ochsen 8 Tage. Nachdem 2 Pferde und 4 Ochsen 2 Tage gearbeitet haben, soll der Rest durch Ochsen allein in 2 Tagen fertig gestellt werden. Wieviel Ochsen sind nötig?

Aufgabe 1222. 5 Pferde brauchen 6 Tage, 6 Ochsen 8 Tage. Nachdem 6 Pferde und 4 Ochsen $2\frac{1}{2}$ Tage gearbeitet haben, soll der Rest durch Pferde und 6 Ochsen an 1 Tage fertig werden. Wieviel Pferde sind nötig?

---

16) Bewegungsaufgaben.

a) Gelöste Aufgaben.

Aufgabe 1223. Zwei Punkte A und B sind $8\frac{1}{2}$ km von einander entfernt. A legt in 108 Sekunden 1 km, B in 96 Sekunden 1 km zurück. Sie bewegen sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit (siehe Erkl. 324) einander entgegen. a) Nach wieviel Minuten ununterbrochener Bewegung treffen sie sich? b) Welchen Weg hat jeder Punkt zurückgelegt?

Erkl. 324. Unter einer gleichförmig fortschreitenden Bewegung versteht man eine solche, bei welcher in gleichen Zeitteilchen gleiche Wege zurückgelegt werden, und zwar im Gegensatze zu solchen Bewegungen, bei welchen in gleichen Zeitteilchen ungleiche Wege zurückgelegt werden, und die man deshalb ungleichförmige nennt.

Bei den hier vorkommenden Aufgaben ist nur von gleichförmig fortschreitender Bewegung die Rede.

Bei jeder gleichförmigen Bewegung kommen drei Grössen in Betracht, nämlich:

1) die Zeit (lat. tempus), ohne welche eine Bewegung überhaupt nicht denkbar ist;

2) der Weg oder Raum (lat. spatium), indem bei einer fortschreitenden Bewegung der in Bewegung gesetzte Körper einen Weg bezw. einen Raum durchlaufen muss, und ohne diesen eine fortschreitende Bewegung nicht denkbar ist;

3) die sogenannte Geschwindigkeit (lat. velocitas oder celeritas), d. i. der Weg, welchen ein gleichförmig fortschreitender Körper in einer Zeiteinheit zurücklegt.

Es gilt die Beziehung: der zurückgelegte Weg = Geschwindigkeit mal Zeit.

Auflösung. Der Gang der Rechnung bei den Bewegungsaufgaben ist folgender: Es wird ermittelt, welchen Weg jeder der sich bewegenden Körper in der Zeiteinheit (Sekunde, Minute oder Stunde) zurücklegt. Daraus findet man durch Addition oder Subtraktion je nach der Art der Aufgabe, welcher Weg von beiden in der Zeiteinheit zurückgelegt wird, oder mit anderen Worten, wie weit sie sich einander nähern. Dadurch ist der Bedingungssatz gefunden worden, mit Hilfe dessen sich die Frage beantworten lässt.

a) A legt in 108 Sekunden 1 km zurück,
B „ „ 96 „ 1 km „

A legt in 1 Sekunde $\frac{1}{108}$ km zurück,

B „ „ 1 „ $\frac{1}{96}$ km „

In 1 Sekunde nähern sie sich um:

$$\left(\frac{1}{108}+\frac{1}{96}\right) \text{ km.}$$

Bds.: In 1 Sek. nähern sie sich um $\frac{17}{864}$ km.

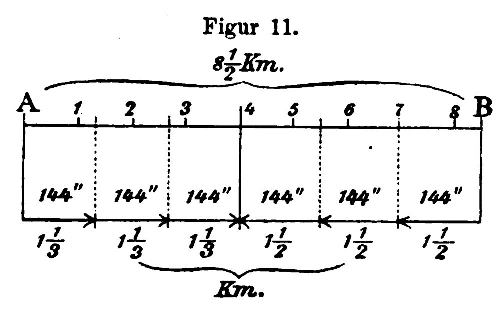
Fgs.: „ x „ „ „ „ $\frac{17}{2}$ km.

„ 864 Sek. „ „ „ „ 17 km,

„ 432 „ „ „ „ „ $\frac{17}{2}$ km.

Sie treffen sich nach 432 Sekunden = 7 Minuten 12 Sekunden.

Figur 11.



b) A legt in 1 Sekunde $\frac{1}{108}$ km zurück,

A „ „ 432 „ $\frac{432}{108}$ km $= 4$ km zurück.

B „ „ 1 „ $\frac{1}{96}$ km zurück,

B „ „ 432 „ $\frac{432}{96}$ km $= 4\frac{1}{2}$ km zurück.

Zur weiteren Erläuterung siehe Fig. 11, in der die Wege aufgezeichnet sind, welche jeder Punkt in 144 Sekunden zurücklegt.

Aufgabe 1224. Ein Eisenbahnzug, der von A nach B fährt, legt in 1 Sekunde 12,5 m zurück. Von B fährt 1 Stunde 12 Minuten später ein anderer Zug nach A und legt in 1 Sekunde $9\frac{3}{4}$ m zurück. Die Entfernung zwischen A und B beträgt 321 km. a) Wann treffen sich die Züge nach der Abfahrt des zweiten? b) Welchen Weg legt jeder Zug bis dahin zurück?

Figur 12.

A 321 Km. B
54 Km. 12,5 m 9,75 m
$1^h\,12'$ 1" 1"

Auflösung. Der Zug von A ist bereits 1 Stunde 12 Minuten $= 4320$ Sekunden gefahren, als der von B abfährt. Er hat in dieser Zeit 12,5 m $\cdot$ 4320 $= 54$ km zurückgelegt. Somit haben beide Züge noch 321 km $-$ 54 km $= 267$ km zu fahren (siehe Fig. 12).

Der Zug von A legt in 1 Sek. 12,5 m zurück.
„ „ „ B „ „ 1 „ 9,75 m „
Beide legen „ 1 „ 22,25 m „
„ „ „ x „ 267000 m „

$$x = 267\,000 : 22{,}25 = 12\,000$$

Sie treffen sich 12000 Sekunden $= 3$ Std. 20 Minuten nach der Abfahrt des 2. Zuges.
Der 1. Zug hat dann 204 km zurückgelegt.
„ 2. „ „ „ 117 km „

Aufgabe 1225. A und B wohnen 10 Meilen entfernt. Sie reisen einander entgegen. B reist früher ab. Sie treffen sich 6 Stunden nach der Abreise des A, der in 1 Stunde $\frac{3}{4}$ Meilen zurückgelegt hat. a) Wieviel Stunden war B unterwegs, der in 1 Stunde $\frac{2}{3}$ Meilen machte? b) Wieviel Meilen hat jeder zurückgelegt?

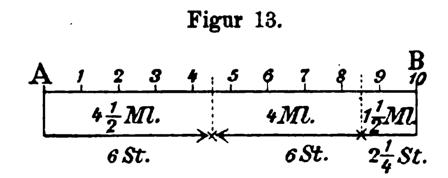
Auflösung.

A reist in 1 Stunde $\frac{3}{4}$ Meilen.

A reist in 6 Stunden $4\frac{1}{2}$ Meilen.

Also hat B zurückzulegen $\left(10 - 4\frac{1}{2}\right)$ Meilen $= 5\frac{1}{2}$ Meilen.

Figur 13.



B legt $\frac{2}{3}$ Meilen in 1 Stunde zurück.

B „ $5\frac{1}{2}$ „ „ x „

$\cdot$ x $= 8\frac{1}{4}$ Stunden.

B war $8\frac{1}{4}$ Stunden unterwegs.

A hat $4\frac{1}{2}$ Meilen, B $5\frac{1}{2}$ Meilen zurückgelegt (siehe Fig. 13).

Aufgabe 1226. A und B wohnen 102 Meilen entfernt, sie reisen einander entgegen und treffen sich nach $8\frac{1}{2}$ Tagen. A reist täglich 2 Meilen mehr. Wieviel Meilen legt jeder a) täglich; b) im ganzen zurück?

Figur 14.

Auflösung. A reist täglich 2 Meilen mehr als B, in $8\frac{1}{2}$ Tagen also 2 Ml. $\cdot\ 8\frac{1}{2} = 17$ Ml. mehr. Auf jeden kommt nun noch die Hälfte von 102 Ml. — 17 Ml. = 85 Ml.

B legt an $8\frac{1}{2}$ Tagen $42\frac{1}{2}$ Meilen zurück.

B „ „ 1 Tage x „

B „ „ 1 „ 5 Meilen „

A „ „ 1 „ 7 „ „

A reist $59\frac{1}{2}$ Meilen, B $42\frac{1}{2}$ Meilen im ganzen (siehe Fig. 14).

Aufgabe 1227. A und B reisen einander gleichzeitig entgegen und treffen sich $13\frac{1}{8}$ Ml. vom Wohnorte des B, der täglich $\frac{1}{2}$ Meile mehr geht als A. Sie nähern sich täglich um 7 Meilen. a) Wieviel Meilen macht jeder täglich? b) Wieviel Tage reist jeder? c) Wieviel Meilen beträgt die ganze Entfernung?

Figur 15.

Auflösung. (Siehe Figur 15.)

A und B legen täglich 7 Meilen zurück.

B legt täglich $\frac{1}{2}$ Meile mehr zurück,

also legt A täglich:

$6\frac{1}{2}$ Meilen : $2 = 3\frac{1}{4}$ Meilen zurück

und B an 1 Tage $3\frac{3}{4}$ Meilen.

B legt „ x $13\frac{1}{8}$ Meilen zurück.

x $= 3\frac{1}{2}$ Tage.

b) Jeder reist $3\frac{1}{2}$ Tage.

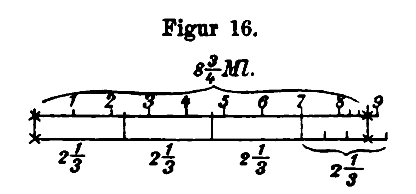
c) A legt in $3\frac{1}{2}$ Tagen $3\frac{1}{4}$ Ml. $\cdot\ 3\frac{1}{2} =$ $11\frac{3}{8}$ Meilen.

B legt in $3\frac{1}{2}$ Tagen $3\frac{3}{4}$ Ml. $\cdot 3\frac{1}{2} =$ $13\frac{1}{8}$ Meilen.

zurück, somit beträgt die ganze Entfernung $24\frac{1}{2}$ Meilen.

Aufgabe 1228. A und B reisen einander gleichzeitig entgegen und treffen 20 Meilen vom Wohnorte des A, der täglich $1\frac{1}{3}$ des Weges des B zurücklegt, zusammen. Sie nähern sich täglich um $8\frac{3}{4}$ Meilen. a) Wieviel Tage reist jeder? b) Wieviel Meilen reist jeder im ganzen? c) Wie gross ist die ganze Entfernung?

Figur 16.



Auflösung. a) Legt B 1 Meile zurück, so macht A $1\frac{1}{3}$ Meile, beide zusammen also $2\frac{1}{3}$ Meilen. Sie nähern sich täglich um $8\frac{3}{4}$ Meilen, also macht B täglich sovielmal 1 Meile und A $1\frac{1}{3}$ Meile als $2\frac{1}{3}$ in $8\frac{3}{4}$ enthalten ist. $8\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3} = 3\frac{3}{4}$.

A reist täglich $\left(3\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}\right)$ Meilen $= 5$ Ml., und B $3\frac{3}{4}$ Meilen (siehe Fig. 16).

A legt 5 Meilen an 1 Tage zurück.
20 „ also an 4 Tagen.
Jeder reist 4 Tage.

b) A legt 20 Meilen, B $3\frac{3}{4}$ Meilen $\cdot 4 =$ 15 Meilen zurück.

c) Die ganze Entfernung beträgt 35 Meilen.

Aufgabe 1229. A und B treffen einander $13\frac{1}{5}$ Meilen vom Wohnorte des B. A legt täglich die $1\frac{1}{11}$-fache Strecke des B zurück. Sie nähern sich täglich um $9\frac{1}{5}$ Meilen. a) Wieviel Meilen reist jeder im ganzen? b) Wie gross ist die ganze Entfernung? c) Wieviel Tage reist jeder? (Siehe Erkl. 324 a.)

Erkl. 324 a. Hieran schliesst sich die Aufgabe:

A und B treffen sich in 4 Tagen. A legt $\frac{8}{15}$ des ganzen Weges zurück und reist täglich 1 Meile mehr als B. Wie gross ist die ganze Entfernung?

Auflösung. A reist im ganzen 4 Meilen mehr als B, er legt $\frac{8}{15}$ des Weges zurück; B also $\frac{7}{15}$. Somit muss $\frac{1}{15}$ des Weges $= 4$ Ml. sein. Der ganze Weg beträgt demnach 60 Meilen.

Auflösung.

a) Wenn B 1 Ml. zurücklegt, legt A $1\frac{1}{11}$ Ml. zurück.

„ B $13\frac{1}{5}$ Ml. „ „ A x zurück.

A legt im ganzen $13\frac{1}{5}$ Meilen $\cdot 1\frac{1}{11} =$ $14\frac{2}{5}$ Meilen zurück.

b) Die Entfernung beträgt:

$$\left(13\frac{1}{5} + 14\frac{2}{5}\right) \text{ Meilen} = 27\frac{3}{5} \text{ Meilen.}$$

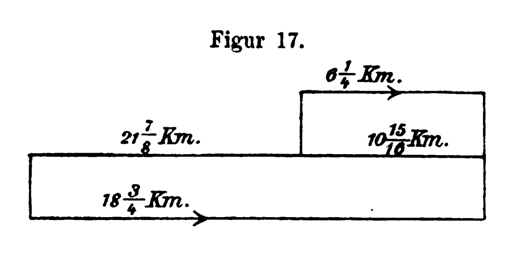
c) Beide legen an 1 Tage $9\frac{1}{5}$ Mln. zurück.

„ „ „ x $27\frac{3}{5}$ „ „

x = 3 Tage.

Aufgabe 1230. Ein Eilbote geht von A nach B und legt in 1 Stunde $6\frac{1}{4}$ km zurück. $3\frac{1}{2}$ Stunden später wird ihm ein Reiter nachgesendet, der in $\frac{1}{2}$ Stunde $9\frac{3}{8}$ km vorwärts kommt. Wann wird der Bote vom Reiter eingeholt?

Figur 17.



Auflösung. (Siehe Fig. 17.) Der Bote legt in 1 Stunde $6\frac{1}{4}$ km zurück, in $3\frac{1}{2}$ Stunden also $6\frac{1}{4}\text{ km} \cdot 3\frac{1}{2} = 21\frac{7}{8}$ km.

Es fragt sich nun, in welcher Zeit macht der Reiter $21\frac{7}{8}$ km mehr als der Bote.

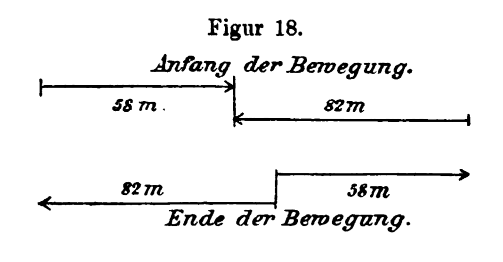
Der Reiter legt in 1 Std. $18\frac{3}{4}$ km zurück.
Der Bote „ „ 1 „ $6\frac{1}{4}$ km „

Der Reiter legt in 1 Std. $12\frac{1}{2}$ km mehr „
„ x $21\frac{7}{8}$ km.

$x = 1\frac{3}{4}$ Stunde. Der Bote wird nach $1\frac{3}{4}$ Stunde eingeholt.

Aufgabe 1231. Wie lange dauert es, bis ein Eisenbahnzug, der 58 m lang ist und eine Geschwindigkeit von 15,2 m in der Sekunde hat, an einem anderen von 82 m Länge, der ihm mit einer Geschwindigkeit von 12,8 m entgegenkommt, vorbeigefahren ist?

Figur 18.



Auflösung. Die Bewegung beginnt, wenn die ersten Punkte, und ist vollendet, wenn die letzten Punkte der Züge einander begegnen (siehe Fig. 18). Jeder Zug hat also $(58 + 82)$ m = 140 m zurückzulegen, da sie einander entgegenfahren, ist es geradeso, als ob einer mit der Geschwindigkeit beider = 28 m an dem anderen mit der Geschwindigkeit Null (d. h. er steht still) vorüberführe.

Bds.: 28 m legt er in 1 Sekunde zurück.
Fgs.: 140 m „ „ „ x „
$x = 5$ Sekunden.

Sie fahren in 5 Sekunden an einander vorüber.

Aufgabe 1232. Um 12 Uhr stehen beide Zeiger einer Uhr über einander. Wann und wie oft werden diese Zeiger in den nächsten 12 Stunden wieder über einander stehen?

Erkl. 825. Zur Bestimmung der verschiedenen Zeiten, an welchen das Uebereinanderstehen stattfindet, hat man jedesmal $1\frac{1}{11}$ Stunden oder 1 Stunde $5\frac{5}{11}$ Minuten zu der vorhergehenden Zeitangabe zu addieren. Man findet:

Auflösung.

Der grosse Zeiger legt in 1 Stunde $\frac{12}{12}$ des Umfanges zurück.

Der kleine Zeiger legt in 1 Stunde $\frac{1}{12}$ zurück.

Der grosse Zeiger legt somit in 1 Stunde $\frac{11}{12}$ mehr als der kleine zurück.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

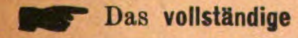
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.


Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

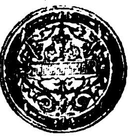
Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

965. Heft.

Preis des Heftes 25 Pf.

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen.
Forts. v. Heft 964. — Seite 209—224





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —
mit
Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln, in Fragen und Antworten
erläutert durch
viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,
aus allen Zweigen
der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. höheren Mathematik (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik, mathemat. Geographie, Astronomie; des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's; der Konstruktionslehren als: darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspektive, Schattenkonstruktionen etc. etc.
für
Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.
zum einzig richtigen und erfolgreichen
Studium, zur Forthülfe bei Schularbeiten und zur rationellen Verwertung der exakten Wissenschaften,
herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,
Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse
in Frankfurt a. M.

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)
nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Fortsetzung v. Heft 964. — Seite 209—224.

Inhalt:

Stuttgart 1891.
Verlag von Julius Maier.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem **kein ähnliches** zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem **billigen Preise** von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens** etc. etc. und zwar in **vollständig gelöster Form,** mit **vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung** der **benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten** etc., so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine grössere Anzahl der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten** Mathematik — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ordn., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen** aller Arten, **gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten** aller Arten als z. B. für das **Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine kräftige Stütze für den Schul-Unterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teils** der mathematischen Disciplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten.** Lust, Liebe und Verständnis für den Schulunterricht wird dadurch erhalten und belebt werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und Fachgenossen aller Art, **Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapital lebendige** Kraft verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen geben.**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M., Fischerfeldstrasse 16, entgegen, und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart. **Die Verlagshandlung.**

1. 12 Uhr.
2. 1 „ $5\frac{5}{11}$ Minuten.
3. 2 „ $10\frac{10}{11}$ „
4. 3 „ $16\frac{4}{11}$ „
5. 4 „ $21\frac{9}{11}$ „
6. 5 „ $27\frac{3}{11}$ „
7. 6 „ $32\frac{8}{11}$ „
8. 7 „ $38\frac{2}{11}$ „
9. 8 „ $43\frac{7}{11}$ „
10. 9 „ $49\frac{1}{11}$ „
11. 10 „ $54\frac{6}{11}$ „

Es ist nun zu beantworten, wieviel Stunden er braucht, um $\frac{12}{12}$ mehr als der kleine zurückzulegen; denn hat er dies gethan, so müssen beide wieder über einander stehen.

$$\left.\begin{array}{lll}\text{In 1 Stunde} & \frac{11}{12} \\ \text{„} \quad x & \frac{12}{12}\end{array}\right\} x = 1\frac{1}{11} \text{ Stunden.}$$

Der Minutenzeiger wird also nach $1\frac{1}{11}$ Stunde oder 1 Stunde $5\frac{5}{11}$ Minuten nach 12 Uhr, also um 1 Uhr $5\frac{5}{11}$ Minuten den Stundenzeiger wieder eingeholt haben und gerade über ihm stehen.

Da dieses Uebereinanderstehen beider Zeiger alle $1\frac{1}{11}$ Stunden wiederkehrt, so kommt dies in 12 Stunden

$$\frac{12}{1\frac{1}{11}} \text{ mal} = \frac{12 \cdot 11}{12} \text{ mal} = 11 \text{ mal vor.}$$

(Siehe Erkl. 325.)

b) Ungelöste Aufgaben.

Aufgabe 1233. Die Orte A und B sind $38\frac{3}{4}$ km entfernt. Von beiden Orten fährt gleichzeitig ein Eisenbahnzug weg. Der von A fährt in 1 Minute $\frac{3}{4}$ km, der von B in 1 Minute $\frac{4}{5}$ km. a) Nach wieviel Minuten treffen sie sich? b) Welchen Weg hat jeder Zug zurückgelegt?

Aufgabe 1234. 2 Züge fahren einander entgegen. Der von A aus braucht zu 1 km $1\frac{2}{3}$ Minuten, der von B aus $1\frac{1}{4}$ Minuten. Sie haben 630 km zurückzulegen. a) Wann treffen sie sich? b) Welchen Weg hat jeder zurückgelegt?

Aufgabe 1235. Zwei Dampfbote fahren mittags 12 Uhr 15 Minuten von 2 Orten, die dem Flusslaufe nach gerechnet 32,4 km weit entfernt sind, auf einander zu. Das stromabwärts fahrende legt in 30 Minuten 6,3 km zurück, während das stromaufwärts fahrende dazu 42 Minuten braucht. Wann und wo treffen sie sich?

Aufgabe 1236. Von 2 an einem Flusse gelegenen Orten M und N fahren gleichzeitig Schiffe ab. Das stromaufwärts fahrende legt in 5 Minuten 1 km 50 m zurück, das stromabwärts fahrende in 8 Minuten 2 km 160 m. Sie treffen einander nach $1\frac{1}{2}$ Stunden. Wie gross ist der Stromlauf zwischen M und N?

Aufgabe 1237. Aus A marschiert nach B ein Regiment und macht täglich 32 km, aus B marschiert 3 Tage später ein anderes auf A los und macht täglich 27 km. Beide Orte sind 450 km entfernt. Nach wieviel Tagen treffen sie sich vom Ausmarsche des ersten an gerechnet?

Aufgabe 1238. Zwei Punkte P und R sind 38 km von einander entfernt und bewegen sich auf einander los, so zwar, dass R die Bewegung mit einer Geschwindigkeit von 4 km in der Minute früher beginnt. Sie treffen auf einander 4 Minuten nach dem Abgange des Punktes P, welcher in 6 Sekunden 500 m zurücklegt. a) Wieviel Minuten nach dem Abgange des Punktes R treffen sie auf einander? a) Wieviel Kilometer legt jeder bis dahin zurück?

Aufgabe 1239. M und N wohnen 324 km von einander entfernt, sie treffen einander bei gleichzeitiger Abreise nach 6 Tagen. M reist täglich 6 km mehr. Wieviel Kilometer legt jeder a) täglich, b) im ganzen zurück?

Aufgabe 1240. B und Z reisen einander entgegen und treffen bei gleichzeitiger Abreise 60 Meilen vom Wohnorte des B zusammen. Sie legen täglich zusammen 15 Meilen zurück, und zwar macht B täglich 3 Meilen mehr als Z. a) Wieviel Meilen macht jeder täglich? b) Wieviel Tage reist jeder? c) Wieviel Meilen beträgt die ganze Entfernung?

Aufgabe 1241. Die Punkte A und B treffen einander 144 km vom Ausgangspunkte des A, der in 1 Sekunde $1\frac{3}{5}$ des Weges vom Punkte B zurücklegt. Ihre Annäherung beträgt in 1 Sekunde $93\frac{3}{5}$ km. a) Wieviel Kilometer legt jeder Punkt im ganzen zurück? b) Wie lange dauert die Bewegung jedes Punktes?

Aufgabe 1242. A und B reisen einander entgegen und treffen bei gleichzeitiger Abreise 12 Meilen vom Wohnorte des B zusammen. A reist täglich das $1\frac{1}{2}$-fache der Meilen des B. Sie nähern sich täglich um 10 Meilen. a) Wieviel Meilen reist jeder im ganzen? b) Wie gross war ihre Entfernung? c) Wieviel Tage reist jeder?

Aufgabe 1243. Zwei Eisenbahnzüge treffen einander nach 8 Stunden. Der erste legt $\frac{3}{5}$ des ganzen Weges zurück und macht stündlich 10 km mehr als der zweite. a) Wieviel Kilometer macht jeder stündlich? b) Wie gross war anfangs ihre Entfernung? c) Wieviel Kilometer vom ganzen Wege hat jeder zurückgelegt?

Aufgabe 1244. A und B wohnen 373 km von einander entfernt. A geht täglich 21 km, B 23 km. B marschiert 2 Tage nach der Abreise des A fort. A macht unterwegs 1 Tag Rast. a) Nach wieviel Tagen treffen sie sich? b) Welchen Weg hat jeder zurückgelegt?

Aufgabe 1245. Einem Boten, der vor 10 Tagen von einem Orte weggegangen war, wird aus demselben Orte und auf demselben Wege ein anderer Bote nachgesendet. Wenn nun der erste täglich 4, der andere täglich 9 Meilen zurücklegt, nach wieviel Tagen wird der zweite den ersten einholen?

Aufgabe 1246. Ein Eilbote macht alle 5 Stunden 7 Meilen. 8 Stunden nach seinem Abgange wird ein anderer nachgeschickt, der alle 3 Stunden 5 Meilen macht. Wann holt er ihn ein?

Aufgabe 1247. Ein Eilbote macht alle 5 Stunden 7 Meilen. Ein anderer, der alle 3 Stunden 5 Meilen zurücklegt, wird 8 Stunden später aus einem 8 Meilen rückwärts gelegenen Orte nachgesendet. Wann holt dieser den ersten ein?

Aufgabe 1248. Ein feindliches Korps ist vor 2 Tagen von einem Orte aufgebrochen und legt täglich $4\frac{1}{2}$ Meilen zurück. Man will ihm von demselben Orte aus nachsetzen und es in 6 Tagen einholen. Wieviel Meilen müssen täglich gemacht werden?

Aufgabe 1249. Ein Eilzug von 53 m Länge, der in 5 Minuten 5 km 550 m zurücklegt, fährt an einem stillstehenden Zuge von 95 m Länge vorbei. Wieviel Zeit vergeht von dem Augenblicke, an dem die Lokomotive des Eilzuges mit dem anderen Zuge zusammentrifft, bis zu dem, in welchem der letzte Wagen des Eilzuges an dem anderen gerade vorüber ist?

Aufgabe 1250. Ein Eilzug von 45 m Länge und 13,2 m Geschwindigkeit fährt an einem in gleicher Richtung fahrenden Güterzuge von 87 m Länge und 7,2 m Geschwindigkeit vorüber. Wie lange dauert die Begegnung?

Anmerkung 63. Weitere Aufgaben über gleichmässig fortschreitende Bewegung, sowie über Füllen und Leeren von Gefässen findet man in Kleyers Lehrbuch der Gleichungen 1. Grades mit einer Unbekannten.

F. Ergebnisse der nicht gelösten Aufgaben.

14. a) 12, b) 18, c) 24, d) 48, e) 60, f) 84, g) 144 ₰.
15. a) 15, b) 60, c) 105, d) 290, e) 720, f) 465, g) 1285 m.
16. a) 19,25; b) 23,10; c) 30,80; d) 34,65; e) 26,95; f) 11,55; g) 38,50 ℳ.
17. a) 192, b) 300, c) 72, d) 432, e) 90, f) 720, g) 360 ₰.
18. a) 10,50; b) 7,50; c) 37,50; d) 150; e) 18; f) 72 ℳ.
19. a) 8, b) 18, c) 75, d) 30, e) 372, f) 190 ℳ.
20. a) 1, b) 3, c) 6, d) 10, e) 15 ℳ.
21. a) 12, b) 52, c) 65, d) 420, e) 225 ℳ.
22. 1885 61 ℳ, 1886 60 ℳ, 1887 59 ℳ, 1890 71 ℳ.
23. a) 22, b) 83, c) 170, d) 230, e) 165 ℳ.
24. a) 320 l; b) 16,40; c) 20; d) 60; e) 160 hl.
25. a) 12, b) 8, c) 6, d) 4, e) 2 Tage.
26. a) 100, b) 320, c) 400, d) 1000, e) 5000 Gulden.
27. a) 17,20; b) 43; c) 10,75; d) 64,50; e) 107,50 Silberrubel.
28. B 40, C 30, D 12, E 6 Tage.
29. a) 14, b) 21, c) 7 Tage.
30. 86 ℳ der Meister. 55 ℳ der Geselle, 35 ℳ der Handlanger, 176 ℳ zusammen.
31. a) 9, b) 6, c) 4, d) 3, e) $\frac{1}{2}$ Stunde.
32. a) 12, b) 6, c) 4, d) 24 Gespanne.
33. a) 12, b) 6, c) 2, d) 3, e) 4 Stück.
34. a) 870 m; b) 52,200 km; c) 156.600 km.
35. a) 900, b) 990, c) 90 ℳ.
36. 1344 fs. + 1050 fs. = 2394 fs.
37. a) 28, b) 21, c) 18, d) 84 m.
38. 1,50 ℳ.
39. 325 000 kg Zucker, 95 000 kg Tabak, 113 500 kg Kaffee, 2500 kg Thee.
51. 7 ₰.
52. 5 ₰.
53. 128 Tage.
54. a) $5\frac{1}{2}$, b) 55, c) 66 ₰.
55. a) 1,24 fs.; b) 0,58 fl.; c) 0,34 Rubel.
56. 72 Tage.
57. a) 460, b) 920, c) 1380. d) 1610, e) 1840, f) 2070 Tage.
58. 36,5 l. Soviel Hektoliter 1 ha bringt, soviel Liter bringt 1 a.
59. 2,78 ℳ. Soviel Mark 1 kg kostet, soviel {Tausendel Mark / Zehntel Pfennige} kostet 1 g.
60. 1,16 ℳ. Soviel Mark 1 t kostet, soviel {Tausendel Mark / Zehntel Pfennige} kostet 1 kg.
61. 1885 15,2 ₰; 1886 15,8 ₰; 1887 16 ₰; 1888 18,4 ₰; 1889 18,8 ₰; 1890 19,4 ₰. Soviel Mark 1 Doppelzentner kostet. soviel Pfennige kostet 1 kg.
62. 85 ₰.
63. 1 fl. h. = 1,68 ℳ; 1 fs. = 80 ₰; 1 fl. = 1,74 ℳ; 1 Dollar = 4,20 ℳ; 1 Pfund Sterling = 20,40 ℳ.
64. a) 224, b) 56, c) 28 Tage.
65. a) 80; b) 57 ₰; c) 3,50 ℳ.
66. a) 4,25 ℳ; b) 70 ₰; c) 90 ₰; d) 8,75 ℳ.
67. a) 3,40; b) 10,20 ℳ.

68. a) 240, b) 300, c) 96, d) 360 Stück.
69. 4890 Stück.
70. 300 m.
71. 5 ₰.
72. 1,45 ℳ
73. $2\frac{1}{2}$ ₰.
74. a) 2400, b) 1200, c) 800 ℳ
75. 22 Stunden 30 Minuten.
76. a) 2000, b) 3125, c) 4250, d) 1375, e) 3500, f) 1625, g) 4750, h) 2875 Tage.
77. a) 50 Zeichen,
b) 5000 Tage = $13\frac{8}{9}$ Jahre = 13 Jahre 10 Monate 20 Tage.

85. a) 4,30; b) 1,29; c) 3,44 ℳ
86. a) 6,75; b) 9; c) 20,25; d) 38,25 ℳ
87. a) 300 g; b) 1 kg; c) 2,500 kg;
d) 1,100 kg; e) $6\frac{1}{4}$ g; f) $31\frac{1}{4}$ g.
88. 41 Bogen.
89. 14 Minuten.
90. 478 Abgeordnete.
91. a) 28; b) 344; c) 59,96 ℳ; d) 80 ₰; e) 240 ₰; f) 80; g) 35,15; h) 720,75; i) 1,25 fs.
92. 14,10 ℳ
93. 19 Stufen.
94. 21 200 ℳ
95. a) 550, b) 165, c) 715 ℳ
96. a) 112, b) 56, c) 48.
97. 57,30 ℳ Zinsen.
98. Nach 6 Tagen.
99. 27 kg Tara.
100. 1450 ℳ
101. 2530 ℳ
102. $1\frac{1}{3}$ fl.
103. 6 Zentner Schwefel,
$6\frac{1}{2}$ Zentner Kohle,
$37\frac{1}{2}$ Zentner Salpeter.
104. 13 Tage.
105. a) 2; b) 1,5; c) 2,5; d) 3,5; e) 10 kg.
106. 15 Flaschen.
107. 5 m.
108. a) 757,5 km; b) 15150 Bretter.
109. A 65,12; B 56,24; C 32,56 ℳ

116. a) 45; b) 18; c) 9; d) 1,80; e) 7,20 ℳ
117. a) 144, b) 96, c) 72, d) 48, e) 36, f) 6 ℳ
118. a) 15, b) 20, c) 10, d) 30, e) 60 Tage.
119. 112,50 ℳ
120. a) 72, b) 54, c) 144, d) 36 Reihen.
121. 32 hl 50 l.
122. 66 Arbeiter.
123. 35 ₰.
124. a) 13,600; b) 2,720; c) 8,160; d) 5,100; e) 1,360; f) 122,400 kg.
125. 450 Umdrehungen.
126. a) 9,36; b) 46,80; c) 11,70; d) 2,34 ℳ
127. a) 100 000, b) 50 000 Wörter.
128. a) 30; b) 97,50; c) 195; d) 15 ℳ
129. a) 18,90; b) 2,43; c) 3,78; d) 6,30: e) 9,45; f) 0,30 ℳ
130. 144 Fässer.
131. a) 4 ℳ, b) 80 ₰, c) 2 ℳ, d) 5 ℳ
132. a) 250, b) $166\frac{2}{3}$, c) $55\frac{5}{9}$, d) $83\frac{1}{3}$,
e) $111\frac{1}{9}$, f) $2\frac{7}{9}$, g) 25 g.
133. a) 100 Tage, b) 19 ₰.
134. 10 ℳ
135. a) 1 kg, b) $55\frac{1}{3}$, c) $166\frac{2}{3}$, d) $333\frac{1}{3}$ g,
e) $2\frac{1}{2}$ kg, f) 10 kg, g) 30 kg.
136. 9 ℳ
137. 105 kg.
138. a) 21, b) 14, c) 12 Glieder.
139. a) 15, b) $13\frac{1}{3}$ Minuten, c) 1 Stunde.

148. a) 205, b) 246 ℳ
149. a) 125, b) 150, c) $71\frac{3}{7}$ kg.
150. a) 60; b) 19,20 ℳ
151. a) 60, b) 192, c) 240, d) 12 Tage.
152. 4 Stunden.
153. a) 880 g, 132 ₰; b) 1760 g, 264 ₰; c) 2640 g, 396 ₰.
154. a) 15, b) 12 Sprossen.
155. 72 ℳ
156. 12 m.
157. $22\frac{4}{5}$ ℔.
158. a) 324, b) 189, c) 243 ℳ
159. Täglich $\frac{2}{3}$ Stück weniger, im Monat 20 Stück weniger.
160. a) 44, b) 99, c) 88, d) $49\frac{1}{2}$ km.
161. 21 600 ℳ
162. 24,75 ℳ
163. a) 1000, b) 1750, c) $2083\frac{1}{3}$, d) $4166\frac{2}{3}$,
e) $8333\frac{1}{3}$ g.

164. a) $53\frac{1}{3}$, b) 100, c) $333\frac{1}{3}$, d) 140, e) 220 g.
165. a) 18, b) 69, c) 198, d) 150, e) 300 Stück.
166. 10,2 qm.
167. a) 70 ₰; b) 3,78 ℳ; c) 5,67 ℳ
168. 66 Arbeiter.
169. 196 kg.
170. 35 Schock.
171. 22 Tage.

180. a) 630 g; b) 1,470 kg; c) 2,100 kg; d) 210 g.
181. 2 ℳ
182. a) 81,60; b) 163,20; c) 20,40; d) 204 ℳ
183. 9 m.
184. 6,15 ℳ
185. 385 ℳ
186. 26 Maurer.
187. 13 ℳ
188. 2,94 ℳ
189. 48 Tage.
190. 2114 m.
191. 2100 ℳ
192. a) 9,35; b) 13,75; c) 6,05; d) 68,75 ℳ
193. $87\frac{1}{2}$ km.
194. 12,46 ℳ
195. 36,40 ℳ
196. a) $9\frac{1}{6}$, b) $7\frac{6}{7}$, c) $4\frac{7}{12}$ m.
197. a) $111\frac{1}{9}$, b) $22\frac{2}{9}$, c) $122\frac{2}{9}$, d) $277\frac{7}{9}$ g.
198. Kaiserauszug 7,77; No. 0 5,55; No. I 5,92; No. II 5,18 ℳ
199. 539 fs.
200. a) $12\frac{28}{31}$, b) $32\frac{8}{31}$, c) $45\frac{5}{31}$, d) $64\frac{16}{31}$, e) $645\frac{5}{31}$.
201. $31\frac{1}{2}$ Tag.
202. A 56,40 ℳ; B 70,50 ℳ
203. 10,80 ℳ

217. 49800 ℳ
218. 72 ₰.
219. 28 ℳ
220. 4150 ℳ
221. 409,02 ℳ
222. 19,12 ℳ
223. 53,33 ℳ
224. 1189 g.
225. 35,75 ℳ
226. 37,40 ℳ
227. 24,50 ℳ
228. 1396 Personen.
229. 104 Kreuzer.
230. 501,56 fl.

239. 17.
240. 3456,40 ℳ
241. a) 1228 g; b) 3684 g; c) 122,8 kg.
242. a) 418,5; b) 1395; c) 13950 Stück.
243. $23\frac{1}{2}$ Tage.
244. $61\frac{1}{2}$ Minuten.
245. 4 Pferde.
246. a) $2\frac{3}{4}$ kg, $2\frac{3}{4}$ l, 55 g; b) $3\frac{3}{4}$ kg, $3\frac{3}{4}$ l, 75 g; c) $7\frac{3}{4}$ kg, $7\frac{3}{4}$ l, 155 g.
247. 279 ℳ
248. 111 Stunden.
249. 400000 qm.
250. 80 Flaschen.
251. a) 9, 13; b) $13\frac{1}{2}$, $19\frac{1}{2}$; c) $6\frac{3}{4}$, $9\frac{3}{4}$; d) 27, 39 m.
252. $93\frac{3}{4}$ ℳ
253. $3\frac{1}{2}$ ℔.
254. $44\frac{4}{5}$ fl.
255. 26 Bäume.

264. $2\frac{7}{9}$ g.
265. 2,8 ₰.
266. 224 Stück.
267. 4,32 ℳ
268. $1\frac{4}{7}$.
269. 37 ₰.
270. 4,10 ℳ
271. 22 Tage.
272. a) $\frac{9}{10}$, b) $1\frac{1}{2}$, c) $\frac{1}{2}$.
273. 9 ₰.
274. a) 12250; b) 6125; c) und d) 3062,50 ℳ
275. 2292 Einwohner.
276. 2000 Schritte.

277. a) $36\frac{2}{5}$, b) $18\frac{1}{5}$ ℳ.
278. $16\frac{4}{5}$ m.

285. a) 20, b) 80, c) $9\frac{3}{5}$, d) $21\frac{3}{5}$.
286. $115\frac{1}{5}$ ℳ.
287. a) $21\frac{1}{2}$, b) $5\frac{3}{8}$, c) $15\frac{1}{20}$, d) 41,93 ℳ.
288. 3 Jahre.
289. 14 ₰.
290. a) $\frac{3}{7}$, b) $\frac{10}{21}$, c) $1\frac{3}{7}$, d) $2\frac{2}{21}$.
291. a) 75, b) $381\frac{1}{4}$ ℳ.
292. 88 Stück.
293. $\frac{7}{10}$ ℳ.
294. $13\frac{1}{2}$ m.
295. $18\frac{3}{4}$ ℳ.
296. a) 48, b) 90, c) 60, d) 96 Tage.
297. 36,30 ℳ.
298. 13,52 ℳ.

305. a) 15, b) 81, c) 32.
306. 2250 ℳ.
307. 352 g.
308. 22 l.
309. $31\frac{2}{3}$ m.
310. a) 126, b) 270, c) 450, d) 666.
311. a) 795, b) 530.
312. 108 Bäume.
313. a) $\frac{1}{3}$, b) $\frac{5}{12}$, c) $\frac{3}{4}$, d) $\frac{7}{8}$.
314. 225 Personen.
315. 4 cbm.
316. 2 Röhren.
317. a) 2, b) 22, c) 50 g.
318. $25\frac{1}{5}$ ℳ.

337. a) 18, b) 9, c) 6, d) 2.
338. $376\frac{3}{4}$ ℳ.
339. 240 ℳ.
340. 8 mal.
341. a) $\frac{12}{17}$, b) $\frac{8}{17}$, c) $1\frac{3}{17}$, d) $\frac{4}{17}$.
342. a) $52\frac{1}{2}$, b) 45, c) 35 m.
343. B $618\frac{3}{4}$, C $137\frac{1}{2}$ ℳ.
344. $62\frac{1}{2}$ ℳ.
345. 84 ₰.
346. $2\frac{3}{4}$ ℳ.
347. 640 Bogen.
348. $28\frac{1}{8}$ m.
349. a) $4\frac{8}{9}$, b) $3\frac{1}{18}$, c) $2\frac{4}{9}$.
350. 975 ℳ.
351. $6\frac{1}{4}$.
352. $85\frac{3}{25}$ ℳ.
353. 480 Zähne.
354. 5100 ℳ.
355. $6\frac{1}{2}$ ℳ.
356. a) 24 Personen, b) 32 Männer.
357. $4\frac{4}{5}$ ℳ.
358. $4\frac{1}{2}$ ℳ.
359. $15\frac{3}{5}$.
360. $18\frac{3}{4}$ m.
361. 1,20 ℳ.
362. (76 — 57 = 19) Arbeiter.
363. $\frac{3}{4}$ ℔.
364. $11\frac{1}{3}$.
365. $\frac{8}{25}$ hl.
366. 245 Stangen.
367. a) $3166\frac{2}{3}$ mg, b) $33\frac{1}{3}$ mg, c) $3\frac{1}{3}$ g.
368. 6 Kirschbäume.
369. $11\frac{3}{5}$ fs.
370. 42 Rollen.
371. $\frac{4}{7}$.
372. $6\frac{2}{5}$ ℳ.
373. 5 Wochen.

374. 765 Personen.
375. $9\frac{1}{3}$.
376. 5.
377. $1\frac{8}{9}$.
378. a) 24, b) 30, c) 16, d) 15 l.
379. $4\frac{1}{5}$ m.
380. 168 km.
403. 124,44 ℳ
404. 329,12 fl. ö.
405. 724,87 fs.
406. 329,13 £.
407. 387 £ 16 s. 10 d.
408. 92 500 ℳ
409. 2655,40 ℳ
410. 789,48 fs.
411. 330,22 ℳ
412. 5400 £.
413. 16 030,80 ℳ
414. 181,24 ℳ
415. 32 681,54 fs.
416. 6,96 fl. ö.
417. 30 753,78 fl. h.
418. 3309,06 Rb.
419. 129 368 Piaster.
420. 5400 Rb.
421. 2865 £ = 57 300 s.
422. 3160,08 Pesetas.
423. 1140,09 Kronen.
424. 82,82 $.
425. 501 402 Piaster.
426. 368,28 fl. h.
427. 1797,12 fl. ö.
428. 4102,56 Rb.
429. 59 £ 10 sh. = 1190 s.
430. 548,10 ℳ
431. 625 684,56 ℳ
432. 668 635,94 fs.
433. 152,47 ℳ
434. 5588,62 ℳ
435. 315,63 ℳ
436. 248,84 ℳ
437. 466,20 fl. h.
438. 159,86 fs.
439. 3683,53 £.
440. 215 944,30 fs.
441. 5676,67 ℳ
442. 374,53 fl.
443. 1323 ℳ
444. 99 ℳ
445. 19,92 ℳ
446. 1855,35 ℳ
447. 14 937,36 ℳ
448. 2216,98 fs.
449. 7009,40 fs.
450. 7620 fl. ö.
451. 1148,7 Rb.
452. 82,575 $.
453. $1795\frac{1}{2}$ £.
454. 974,73 ℳ
455. 93 fs.
456. $492\frac{3}{4}$ fl. ö.
457. $172\frac{4}{5}$ fl. h.
458. $2244\frac{3}{8}$ ℳ
459. $435\frac{15}{16}$ ℳ
460. 188,4 Rb.
461. $280\frac{4}{5}$ fs.
462. 129 £ $13\frac{1}{2}$ s.
463. 711 ℳ
464. $32\frac{5}{16}$ s. = £ 1. 12. $3\frac{3}{4}$.
465. $106\frac{25}{96}$ ℳ = 106,26 ℳ
466. 25,84 ℳ
467. £ 12. 5. 5,5.
468. 537,57 ℳ
469. 4625,60 Rb.
470. 5635,28 fs.
471. 96,32 fl. h.
472. 2616,13 fl. ö.
473. 5128,50 ℳ
474. 64 192,20 ℳ
475. 2888,34 ℳ
476. 127,98 £.
477. 1384,5 s. = 69 £ 4 s. 6 d.
478. 68,25 £ = 68 £ 5 s.
479. 16 065,50 Rb.
480. 762,12 ℳ
481. 1960 ℳ
482. 274,68 fl. ö.
483. 1970,50 ℳ
484. 534,87 Rb.
485. £ 29. 5. —.
486. 344,65 ℳ
487. 237,44 ℳ

488. 1711,10 ℳ
489. 1025,31 fs.
490. 1631 ℳ
491. 88,32 fl. ö.
492. 803,55 ℳ
493. 32 444,94 fs.
494. 3603,15 ℳ
495. 36 281,25 ℳ
496. 1711,50 ℳ
497. £ 647. 17. 6.
498. 243,81 ℳ
499. 374,67 fs.
500. 8515,75 ℳ
501. 2687,37 fl. h.
502. £ 1733. —. 5.
503. 245,25 $.
504. 1488,44 fl. h.
505. 4164,40 Rb.
506. 764,70 Rb.
507. 780,57 Peset.
508. £ 1024. 17. 3.
509. £ 77. 11. 9.
510. £ 316. 19. 6,7.
511. £ 326. 11. 5.
512. £ 814. 8. 8.
513. 5146 m.
514. 23 436 Schwingungen.
515. Rindfleisch hat 205,14 g Nahrungsstoff, Schweinefleisch 209,202 g; also ist das letztere billiger.
516. 176 Tage.
517. $98\frac{8}{9}$ Düten.
518. 3 Tage 17 Stunden 2 Minuten 40 Sekunden.
519. a) 18 855 200 qm.
b) 145,04 m.
520. a) 75 Hohöfen.
b) 7500 Arbeiter.
521. 18,50 ℳ
522. 218 ℳ

535. 7,32 ℳ
536. 5,40 ℳ
537. 9,60 ℳ
538. 101 ℳ
539. 2,71 ℳ
540. 3,08 fs.
541. 99 ₰.
542. 11 xr.
543. 82,58 Rb.
544. 1,75 ℳ
545. 456 g.
546. 1,70 ℳ
547. 20,40 ℳ
548. 3,75 m.
549. 2,073 kg.
550. 12,50 ℳ
551. 0,96 fl. h.
552. 0,82 Kronen.
553. 3,45 $.
554. 4,43 £.
555. 77 ₰.
556. 3,46 fs.
557. 19,98 ℳ
558. £ 3. 13. 7.
559. 73,50 ℳ
560. $1\frac{3}{5}$ ℳ
561. $14\frac{1}{5}$ fl.
562. 157,50 ℳ
563. 3,73 ℳ
564. 19,5 Rb.
565. 56 s.
566. $4\frac{4}{5}$ fs.
567. 11,16 ℳ
568. $11\frac{3}{5}$ £.
569. 22,15 Rb.
570. 16 s.
571. 1 s. 3 d.
572. 7 s. 7 d.
573. 8 s. 6 d.
574. 5,5 d.
575. 4 £.
576. £ 3. 17. 8.
577. £ 4. 13. 6.
578. £ 1. 2. 6.
579. £ 37. 18. 6.
580. 42 ₰.
581. 51,60 ℳ
582. 1,80 ℳ
583. 20,05 Rb.
584. 20,49 ℳ
585. 862,42 Rb.
586. 392,65 Rb.
587. £ 3. 10. 6.
588. £ 18. —. 7.
589. £ 2. 9. 8.
590. 26,75 ℳ
591. 9 Personen.
592. 5,16 m.
593. $81\frac{1}{4}$ ₰.

594. 177 Bäume.
595. 588,07 mal.
596. $303\frac{3}{5}$ m.
597. 41 885,65 Meilen.
598. 95 ℳ
599. 1,52 ℳ
600. 125,55 Stück.

616. 184,19 ℳ
617. 243,75 ℳ
618. 786,68 ℳ
619. 2668,47 ℳ
620. 70,56 ℳ
621. 115,61 ℳ
622. 1949,25 ℳ
623. 229,08 ℳ
624. 3547,56 ℳ
625. 494,33 ℳ
626. 9486,26 ℳ
627. 117,86 ℳ
628. 378,14 ℳ
629. 197,17 fl. h.
630. 960,35 fl. ö.
631. 1775,63 Rb.
632. 583,48 Rb.
633. 88,50 £.
634. £ 136. 11. 8.
635. 4110,13 ℳ
636. 660,83 ℳ
637. 214,09 ℳ
638. £ 83. 9. 7,6.
639. 1489,20 ℳ
640. 87,09 ℳ
641. 8,80 ℳ
642. 742,56 ℳ
643. 3,84 ℳ
644. 31,22 ℳ
645. 219,13 ℳ
646. 207,17 ℳ
647. (9,24 + 28 + 30 + 22,50 + 15 + 33,60) ℳ = 138,34 ℳ
648. (4,31 + 7,44 + 3,50 + 7,15 + 10,87 + 4,79 + 7,80 + 4) ℳ = 49,86 ℳ
649. (87,50 + 64 + 22,75 + 30,78 + 11,25 + 92,50 + 95,75 + 35 + 62,90 + 8,13) ℳ = 510.56 ℳ
650. (375 + 156,25 + 182,75 + 123,50 + 470 + 204) ℳ = 1511,50 ℳ
651. (18,45 + 8,19 + 39 + 20,25 + 40,95 + 22,05 + 6,75 + 38,63 + 2,25) ℳ = 196,52 ℳ
652. (90 + 76,50 + 88,20 + 59,20 + 95,20 + 23,75 + 218,25 + 25,80 + 21 + 66) ℳ = 763,90 ℳ
653. Um 10 000 Mann.
654. A 119,84 ℳ; B 179,76 ℳ; C 299,60 ℳ
655. 30 ₰.
656. 9 Meilen.
657. 4287,50 ℳ
658. A 33,08 ℳ; B 49,61 ℳ; C 66,15 ℳ
659. 143 220 m.
660. a) 141 l Weingeist, 94 l Wasser;
b) 57 l Weingeist, 19 l Wasser;
c) 629 l Weingeist, 111 l Wasser.
661. A 507 ℳ; B 721,50 ℳ
662. $35\frac{3}{4}$ Wochen.
663. Zu Fusse 1 Stunde 48 Minuten; mit dem Rade 1 Stunde $52\frac{1}{2}$ Minuten. Er kommt zu Fusse $4\frac{1}{2}$ Minuten eher.
664. 670,588 m.
665. 1,76 ℳ
666. 1. Person 81,25 ℳ; 2. Person 65 ℳ
667. a) 2 091 665, b) 639 527, c) 155 481, d) 38 137 Köpfe.
669. a) 3900 kg, b) 1923 kg.
670. 84,32 ℳ
671. 69 cm.
672. 5,888 km weit.
674. a) 2642, b) 2202 Bäume.
675. 10 m.
676. 463 g.
677. 1 494 000 Köpfe.
678. In 23 Wochen.
679. 120,30 fs. = 96,24 ℳ Kosten des Weines. Er erhält 3,76 ℳ = 4,70 fs.
680. 174,47 ℳ
681. 55 Wochen 2 Tage.
682. a) 157,17; b) 213,19 ℳ
683. 224 540 ℳ
684. 6 ℳ
685. $5\frac{1}{2}$ kg.
686. 16 kg.
688. 15 Stück.
689. a) 3,920 kg; b) 3,760 kg.
690. In $4\frac{7}{12}$ Jahren.
691. 9860 Stück.
692. $1576\frac{4}{25}$ ℳ

693. $16\frac{1}{2}$ Zentner.

694. a) $4\frac{1}{3}$ Monat; b) $3\frac{1}{10}$ l, c) 120,90 hl; d) 816,07 ℳ.

695. a) $49\frac{1}{2}$, b) $145\frac{1}{5}$ m.

696. 209,66 ℳ für 1855,39 kg.

703. a) 157,335; b) 139,85; c) 87,41 l.

704. a) 184,59; b) 158,22; c) 114,27 ℳ.

705. 35 Tage.

706. 300 Mann.

707. 1603 m.

708. a) 600, b) 19 100, c) 5900 fs.

709. a) 12,765; b) 18,055; c) 47,380 km.

710. 31 900 Zentner.

711. a) 3 Stunden 45 Minuten, b) 6 Stunden 15 Minuten, c) 5 Stunden.

712. $113\frac{1}{3}$ Raummeter.

713. 64 350 ℳ.

714. a) 171 Cwt. 98 ℔; b) 112 Cwt. 56 ℔; c) 95 Ztr. 25 ℔; d) 111 Ztr. $12\frac{1}{2}$ ℔.

736. 1248 ℳ

737. 108 m.

738. 5 Tage.

739. 180 Arbeiter.

740. a) 1617 m, b) 7 Stühle, c) 10 Stunden.

741. a) 7 Arbeiter; b) 4 Tage; c) $10\frac{3}{4}$ Stunden; d) 406,35 cbm.

742. a) 148,75 ℳ; b) 443,70 ℳ

743. a) 375, b) 525 Achtpfundbrote.

744. a) 250, b) $240\frac{5}{8}$ hl.

745. a) 104,50; b) 1311 ℳ.

746. a) $11\frac{1}{2}$; b) $18\frac{1}{3}$ Stunden.

747. a) 5 Stunden 50 Minuten; b) 2 Stunden 55 Minuten.

748. a) 8,1; b) 9 mm.

749. 600 Stück.

750. 30 Arbeiter.

751. a) 96 Arbeiter, b) 525 ℳ.

752. 3200 Platten.

753. 3110,40 ℳ + 311,04 ℳ = 3421,44 ℳ

754. 76 930 Steine.

755. 254,80 ℳ

756. 900 ℳ

757. 1190,40 ℳ.

758. 300 Mann 63 Tage; 396 Mann in 15 Tagen je $2\frac{1}{2}$ kg.

759. 36 Mann 50 Tage; arbeiten 16 Tage, hätten noch 34 Tage zu arbeiten; 51 Mann arbeiten 2 Tage, hätten noch 22 Tage zu arbeiten; 68 Mann 15 Tage. Antwort: Der Bau wird 8 Tage später fertig.

771. 1,68 ℳ

772. $17\frac{3}{5}$ l.

773. 1909,57 m.

774. 11 858 km.

775. 3796,5 m.

776. 41,978 ℳ

777. 0,907136 ℔.

778. 12,35 fs.

779. 75 491,07 ℳ

780. 3,10 ℳ

781. 447,70 ℳ

782. 35,10 ℳ + 7,02 ℳ = 42,12 ℳ

783. 24 756,62 ℳ

784. 65,37 ℳ

785. Der russische Weizen 19,8 d; der amerik. 17 d; der indische 18,5 d.

786. 11 002,60 fs.

787. 114,27 ℳ

788. 86 198,281 kg.

789. 73,06 ℳ

790. $2\frac{1}{2}$ hl.

791. 199 500 Zentner.

792. 191,25 ℔ Heu.

793. a) 35 Wagenladungen; b) 3302,4 kg.

794. $24\frac{24}{49}$ l.

795. 103,09 ℳ

796. a) 201,233 kg Anthracit;
b) 366,742 kg Braunkohlen;
c) 251,077 kg Koks;
d) 544 kg Torf;
e) 582,857 kg Holz.

797. 175 kg Kaffee.

798. Sonne 186 231,2 Meilen.
Mond 469 Meilen.
Venus 1688 Meilen.
Jupiter 20 256 Meilen.
Saturn 16 573 Meilen.

799. Gold 19,09 kg;
Silber 10,4 kg;
Kupfer 8,9 kg.
Eisen 7,6 kg.

800. 160,30 ℳ — 125 ℳ = 35,30 ℳ

801. a) $2\frac{2}{9}$ kg, b) $1\frac{1}{9}$ kg, c) 52 ₰, d) 14 ₰, e) $3\frac{1}{3}$ kg, f) $\frac{1}{3}$ kg.

802. 38 Handlanger.

803. 19 ℳ

804. 120 Rohre.

805. 360 000 ccm.

806. a) 444 kg; b) 24,86 ℳ

807. a) 1000, b) 600, c) 2000 Stück.

808. 5,29 ℳ

809. 60 Fuhren.

810. $3\frac{3}{5}$ ℳ

811. 2 kg.

812. 30 ₰.

813. 245 Steine.

814. 434 ℳ

815. a) 28 890 ℳ; b) 56 496 Zentner; c) 88 133,76 ℳ; d) 59 243,76 ℳ; e) 18 832 Zentner.

816. a) 2,35 ℳ; b) 5 ℳ $37\frac{1}{7}$ ₰.

817. Aus A 183 ℳ; aus B 178,25 ℳ Antwort: Aus B.

818. a) 11 ℳ bezw. 37 ℳ, b) 132 ℳ bezw. 444 ℳ

819. $597\frac{1}{3}$ kg Rindfleisch, $533\frac{1}{3}$ kg Schweinefleisch.

820. 199,2 Stück.

821. 21,48 ℳ Gewinn. Einnahme 85,98 ℳ Ausgabe 64,5 ℳ

822. 89,208 kg kosten 32,56 ℳ

823. 1050 Stück.

824. 1550 Steine.

825. a) 84, b) 98, c) 91 Schichten.

826. a) 30 Arbeiter; b) Ausgabe 40 322,50 ℳ, Gewinn 677,50 ℳ; c) 9257,50 ℳ

827. 4375 Paar.

828. 6 Arbeiter.

829. 16 Schriftsetzer.

830. $91\frac{2}{3}$ Stück.

831. 12 Stunden.

832. 5,70 ℳ

833. 20 ₰.

834. Telegramme 4620, Briefe und Postkarten 259 600, Postsachen anderer Art 276 100.

835. $5\frac{1}{2}$ mal.

836. 1728 m.

837. 20 Wagen.

838. 24 544 000 ℳ

839. 1,08 ℳ

840. I. Klasse 14 ℳ; 21 ℳ II. Klasse 10,50 ℳ; 15.75 ℳ III. Klasse 7 ℳ; 10,50 ℳ IV. Kl. 3,50 ℳ

841. 20 km weit.

842. Bergfahrt 2,34 fs.; Thalfahrt 1,40 fs.

843. $5\frac{1}{2}$ Stunden.

844. 32 Worte.

845. 57 km.

846. $1\frac{3}{5}$ ℳ

847. a) 18,9; b) 17,7 Seemeilen.

848. $1378\frac{1}{2}$ Millionen Stück.

849. Preussen 23 681 km; Bayern 5234 km; Sachsen 2279 km.

850. 47 470 Tage oder rund 130 Jahre.

851. Indien 505 250; Ceylon 171 250; China 466 000 Doppelzentner.

852. Auf 6403 Einwohner.

853. Novelty 936″, Cyclop 1250″.

854. 37,243 km.

855. 1 443 480,83 fl. = 2 511 656,64 ℳ

856. 2 Stunden 10 Minuten.

857. a) 21,70; b) 85,25 ℳ

858. 561,60 ℳ

859. 2484 Stück = $41\frac{2}{5}$ Schock.

860. 375 km.

861. 280,17 fl. h.

862. 4,33 ℳ

863. 4000 Millionen Mark.

864. 43,60 ℳ

865. 4,125 ℳ

866. 396,5 m.

867. 16 ₰ — 11,9 ₰; um 4,1 ₰ in Weipert billiger.

868. 270,40 ℳ

869. $454\frac{1}{6}$ m.

870. 225 Arschin.

871. $\frac{7}{20}$ kg = 0,350 kg.

872. $\frac{451}{800}$ g = 564 mg.

873. 2,38 ℳ

874. $\frac{7}{4}$ Elle.

875. 7 fl. ö.

876. $1\frac{1}{8}$ deutsche Meilen.

877. 9330,376 km.

878. 1000,0857215 mm.

879. 757,8 mm.

880. 182,874 m.

881. 4646,416 m.

882. a) 13,50; b) 8,164; c) 61,23 m.

883. 4807,53 m.
884. a) 6453,27; 1886,92; 6679,75 ℳ; b) 15019,94 ℳ.
885. a) 208,58 ℳ; b) 195 fs.; c) 120,31 fs.
886. 179,938 km.
887. 4865,55 ℳ.
888. 9749,5 km.
889. Rund 137 m.
890. $8\frac{8}{9}$ schwedische Kronen.
891. 153 Pfeiler.
892. 2483660 fs. kostet 1 Pfeiler; 1263158 fs. kosten 100 m.
893. 5 — 754,50; 10 — 470,20; 20 — 315,50; 100 — 154,90; 300 — 115,50; 500 — 110,10 ℳ.
894. 300 Tage.
895. 49000 ℳ.
896. 18,76 m.
897. 60 Umdrehungen.
898. a) 1650 Umdrehungen, b) 7920 m.
899. 19920 Stück.
900. $88\frac{5}{7}$ Stunde.
901. a) 24 Umdrehungen 56 Sekunden, b) 144 Umdrehungen 336 Sekunden.
902. a) 234000, b) 156000, c) 39000. d) 6000 cbm.
903. 12600 Kugeln.
904. a) 560 Zentner, b) 1750 Zentner.
905. $20\frac{1}{4}$ m.
906. a) 175 kg, b) 231 kg.
907. 870 Stück.
908. a) 282,6 mm; b) 16,956 m; c) 1017,36 m; d) 24 km 416,64 m; e) 8912 km 73,60 m.
909. a) 30 m, b) 56 cm.
910. a) $29\frac{1}{6}$ Sekunden, b) 34 Umdrehungen.
911. I. Maschine 3 hl, II. Maschine 5 hl.
912. a) $112\frac{1}{2}$ Umdrehungen, b) kein Unterschied.
913. 18 Pferdekräfte.
914. 1909.
915. a) Grabarbeit 145614, Maurerarbeit 3494736, Zimmerarbeit 1383333, Schmiedearbeit 1019298 ℳ; b) 7280700 ℳ.
916. $28\frac{12}{25}$ Zentner.
917. a) 24; b) 17,28; c) 25,92 qmm.
918. 7200 cbm.
919. 9 Zähne.
920. 24 Umdrehungen.
921. $2\frac{1}{2}$ Pferdekräfte.
922. 35 Tage.
923. a) 4 m, b) 33 Umdrehungen.
924. 57750 l.
925. 52 mal.
926. a) 110 Mann, b) 30800 ℳ.
927. Handarbeit 15,60 ℳ; Maschinenarbeit 10,10 ℳ; 5,50 ℳ billiger.
928. 6-fache.
929. a) 3, b) $5\frac{1}{2}$, c) $10\frac{6}{13}$ kg.
930. a) 200 kg Körner, 300 kg Stroh; b) 300 kg und 450 kg; c) 400 kg und 600 kg; d) 600 kg und 900 kg.
931. a) 60,75 und 7,5 kg; b) 101,25 und 12,5 kg; c) 222,75 und 27,5 kg; d) 769,50 und 95 kg.
932. a) 84; b) 22,4 kg.
933. 12,8 kg.
934. 2 ha.
935. 90 hl.
936. a) $\frac{16}{25}$, b) $\frac{5}{9}$, c) $\frac{2}{5}$ kg.
937. a) 1, b) $\frac{17}{20}$, c) $1\frac{2}{5}$ ha.
938. a) $1\frac{4}{11}$, b) $1\frac{1}{2}$, c) $12\frac{1}{2}$ Tag.
939. a) 66, b) 90, c) $29\frac{1}{3}$ hl.
940. a) $2\frac{1}{2}$ Stunden, b) 4 Stunden 10 Minuten.
941. 4500 ℳ.
942. a) 73,59; 80,62; 60,11 ℳ; b) 1870 bis 1880.
943. a) 27,1; 24,1; 12,4; 12,1 Bushel; b) 11,54; 9,48; 13; 9,97 Dollars.
944. 8750 kg.
945. 1,50 ℳ.
946. Einnahmen 3840 ℳ; Ausgaben 2794 ℳ; Gewinn 1046 ℳ.
947. 939330 ℳ.
948. 18750 kg l. G. erfordern 180 qm.
949. a) $80\frac{10}{43}$ a, b) $182\frac{24}{43}$ a.
950. 482,90 ℳ.
951. 7391 Garben = 123 Schock 11 Stück.
952. a) $877\frac{7}{9}$ a, b) 2080 a.
953. 3,52 hl.
954. $14\frac{2}{3}$ Tage.

955. a) 108; b) 161,1 l.
956. a) 2516; b) 1850; c) 3,70 M.
957. 360 kg Hafer, 24 kg Erbsen, 168 kg Heu und Stroh.
958. (66 + 62,7) Zentner = 128,7 Zentner.
959. 9684 Infanterie-Offiziere, 1395 Kavallerie-Offiziere, 1736 Artillerie-Offiziere.
960. $27\frac{1}{2}$ g.
961. 1600 Kavallerie, 4500 Artillerie.
962. 25 Tage.
963. 350 Mann, also 200 Mann mehr.
964. a) 44. b) 110 m.
965. 7 Monate 6 Tage.
966. $40\frac{1}{2}$ kg Fleisch, 648 kg Kartoffeln, 135 kg Brot.
967. a) 7; 4,2; $2\frac{1}{3}$; b) $2\frac{1}{4}$; 1,35; $\frac{3}{4}$; c) 25; 15; $8\frac{1}{3}$; d) 24 Fuhren.
968. Fleisch: 12, Speck: 20, Reis: 24, Kart.: 2, Salz: 120, Kaffee: 200 Portionen.
969. $2\frac{3}{4}$ g.
970. Inf. $7\frac{1}{2}$, Kav. $9\frac{3}{8}$, Batt. $2\frac{1}{4}$, Wache $\frac{3}{8}$, Stab $\frac{3}{10}$ cbm.
971. Hafer $10\frac{10}{19}$, Heu 20, Stroh $14\frac{2}{7}$ Tage.
972. 11 Tage.
973. a) 8, b) $3\frac{1}{3}$ Minuten.
974. 550 Drehungen.
975. (976,5 + 168 + 120 + 180 + 60) M = 1504,5 M.
976. 32 ₰.
977. 31 Ztr. 36 ℔.
978. 16780 kg.
979. 75 Minuten.
980. $664\frac{9}{16}$ m.
981. 258600000 Stück.
982. Irland 28000, Schottland 3900 Mann.
983. Infanterie nach 138 Minuten 28 Sekunden. Kavallerie nach 118 Minuten 30 Sekunden. Die Kav. kommt etwa 20 Minuten früher.
984. 9 Monate.
985. 800 g.
986. 20000 Bürger.
987. a) 60 Denare; b) 52,20 M.
988. 7200 Fussoldaten, 4000 Reiter, 39 Geschütze.
989. a) 6, b) 35, c) 75, d) 150 engl.
990. Mit 33550 Mann.
991. 241400 Mann.
992. 41890 Mann.
993. 124000 Mann.
994. Je 15000 Mann.
995. 280 Minen.
996. $13\frac{1}{3}$ Millionen Sesterzien, 1754000 M.
997. a) 225, b) 300 Denare.
998. 70 Tage.
999. 224950 M.
1000. a) 6; b) 6,321; c) 6,125 und 6,325; d) 6,283; e) 6,28; f) 6,283; g) 6,25; h) 6,286; i) 8 m. In Wirklichkeit 6,283 m.
1001. 2 Stunden 55 Minuten 21 Sekunden.
1002. a) 19500000, b) 50100000 Köpfe.
1003. 534 Rinder, 818 Schafe, 770 Pferde.
1004. 567813960 M.
1005. 300 Talente.
1006. In $3\frac{1}{3}$ Stunden.
1007. 88560 Mann.
1008. Bei Platäa 479, bei Syrakus 413 v. Chr.
1009. Im Jahre 1704 und 1757.
1010. 12,46 ℔.
1011. 39960 km (genau 40070,520 km).
1012. 361 Tage (beinahe 1 irdisches Jahr).
1013. 486 hl.
1014. 5050 km.
1015. 43,2 Minuten.
1016. 250000 kg.
1017. $28\frac{4}{5}$ ℔.
1018. 38 Tage 3 Stunden 53 Minuten.
1019. 25 kg.
1020. 120, 85, 183, 102, 119 mm.
1021. Durchmesser 469 (wirklich 472) Meilen; Oberfläche 694500 Quadratmeilen.
1022. $274\frac{3}{8}$ Jahre.
1023. $3\frac{1}{2}$ Stunden.
1024. 55500 km.
1025. a) $1002\frac{1}{2}$; b) 40,1; c) $1688\frac{8}{19}$ km.
1026. 560000 Zentner.
1027. ca. 45 Jahre.
1028. a) 10,956; b) 34,860; c) 44,820 km.
1029. 256^{0}, 42^{0}.
1030. 5031 Jahre.
1031. 2620 m.
1032. Nach 3570 Jahren.

1033. a) 21,286 Tage; b) 108,805 Tage.
1034. a) 355 000, b) 2 378 500 Erdmassen.
1035. Erde 20 035 944, Jupiter 104 243 000 Mln.
1036. 13,37 mal.
1037. 224 Tage.
1038. 8,839; 8,513 mm.
1039. a) 5000 qm, b) 200 Einwohner.
1040. 972 Analphabeten.
1041. a) 106 250, b) $3541\frac{2}{3}$ cbm.
1042. 13 km.
1043. Mit Land 136; mit Wasser 374 qkm.
1044. 1 535 457 Einwohner.
1045. Nach $2\frac{1}{2}$ Jahren.
1046. Leck 384, Waal 1152 cbm.
1047. a) $\frac{1}{8000}$; b) 8000 Jahre.
1048. Asien $44\frac{1}{2}$, Afrika 30, Amerika $38\frac{1}{2}$, Australien 9 Millionen qkm.
1049. a) $\frac{30}{47}$ Doppelzentner, b) 86 kg.
1050. 75 m.
1051. a) $5\frac{2}{15}$ Millionen, b) 2 464 000.
1052. 182 Menschen.
1053. Preussen 27 279 000, Bayern 5 284 000, Württemberg 1 971 000, Baden 1 570 000, Sachsen 2 972 000.
1054. 186,2 ℳ.
1055. 5,52 mal.
1056. 1 967 078 Städter, 3 781 076 Dörfler, 1 905 846 Nomaden.
1057. 3 Quadratmeilen.
1058. Oesterreich 946, Preussen 926, Italien 888, Holland 857, England 828, Norwegen 744, Frankreich 605, Irland 600.
1059. Sozialdemokr. 1 426 945, Zentr. 1 340 924, Nationall. 1 187 675, Deutschfrs. 1 167 435, Konservative 1 385 019, andere Parteien 719 978.
1060. $4412\frac{44}{63}$ Stunden = 183 Tage 20 Stunden 42 Minuten.
1061. 562 500 kg Blei, 93 750 kg Pulver.
1062. a) 50,88; b) 209,88; c) 107,325 km.
1063. 649 Personen.
1064. 26 Billionen.
1065. 10,5 g.
1066. a) 3 000 000 Schafe, b) 135 000 000 ℳ.
1067. 11 Millionen.
1068. 105 km.
1069. 481 000 fs.
1070. $500\frac{1}{2}$ g Eiweiss, $280\frac{1}{2}$ g Fett.
1071. 1200 g.
1072. $\frac{1}{3}$ kg.

1073. Gesicht $16\frac{1}{5}$, Augenbreite $8\frac{1}{10}$, Mund $4\frac{1}{20}$, Hals $10\frac{4}{5}$, Schulterbreite $40\frac{1}{2}$, Körper $48\frac{3}{5}$, Oberarm $32\frac{2}{5}$, Vorderarm $20\frac{1}{4}$, Mittelfinger und Knie $8\frac{1}{10}$, Ober- und Unterschenkel $32\frac{2}{5}$ cm.
1074. Im Blute $3\frac{21}{25}$, im Fleische $34\frac{1}{3}$, im ganzen $39\frac{1}{3}$ kg.
1075. $12\frac{4}{9}$ mg Kupfervitriol, $\frac{2}{45}$ mg Kupfer.
1076. 1736 g.
1077. 10 450 m.
1078.

	Wasser	Eiweiss	Fett	Stärke
Bohnen	$45\frac{5}{9}$	$76\frac{2}{3}$	$7\frac{2}{3}$	$178\frac{1}{3}$
Erbsen	48	$79\frac{1}{2}$	3	225
Linsen	$62\frac{1}{2}$	$124\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$	$272\frac{1}{2}$

1079. 165,27 mg.
1080. Schnecke 5 Tage 18 Stdn. 53′ 20″; Fussgänger 13′ 20″; Windhund 39,8″; Adler 31,85″; Brieftaube 13,1″; Schiff 3′ 42,2″; Dampfwagen 1′ 20″; mässiger Wind 5′ 33,3″; Sturmwind 1′ 0,6″; Orkan 26,6″; Büchsenkugel 2,1″; Erde 0,003″.
1081. 240 000 Pferdekräfte.
1082. 22,2 Sekunden.
1083. $2486\frac{2}{3}$ l.

1084. $546 \frac{3}{7}$ g.
1085. 86,8 l Wasser.
1086. 42 700 Bienen.
1087. a) 15 Minuten; b) 1125 Sekunden = 18 Minuten 45 Sekunden Einatmen, 1575 Sekunden = 26 Minuten 15 Sekunden Ausatmen.
1088. a) 21 600, b) 8 100 000 Stück.
1089. $28 \frac{1}{3}$ Stunden.
1090. 6241,5 kg Wasser, 1633,74 kg Sauerstoff, 258,42 kg Eiweiss, 122,64 kg Fett, 1095 kg Kohlenhydrate.
1091. 144,5 kg.
1092. 217,8 ccm.
1093. 820 g.
1094. a) 250 kg Zinn, 1000 kg Kupfer; b) 170 kg Zinn, 1700 kg Kupfer.
1095. 25 m Entfernung.
1096. Seife $31 \frac{1}{4}^{0}$, Wachs $67 \frac{1}{2}^{0}$, Zinn $227 \frac{1}{2}^{0}$, Blei 335^{0}, Silber 1000^{0}, Kupfer 1100^{0}, Gold 1250^{0}, Eisen 1550^{0} C.
1097. 15 030,15 kg.
1098. 125 hl.
1099. a) 1494, b) $2124 \frac{4}{5}$, c) 2822 m.
1100. $\frac{1}{30800000}$ cmm = 0,000 000 032 cmm.
1101. $555 \frac{5}{11}^{0}$.
1102. $4 \frac{1}{3}$ kg.
1103. 114 cm.
1104. 80.
1105. a) $2 \frac{4}{25}$, b) $6 \frac{3}{4}$, c) $1 \frac{4}{5}$ m.
1106. a) 8,75 Minuten, b) in ungefähr 15 Jahren c) $11 \frac{1}{9}$ mal.
1107. 79,2 Wärmeeinheiten.
1108. 890,290 g Silber; 1636,930 g Gold.
1109. 801,9 g.
1110. 30 cdcm.
1111. $10 \frac{2}{3}$ m.
1112. 5,59 Sekunden.
1113. Gross-Mogul 16,2 ccm; Orloff 11,2 ccm; Toskana 8,1 ccm.
1114. 3 kg 749 g 256 mg.
1115. a) 52,88; b) 76,58; c) 184,89 m.
1116. 42 Minuten 45,97 Sekunden.
1117. 196,6 Natrium; 303,4 Chlor.
1118. $52 \frac{12}{19}$ t.
1119. a) 256, b) 768 mm.
1120. 51 cm 7,7 mm.
1121. 92,7 cm.
1122. 10 cm.
1123. $2 \frac{1}{2}$ cm.
1124. a) 560 cm, b) 80 Pflanzen.
1125. $100 \frac{4}{5}$ cm.
1126. 1,12 m.
1127. $11 \frac{2}{5}$ cm.
1128. a) $380 \frac{10}{13}$, b) $228 \frac{6}{13}$ Grad.
1129. $2 \frac{5}{8}$ cm.
1130. $3 \frac{7}{8}$ cm.
1131. $45 \frac{1}{2}$ cm.
1132. $5 \frac{1}{7}$ cm.
1133. 240 m.
1134. Das 1. 4,5; das 2. 2,7 m.
1135. 8,4 cm.
1136. $18 \frac{2}{3}$ mm.
1137. 32,4 cm breit; 43,2 cm lang.
1138. 156 m.
1139. 26,289 m lang.
1140. a) 21 m lang; 12,5 m breit; b) 13 cm lang; 8,6 cm breit.
1141. 8,5 cm.
1152. In 17 Stunden 23 Minuten 15 Sekunden.
1153. $1 \frac{3}{7}$ Stunden.
1154. $2 \frac{2}{5}$ Stunden.
1155. $\frac{1}{5}$ Stunde.
1156. $\frac{1}{13}$ Stunde.
1157. $\frac{10}{27}$ Stunde.
1158. $\frac{15}{67}$ Stunde.
1159. 1 Stunde.
1160. $1 \frac{27}{29}$ Stunde.
1161. $2 \frac{2}{17}$ Stunden.
1162. 1 Stunde.
1163. $2 \frac{1}{31}$ Stunden.

1164. 6 Stunden.
1165. 8 Stunden.
1166. 5 Stunden.
1167. $\frac{6}{7}$ Stunde.
1168. $1\frac{1}{4}$ Stunden.
1169. $1\frac{11}{13}$ Stunden.
1170. $\frac{6}{11}$ Stunde.
1171. $\frac{1}{19}$ Stunde.
1172. $\frac{12}{49}$ Stunde.
1173. 1 Stunde.
1174. $\frac{105}{142}$ Stunde.
1175. 2 Stunden.
1176. 4 Stunden.
1177. $\frac{3}{4}$ Stunde.
1178. $1\frac{1}{14}$ Stunde.
1179. 12 Stunden.
1180. 6 Stunden.
1181. 4 Stunden.
1182. 3 Stunden.
1183. $7\frac{1}{2}$ Stunden.
1184. 30 Stunden.
1185. $\frac{1}{5}$ Stunde.
1186. $\frac{6}{23}$ Stunde.
1187. $5\frac{1}{4}$ Stunden.
1188. 1 Stunde nach dem Oeffnen von II.
1189. $\frac{7}{20}$ " " " " " II.
1190. $\frac{11}{30}$ " " " " " II.
1191. $1\frac{1}{14}$ " " " " " III.
1192. $\frac{5}{7}$ " " " " " III.
1193. $\frac{7}{8}$ " " " " " III.
1194. Nach $2\frac{1}{2}$ Stunden.
1195. $\frac{3}{10}+\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$ voll.
1199. 15 Tage.
1200. $33\frac{1}{3}$ Tage.
1201. $33\frac{1}{3}$ Tage.
1202. $34\frac{10}{11}$ Tage.
1203. 12 Tage.
1204. 16 Tage.
1205. $13\frac{1}{3}$ Tage.
1206. 180 Tage.
1207. $172\frac{4}{5}$ Tage.
1208. 300 Tage.
1213. 6 Tage.
1214. $4\frac{4}{5}$ Tage.
1215. $6\frac{2}{3}$ Tage.
1216. $6\frac{2}{5}$ Tage.
1217. 8 Tage.
1218. 40 Tage.
1219. 6 Tage.
1220. $11\frac{1}{4}$ Tage.
1221. 17 Ochsen.
1222. 5 Pferde.
1233. a) Nach 25 Minuten; b) A legt $18\frac{3}{4}$, B 20 km zurück.
1234. a) Nach $7\frac{1}{2}$ Stunden; b) A legt 270 B 360 km zurück.
1235. a) 1 Uhr 45 Minuten; b) 18,9 km vom Ausgangspunkte des 1. Schiffes.
1236. 43,2 km.
1237. Nach 9 Tagen.
1238. a) $4\frac{1}{2}$ Minuten; b) P 20 km, R 18 km.
1239. a) M 30, N 24 km; b) M 180, N 144 km.
1240. a) B 9 Meilen, Z 6 Meilen; b) $6\frac{2}{3}$ Tage; c) 100 Meilen.
1241. a) A 144, B 90 km; b) $2\frac{1}{2}$ Sekunden.
1242. a) A 18, B 12 Meilen; b) 30 Meilen; c) 3 Tage.
1243. a) 30,200 km; b) 400 km; c) 240,160 km
1244. a) Nach 8 bezw. 9 Tagen; b) A 189 B 184 km.
1245. Nach 8 Tagen.
1246. Nach 42 Stunden.
1247. Nach 72 Stunden.
1248. 6 Meilen.
1249. 8 Sekunden.
1250. 22 Sekunden.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert, um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

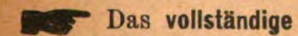
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft.

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.



Das **vollständige**

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.



997. Heft.

Preis des Heftes **25 Pf.**

Schluss- und Kettenrechnung (Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz) nebst Anwendungen. Forts. v. Heft 965. — Seite 225—228 u. I—IX. (Schlussheft.)





Vollständig gelöste Aufgaben-Sammlung

— nebst Anhängen ungelöster Aufgaben, für den Schul- & Selbstunterricht —

mit

Angabe und Entwicklung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen und Antworten

erläutert durch

viele Holzschnitte & lithograph. Tafeln,

aus allen Zweigen

der Rechenkunst, der niederen (Algebra, Planimetrie, Stereometrie, ebenen u. sphärischen Trigonometrie, synthetischen Geometrie etc.) u. **höheren Mathematik** (höhere Analysis, Differential- u. Integral-Rechnung, analytische Geometrie der Ebene u. des Raumes etc.); — aus allen Zweigen der **Physik, Mechanik, Graphostatik, Chemie, Geodäsie, Nautik,** mathemat. **Geographie, Astronomie;** des **Maschinen-, Strafsen-, Eisenbahn-, Wasser-, Brücken- u. Hochbau's;** der **Konstruktionslehren** als: **darstell. Geometrie, Polar- u. Parallel-Perspective, Schattenkonstruktionen** etc. etc

für

Schüler, Studierende, Kandidaten, Lehrer, Techniker jeder Art, Militärs etc.

zum einzig richtigen und erfolgreichen

Studium, zur **Forthülfe** bei Schularbeiten und zur **rationellen Verwertung** der exakten Wissenschaften,

herausgegeben von

Dr. Adolph Kleyer,

Mathematiker, vereideter königl. preuss. Feldmesser, vereideter grossh. hessischer Geometer I. Klasse

in **Frankfurt a. M.**

unter Mitwirkung der bewährtesten Kräfte.

Schluss- und Kettenrechnung
(Die einfache und zusammengesetzte Regeldetri und der Reesische Satz)
nebst Anwendungen.

Nach System Kleyer bearbeitet von **Dr. R. Olbricht.**

Forts. v. Heft 965. — Seite 225—228 u. I—IX.

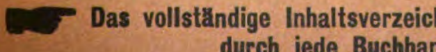
(Schlussheft.)

Inhalt:

Uebersichtstabelle über die Münzen, Masse und Gewichte der wichtigsten Verkehrsländer. — Druckfehlerberichtigung. — Titelblätter. — Vorwort. — Inhaltsverzeichnis.

Stuttgart 1891.

Verlag von Julius Maier.



Das vollständige Inhaltsverzeichnis der bis jetzt erschienenen Hefte kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

PROSPEKT.

Dieses Werk, welchem kein ähnliches zur Seite steht, erscheint monatlich in 3—4 Heften zu dem billigen Preise von 25 ₰ pro Heft und bringt eine Sammlung der wichtigsten und praktischsten **Aufgaben aus dem Gesamtgebiete der Mathematik, Physik, Mechanik, math. Geographie, Astronomie, des Maschinen-, Strassen-, Eisenbahn-, Brücken- und Hochbaues, des konstruktiven Zeichnens etc. etc.** und zwar in **vollständig gelöster Form, mit vielen Figuren, Erklärungen** nebst **Angabe** und **Entwickelung der benutzten Sätze, Formeln, Regeln in Fragen mit Antworten etc.**, so dass die Lösung jedermann verständlich sein kann, bezw. wird, wenn eine **grössere Anzahl** der Hefte erschienen ist, **da dieselben sich in ihrer Gesamtheit ergänzen** und alsdann auch **alle Teile der reinen und angewandten Mathematik** — nach besonderen selbständigen Kapiteln angeordnet — vorliegen.

Fast jedem Hefte ist ein **Anhang** von **ungelösten** Aufgaben beigegeben, welche der eigenen Lösung (in analoger Form, wie die bezüglichen gelösten Aufgaben) des Studierenden überlassen bleiben, und zugleich von den Herren Lehrern für den Schulunterricht benutzt werden können. — Die **Lösungen** hierzu werden später in besonderen Heften für die Hand des Lehrers erscheinen. Am Schlusse eines jeden Kapitels gelangen: **Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen** und **erläuternde Erklärungen über das betreffende Kapitel** zur Ausgabe.

Das Werk behandelt zunächst den Hauptbestandteil des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichtsplanes folgender Schulen: **Realschulen I. und II. Ord., gleichberechtigten höheren Bürgerschulen, Privatschulen, Gymnasien, Realgymnasien, Progymnasien, Schullehrer-Seminaren, Polytechniken, Techniken, Baugewerkschulen, Gewerbeschulen, Handelsschulen, techn. Vorbereitungsschulen aller Arten, gewerbliche Fortbildungsschulen, Akademien, Universitäten, Land- und Forstwissenschaftsschulen, Militärschulen, Vorbereitungs-Anstalten aller Arten** als z. B. **für das Einjährig-Freiwillige- und Offiziers-Examen,** etc.

Die **Schüler, Studierenden** und **Kandidaten** der mathematischen, technischen und naturwissenschaftlichen Fächer, werden durch diese, **Schritt für Schritt gelöste,** Aufgabensammlung **immerwährend** an ihre in der Schule erworbenen oder nur gehörten Theorien etc. erinnert und wird ihnen hiermit der Weg zum **unfehlbaren** Auffinden der Lösungen derjenigen Aufgaben gezeigt, welche sie bei ihren **Prüfungen** zu lösen haben, zugleich aber auch die **überaus grosse Fruchtbarkeit** der mathematischen Wissenschaften vorgeführt.

Dem **Lehrer** soll mit dieser Aufgabensammlung eine **kräftige Stütze** für den Schulunterricht geboten werden, indem zur Erlernung des **praktischen Teiles** der mathematischen Disziplinen — **zum Auflösen von Aufgaben** — in den meisten Schulen oft keine Zeit erübrigt werden kann, **hiermit** aber dem Schüler bei seinen häuslichen Arbeiten eine vollständige Anleitung in die Hände gegeben wird, **entsprechende Aufgaben zu lösen,** die gehabten **Regeln, Formeln, Sätze** etc. **anzuwenden** und **praktisch zu verwerten. Lust, Liebe** und **Verständnis** für den Schul-Unterricht wird dadurch **erhalten** und **belebt** werden.

Den **Ingenieuren, Architekten, Technikern** und **Fachgenossen aller Art, Militärs** etc. etc. soll diese Sammlung **zur Auffrischung** der erworbenen und vielleicht vergessenen mathematischen Kenntnisse dienen und zugleich durch ihre **praktischen in allen Berufszweigen vorkommenden Anwendungen** einem **toten Kapitale lebendige Kraft** verleihen und somit den **Antrieb** zu weiteren **praktischen Verwertungen** und **weiteren Forschungen geben.**

Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen. Wichtige und praktische Aufgaben werden mit Dank von der Redaktion entgegengenommen und mit Angabe der Namen verbreitet. — Wünsche, Fragen etc., welche die Redaktion betreffen, nimmt der Verfasser, Dr. Kleyer, Frankfurt a. M. Fischerfeldstrasse 16, entgegen und wird deren Erledigung thunlichst berücksichtigt.

Stuttgart **Die Verlagshandlung.**

G. Uebersichtstabelle über die Münzen, Masse und Gewichte der wichtigsten Verkehrsländer.

Das metrische Mass- und Gewichtssystem.

a) Längenmass.

1 Km	= 10 Hm	= 100 Dkm	= 1000 m	= 10 000 dm	= 100 000 cm	= 1 000 000 mm
	1 „	= 10 „	= 100 „	= 1 000 „	= 10 000 „	= 100 000 „
		1 „	= 10 „	= 100 „	= 1 000 „	= 10 000 „
			1 „	= 10 „	= 100 „	= 1 000 „
				1 „	= 10 „	= 100 „
					1 „	= 10 „

1 deutsche Meile = 7500 m.

b) Flächenmass.

1 qkm	= 100 ha	= 10 000 a	= 1 000 000 qm	= 100 000 000 qdcm	= 10 000 000 000 qcm	= 1 000 000 000 000 qmm
	1 „	= 100 „	= 10 000 „	= 1 000 000 „	= 100 000 000 „	= 10 000 000 000 „
		1 „	= 100 „	= 10 000 „	= 1 000 000 „	= 100 000 000 „
			1 „	= 100 „	= 10 000 „	= 1 000 000 „
				1 „	= 100 „	= 10 000 „
					1 „	= 100 „

c) Körpermass.

1 ckm	= 1 000 000 000 cbm	= 1 000 000 000 000 000 ccm	= 1 000 000 000 000 000 000 cmm
	1 „	= 1 000 000 „	= 1 000 000 000 „
		1 „	= 1 000 „

1 Kubikdecimeter	= 1 l	= 1 000 ccm	= 1 000 000 cmm
1 hl	= 100 l	= 100 000 „	= 100 000 000 „

1 hl = 2 Scheffel = 50 l 1 l = 2 Schoppen

d) Gewichte.

1 t	= 1000 kg	= 1 000 000 g	= 1 000 000 000 mg
	1 „	= 1 000 „	= 1 000 000 „
		1 „	= 1 000 „

1 ℔ = 500 g 1 Ztr. = 100 ℔ 1 Doppelzentner = 100 kg



G = Gold-, S = Silber-, D = Doppel-, P = Papierwährung.

	Währung	Münzen und deren Einteilung	Wert in Mark	Längenmasse und deren Einteilung	Wert in Metern
Belgien	D	1 Franc (fc.) = 100 Centimes (cs.)	0,81	metrisch	1,000
Brasilien	G P	1 Milreïs $ = 1000 Reïs 1000 $ 1 Conto (:)	2,29	metrisch; vor 1874 die portug. Vara =	1.096
Bulgarien	D	1 Lew (fc.) = 100 Stotinki (cs.)	0,81	metrisch	1,000
China	S	1 Tael (Tehl, Liang) à 10 Mas (Tsien) à 10 Candarins (Fen) à 10 Käsch (Li)	6,00	1 Covid (Tschi, Fuss) à 10 Pants (Tsun, Zoll) à 10 Fan (Linien) als Zollmass. Sonst das Yard (siehe Grossbrit.).	0,318
Dänemark	G	1 Krone = 100 Oere	1,125	metrisch; v. 1885 1 Alen (Elle) =	0.6277
Deutschland	G	1 Mark (ℳ) = 100 Pfennige (₰)	1,00	metrisch	1.000
Finnland	G	1 Markka = 100 Penniä = 1 fc.	0,81	1 Elle à 2 Fot à 10 Tum (Zoll) à 10 Linien	0,5938
Frankreich	D	1 Franc (fc.) = 100 Centimes (cs.)	0,81	metrisch	1,000
Griechenland	D	1 Drachme (fc.) = 100 Lepta (cs.)	0,81	metrisch [1 Piki (m) = 100 Daktyl (cm)]	1.000
Gross-Britannien	G	1 Pfd. Sterling (£) = 12 Schilling (sh.), 1 Schilling = 12 Pences (d.)	20,43	1 Yard à 3 Feet (Fuss) à 12 Inches (Zoll), 1 Meile = 1760 yd. Daneben metrisch.	0,914
Italien	D	1 Lira (£) à 100 Centesimi (cts.)	0,81	metrisch, 1 Metro = m, Ara = Ar	1,000
Japan	G	1 Yen à 100 Sen à 10 Rin, im Aussenhandel mex. Pi. u. $	4,185	1 Kaneschaku (Fuss) à 10 Sun(g) à 10 Bun(g) à 10 Rin(g)	0,3036
Mexiko	S	1 Peso duro à 100 Centavos oder à 8 Reales = 5 fcs.	4,39	metrisch (für d. Zoll); im Handel 1 Vara (Elle) = 3 Piés (Fuss)	0,8359
Niederlande	G	1 Gulden (fl. h.) = 100 Cents (cs.)	1,69	metrisch	1,000
Norwegen	G	1 Krone = 100 Oere 1 Speciesdaler = 4 Kronen.	1,125	metrisch; früher 1 Alen = 2 Fod à 12 Zoll	0.6275
Oesterr.-Ungarn	S	1 Gulden (fl. ö.) = 100 Kreuzer (xr.), Kurs gewöhnlich unter	2,00	metrisch; frühere Wiener Elle =	0,7776
Ostindien (brit.)	S	1 Rupie à 16 Annas à 12 Pies	1,92	metrisch; 1 Guz in Kalkutta = 1 Yard, in Bombay = $\frac{3}{4}$ Yard	—
Persien	G	1 Toman à 10 Kran à 2 Panabat à 10 Schahi	9,22	Yard und Meter. 1 Ser = 1,120 m (von Täbris) 1 Ser = 1,04 m (von Teheran)	 — —
Portugal	G	1 Milreïs ($) à 1000 Reïs 1000 Milreïs = 1 Conto (:)	4,536	metrisch; früher 1 Vara = 5 Palmos = $3\frac{1}{3}$ Pés	1.096
Rumänien	D	1 Lëu (Löwe) = 100 Bani = 1 fc.	0,81	metrisch	1,000
Russland	S	1 Silber-Rubel = 100 Kopeken Kurs gewöhnlich unter 100 Papierrubel	3,2393 240	1 Arschin à 28 Zoll = 16 Werschok 1 Saschen = 3 Arschin; 1 Werst = 500 Saschen =	0,7112 1066,79
Schweden	G	1 Krone = 100 Oere	1,125	metrisch; frühere Schwedische Elle =	0,5938
Schweiz	D	1 Franc = 100 Centimes (Rapp.)	0.81	metrisch; früh. Schweizer Elle =	0,60
Serbien	G	1 Dinar = 100 Parà = 1 fc.	0,81	1 Arschin = 28 Zoll (s. Russland)	0,71119
Spanien	D	1 Peseta = 100 Centimos = 1 fc. früher Peso duro (Piaster $) = 20 Reales	0,81 4,20	metrisch seit 1859; vorher 1 Vara (Elle) = 3 Piés (Fuss)	0.8359
Türkei	D	1 Piaster à 40 Para à 3 Courant-Asper	0,1797	metrisch seit 1871	1.00
Ver. Staaten Nordamerika	D	1 Dollar ($) = 100 Cents (cs.) [55 Trade-D. = 56 früh. Dollars]	4.19792	engl. Yard à 3 Feet à 12 Inches [1 Acre = 40,4718 Ar; 1 Mile = 1760 Yd.]	0,91439

	Hohlmasse und deren Einteilung	Wert in Litern	Gewichte und deren Einteilung	Wert in Kilogrammen
Belgien	metrisch seit 1816	1,00	metrisch	1,000
Brasilien	metrisch; vor 1874 die portugiesischen	1,00	metrisch; vor 1874 1 Quintal = 1 Arratel =	58,752 0,459
Bulgarien	Wein und Getreide nach Gewicht	—	1 Kantar = 56,111 kg; 1 Okka = 1,275 kg	—
China	1 Tan à 2 Hwo à 10 Schin (Teu) à 10 Tsching à 10 Ho (Tscho). Flüssigkeit und Getreide nach Gewicht.	verschied.	1 Pikul à 100 Kättis à 16 Tehls = 133 $\frac{1}{3}$ Pfd. engl. avdp.	60,479
Dänemark	metrisch; vor 1885 1 Last = 12 Tonnen	139,12	metrisch; vor 1885 1 Zentner = 100 Pund	50,000
Deutschland	metrisch seit 1872	1,00	metrisch	1,000
Finnland	1 Tonne = 32 Kappen à 1 $\frac{3}{4}$ Kannen	146,57	1 Zentner à 100 Schalpfund à 100 Ort à 100 Korn	42,508
Frankreich	metrisch seit 1799	1,00	metrisch	1,000
Griechenland	metrisch seit 1836	1,00	metrisch	1,000
Gross-Britannien	1 Imp. Quarter à 8 Bushels à 8 Gallons à 8 Pints (1 Tun = 252 Gallons)	290,789	1 Ton = 20 Hundredweights (Cwt.) à 4 Quarters (Qrs.) à 28 Pounds (℔) 16 Ounces à 16 Drams	1 Cwt. = 50.802 1 ℔ = 453,593 g
Italien	metrisch seit 1877	1,00	metrisch	1,000
Japan	1 Schoo à 10 Ngoo à 10 Schijaku à 10 Saï	1,8148	wie China; Einheit 1 Meh = 1 Rio = 10 Meh.	0,00378
Mexiko	metrisch endgültig seit 1867 (für den Zoll); im Handel Fanega = 90,8149 l; 1 Arroba =	16,133	metrisch	1.000
Niederlande	metrisch seit 1816	1,00	metrisch	1.000
Norwegen	metrisch seit 1883	1,00	metrisch	1.000
Oesterr.-Ungarn	metrisch seit 1876	1,00	metrisch	1,000
Ostindien (brit.)	metrisch (sonst engl. Gallon)	1,00	metrisch	1,000
Persien	Flüssigkeiten nach Gewicht 1 Ardeb Getreide =	65,238	1 Täbris-Maund = 1 Schiras-Maund = 1 Man von Teheran =	4,59 5,75 2,9376
Portugal	metrisch seit 1868	1,00	metrisch; früher 1 Quintal = 4 Arrobas à 32 Arratels à 16 Oncas à 8 Oitavas	58,752
Rumänien	metrisch	1,00	metrisch; 1 Cantar (Ztr.) = 44 Oka à 4 Litra	56.111
Russland	1 Tschetwert à 8 Tschetwerik 1 Wedro à 10 Kruschka à 10 Tscharka	209,908 12,299	1 Tonne à 10 Berkowetz à 10 Pud à 40 Pfd à 96 Solotnik à 96 Doli 1 Last = 123 Pud 26 Pfd.	1638,05
Schweden	metrisch seit 1883	1,00	metrisch	1,000
Schweiz	metrisch seit 1877	1,00	metrisch	1,000
Serbien	Getreide und Flüssigkeiten meist nach Gewicht	—	1 Tovar = 100 Oken à 4 Litra à 100 Drachmen, ausserdem die metrischen	127.8
Spanien	metrisch; früher 1 Fanega à 12 Celemines = 55,5 l, 1 Arroba (Cantara)	16,138	metrisch; früher 1 Quintal (Ztr.) à 4 Arrobas à 25 Libras à 16 Onzas à 8 Ochavos	46,0093
Türkei	metrisch; früher 1 Fortin à 4 Kilo (Getreide)	141,06	metrisch; früh. 1 Cantar à 44 Oka oder 100 Rottoli	56,111
Ver. Staaten Nordamerika	wie Grossbrit. [1 Barrel = 31 $\frac{1}{2}$ Imp. Gallons à 4,543 l] 1 Bushel =	35,2381	engl. Hundredweight (Cwt.) à 100 ℔ avdp.	45,359

H. Druckfehler-Berichtigung.

Seite 19, Erkl. 44 Unter Meterzentner wird auch mitunter 1 Tonne = 1000 kg verstanden.
Seite 76, Gelöste Aufgaben statt *a*) setze a).
Seite 96, Erkl. 204 für gsössser setze grösser.
Seite 111, Aufgabe 567 für 106,93 ℳ setze 106,95 ℳ
Seite 112, Aufgabe 593 für $105\frac{3}{10}$ ℳ setze $107\frac{3}{10}$ ℳ
Seite 117, Aufgabe 610 der Bedingungssatz soll heissen: Eine Dampfmaschine hebt 2400 cbm Wasser $81\frac{9}{10}$ m hoch. Danach ist auch die Auflösung abzuändern.
Seite 152, Aufgabe 762 für 100 ℳ = 174 fl. ö. ist zu setzen 300 ℳ = 174 fl. ö. Ebenso ist in der Auflösung für 100 ℳ jedesmal 300 ℳ zu setzen. Das Ergebnis heisst 7,50 ℳ
Seite 156, Aufgabe 778 für 1395 ℳ setze 2790 ℳ
Seite 156, Aufgabe 781 für 53,2 l setze 35,2 l.
Seite 193, Erkl. 312 vorletzte Zeile statt $\frac{5}{40} = \frac{1}{8}$ setze $\frac{8}{40} = \frac{1}{5}$.
Seite 194, Erkl. 314 drittletzte Zeile statt der Leopard $\frac{1}{4}$ setze der Leopard $\frac{1}{5}$.
Seite 197, Aufgabe 1167 Andeutung statt ännlich setze ähnlich.



Preisgekrönt in Frankfurt a. M. 1881.

Der **ausführliche Prospekt** und das **ausführliche Inhaltsverzeichnis** der „vollständig gelösten Aufgabensammlung von Dr. Ad. Kleyer“ kann von jeder Buchhandlung, sowie von der Verlagshandlung **gratis und portofrei** bezogen werden.

Bemerkt sei hier nur:

1). Jedes Heft ist aufgeschnitten und gut brochiert um den **sofortigen** und **dauernden** Gebrauch zu gestatten.

2). Jedes Kapitel enthält sein besonderes Titelblatt, Inhaltsverzeichnis, Berichtigungen und Erklärungen am Schlusse desselben.

3). Auf jedes einzelne Kapitel kann abonniert werden.

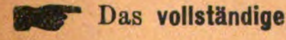
4). Monatlich erscheinen 3—4 Hefte zu dem **Abonnementspreise** von 25 Pfg. pro Heft

5). Die **Reihenfolge** der Hefte im nachstehenden, kurz angedeuteten Inhaltsverzeichnis ist, **wie aus dem Prospekt ersichtlich, ohne jede Bedeutung** für die Interessenten.

6). Das Werk enthält **Alles**, was sich überhaupt auf mathematische Wissenschaften bezieht, alle Lehrsätze, Formeln und Regeln etc. mit Beweisen, alle praktischen Aufgaben in vollständig gelöster Form mit Anhängen ungelöster analoger Aufgaben und vielen vortrefflichen Figuren.

7). Das Werk ist ein **praktisches Lehrbuch für Schüler aller Schulen, das beste Handbuch** für Lehrer und Examinatoren, **das vorzüglichste Lehrbuch zum Selbststudium, das vortrefflichste Nachschlagebuch** für Fachleute und Techniker jeder Art.

8). Alle Buchhandlungen nehmen Bestellungen entgegen.

 Das vollständige

Inhaltsverzeichnis

der bis jetzt erschienenen Hefte

kann durch jede Buchhandlung bezogen werden.

Halbjährlich erscheinen Nachträge über die inzwischen neu erschienenen Hefte.

Druck von Carl Hammer in Stuttgart.

